

Chapter 3

Emisiones radiadas

Autor: W.G. Fano

Es importante destacar que en Compatibilidad Electromagnética las frecuencias de operación de los circuitos electrónicos comienza en algunos kHz, tal es el caso de un filtro o de una fuente. Por esa razón es importante estudiar el caso de los dipolos y lazos elementales, que son los elementos radiante que sirven para modelizar el fenómeno de emisión como se verá mas adelante en este capitulo.

En este Capitulo se describirán los dipolos y lazos elementales con la formulación de los campos eléctricos y magnéticos, las zonas de campo cercanas y lejanas de un radiador. Los modelos de emisión simples en Modo Común y modo diferencial, con ejemplos para obtener la corriente para el campo radiado máximo. En la Norma CISPR 22 donde se determinan los valores de los campos máximos admisibles, que permiten obtener las corrientes de modo común y modo diferencial [12].

3.1 Ecuación de onda inhomogenea

Para poder obtener las expresiones de los campos eléctrico y magnético en un problema de radiación, se debe emplear la ecuación de onda inhomogénea. Dicha ecuación de onda se obtiene de las ecuaciones de Maxwell, partiendo de la ley de Gauss para el campo magnético en forma diferencial:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.1)$$

De aqui se puede definir el potencial vectorial magnético \vec{A} de la siguiente manera:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.2)$$

De tal manera que se verifica:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0 \quad (3.3)$$

Por lo tanto el campo magnético \vec{H} se puede calcular como:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (3.4)$$

Considerando la ecuación de Maxwell de la ley de Faraday en forma diferencial, se tiene:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.5)$$

Para variación armónica:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (3.6)$$

Reemplazando H de la ec. (3.4):

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) \quad (3.7)$$

Agrupando:

$$\nabla \times (\vec{E} + j\omega\vec{A}) = 0 \quad (3.8)$$

Aquí es conveniente definir el potencial escalar eléctrico ϕ , haciendo:

$$(\vec{E} + j\omega\vec{A}) = -\nabla\phi \quad (3.9)$$

Se verifica:

$$\nabla \times (-\nabla\phi) = 0 \quad (3.10)$$

Por lo tanto:

$$\vec{E} = -\nabla\phi - j\omega\vec{A} \quad (3.11)$$

donde ϕ es el potencial escalar eléctrico

Ahora considerando las ecs.(3.2) y (3.4) se puede obtener:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \nabla \times \vec{H} = \nabla \times \nabla \times \vec{A} \quad (3.12)$$

Teniendo en cuenta la identidad:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.13)$$

Por lo tanto:

$$\mu \nabla \times \vec{H} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.14)$$

Como

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E} \quad (3.15)$$

Resulta:

$$\mu \vec{J} + j\omega\mu\epsilon \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.16)$$

Usando la ec. (3.16) y (3.11):

$$\mu \vec{J} + j\omega\mu\epsilon(-\nabla\phi - j\omega\vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.17)$$

Operando:

$$\mu \vec{J} - j\omega\mu\epsilon\nabla\phi + \mu\epsilon\omega^2 \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.18)$$

Agrupando:

$$\nabla^2 \vec{A} + \mu\epsilon\omega^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon\phi) \quad (3.19)$$

Hasta aquí se ha definido el rotor del potencial vectorial magnético, y resta aun definir su divergencia, como lo establece el teorema de Helmholtz [35]. Esta divergencia $\nabla \cdot \vec{A}$, se conoce con el nombre de la condición de Lorentz, y se expresa como:

$$\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon\phi = 0 \quad (3.20)$$

Aplicando la condición de Lorentz a la ec. (3.19), se obtiene:

$$\nabla^2 \vec{A} + \mu\epsilon\omega^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (3.21)$$

Que es la ecuación de onda inhomogénea de Helmholtz.

Para resolver esta ecuación se considera por ejemplo: $\vec{J} = J_z \hat{z}$ infinitesimal en el origen de coordenadas:

$$\nabla^2 A_z + \mu\epsilon\omega^2 A_z = -\mu J_z \quad (3.22)$$

Quitando la fuente, queda:

$$\nabla^2 A_z + \mu\epsilon\omega^2 A_z = 0 \quad (3.23)$$

La función $A_z = A(r)$, y no dependerá de θ o ϕ

$$\frac{dA_z(r)}{dr} + \frac{2}{r} \frac{dA_z(r)}{dr} + k^2 A_z(r) = 0 \quad (3.24)$$

Cuyas soluciones son:

$$\begin{aligned} A_z(r) &= C_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \\ A_z(r) &= C_2 \frac{e^{+jkr}}{r} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Caso estático ($k = 0$) con $J_z \neq 0$:

$$\nabla^2 A_z = -\mu J_z \quad (3.26)$$

Cuya solución es:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{J_z}{r} dv' \quad (3.27)$$

Si $k \neq 0$

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{J_z e^{-jkr}}{r} dv' \quad (3.28)$$

Generalizando:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{\vec{J} e^{-jkr}}{r} dv' \quad (3.29)$$

Si la fuente se encuentra en un punto distinto del origen: (x', y', z')

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{\vec{J} e^{-jkR}}{R} dv' \quad (3.30)$$

Considerando que la fuente es por ejemplo un hilo de corriente en una sola dimensión se puede simplificar la integral de la expresión (3.30) como sigue:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_l \frac{I e^{-jkR}}{R} dl' \quad (3.31)$$

3.2 Dipolo de Hertz o elemento de corriente

Considerando que en el conductor circula una corriente donde la longitud del elemento es mucho menor a la longitud de onda de la corriente es decir: $\Delta l \ll \lambda$ y es un conductor delgado, donde se verifica que: $a \ll \lambda$.

Para el elemento de corriente o dipolo de Hertz en el origen de coordenadas, la corriente es practicamente constante en el elemento y se anula en los extremos del conductor:

$$\vec{I}(x', y', z') = I_0 \hat{z} \quad -\Delta l/2 < z < \Delta l/2 \quad (3.32)$$

Como $R \rightarrow r$ porque $R \gg \Delta l$, entonces:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_l \frac{\vec{I} e^{-jkr}}{r} dl' = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\vec{I} e^{-jkr}}{r} \int_{-\Delta L/2}^{\Delta L/2} dl' \quad (3.33)$$

Resulta:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\vec{I} e^{-jkr}}{r} \Delta L \quad (3.34)$$

En coordenadas esféricas:

$$\begin{aligned} A_r &= A_z \cos \theta \\ A_\theta &= -A_z \sin \theta \\ A_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

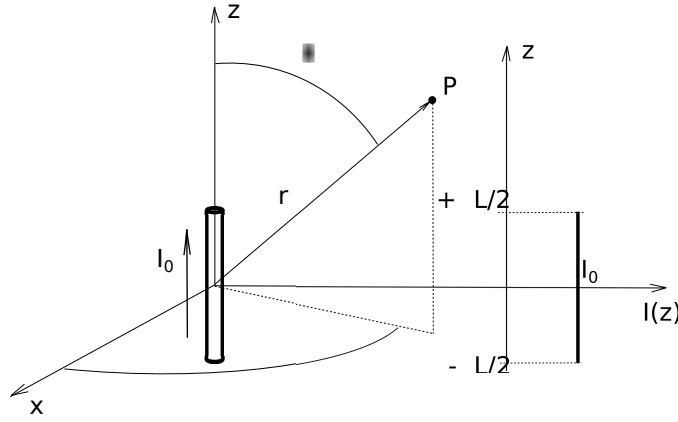


Figure 3.1: Dipolo de Herz

Como

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.36)$$

El rotor en coord. esféricas:

$$\vec{H} = \hat{\phi} \frac{1}{\mu r} \left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} + \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \quad (3.37)$$

Reemplazando A_θ y A_r se puede obtener el campo magnético del dipolo de Herz:

$$\begin{aligned} H_\phi &= \frac{jkI_0 \Delta L \sin \theta}{4\pi r} \left[1 + \frac{1}{4\pi r} \right] e^{-jkr} \\ H_r &= 0 \\ H_\theta &= 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

El campo eléctrico se calcula directamente de las ecs. de Maxwell vistas en la sección 2.12, se obtiene de la siguiente manera:

$$E = \frac{\nabla \times \vec{H}}{j\omega\epsilon_0} \quad (3.39)$$

Aquí directamente reemplazando las componentes del campo magnético calculada en la ec.(3.38) en (3.39), donde el cálculo del rotor se deja como ejercicio para el lector, que puede además encontrarse en [35], el campo eléctrico resulta:

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{Z_{00}I_0 \Delta L \cos \theta}{2\pi r^2} \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \\ E_\theta &= \frac{jZ_{00}kI_0 \Delta L \sin \theta}{4\pi r} \left[1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \\ E_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

donde la impedancia intrínseca de vacío es:

$$Z_{00} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120 \cdot \pi \Omega \cong 377 \Omega$$

3.3 Campos cercano y lejano. Dipolo de Hertz

Cuando una antena se excita por una corriente, los campos se emiten desde la antena en forma esférica, y se van a producir en la zona cercana a la antena la zona de campo cercano reactivo, y a medida que la distancia aumenta se estará en la zona de campo lejano.

Campo lejano

En esta zona de campo lejano la variación de los campos se aproximan a $1/r$, el vector de Poynting tiene dirección radial, el campo eléctrico tendrá solamente la dirección $\hat{\theta}$, el campo magnético tendrá dirección $\hat{\phi}$ y será perpendicular al campo eléctrico y al vector de Poynting. Por lo tanto en este caso los tres vectores será mutuamente perpendiculares entre sí, y la densidad de potencia en promedio temporal será activa y los campos se denominan de radiación. Además en esta zona se cumple con lo siguiente:

$$1 \gg \frac{1}{kr} \quad (3.41)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} E_{\theta} &= \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \sin\theta}{4\pi r} e^{-jkr} \\ H_{\phi} &= \frac{jkI_0\Delta L \sin\theta}{4\pi r} e^{-jkr} \\ E_r &= E_{\phi} = 0 \\ H_r &= H_{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Campo cercano

En una zona próxima a la antena, el campo eléctrico tendrá direcciones $\hat{\theta}$ y \hat{r} , el campo magnético tendrá la dirección $\hat{\phi}$, el vector de Poynting promedio temporal tendrá dos direcciones y en esta zona la densidad de potencia es mayormente reactiva, aquí se debe cumplir con:

$$\frac{1}{kr} \gg 1 \quad (3.43)$$

Por lo tanto en esta zona se obtiene:

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{-jZ_{00}I_0\Delta L \cos\theta}{2\pi kr^3} e^{-jkr} \\ E_{\theta} &= \frac{-jZ_{00}I_0\Delta L \sin\theta}{4\pi kr^3} e^{-jkr} \\ H_{\phi} &= \frac{jkI_0\Delta L \sin\theta}{(4\pi r)^2} e^{-jkr} \\ E_{\phi} &= H_r = H_{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

Como existen dos componentes de campo eléctrico E_{θ} y E_r , es posible definir dos impedancias de onda, de la onda electromagnética para el dipolo eléctrico ideal o dipolo de Herz, de la siguiente manera:

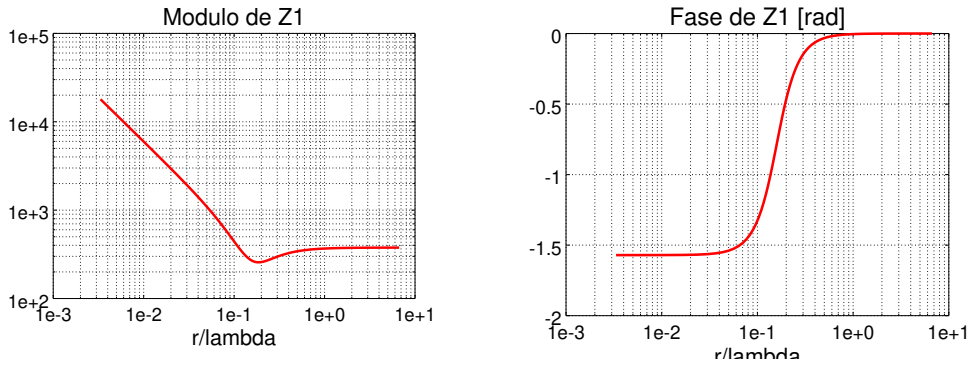


Figure 3.2: Módulo de la impedancia de onda Z_1 en función de r/λ y Fase de la impedancia de onda Z_1 en función de r/λ .

$$Z_1 = \frac{E_\theta}{H_\phi} = \frac{\left(\frac{j\omega\mu}{r} + \frac{Z_{00}}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} \right)}{\left(\frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2} \right)} \quad (3.45)$$

$$Z_2 = \frac{E_r}{H_\phi} = \frac{\cos\theta \left(\frac{Z_{00}}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} \right)}{\sin\theta \left(\frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2} \right)} \quad (3.46)$$

La impedancia de onda muestra el comportamiento de los campos de acuerdo a la distancia a la fuente. Para el caso de que la distancia a la fuente sea mucho mayor a la longitud de onda $r \gg \lambda$, la zona corresponde a la zona de campo lejano, por lo tanto la impedancia de onda en módulo tiende a la impedancia del vacío o del aire seco $|Z_1| \cong 377\Omega$, con fase cero. Se puede observar el modulo y fase de la impedancia de onda Z_1 en función de la distancia en veces de longitudes de onda r/λ en las Figuras 3.2.

Características de las zonas de campo del Dipolo elemental

Campo lejano

- Los campos E y H son mutuamente perpendiculares a la dirección de propagación
- La relación de E y H es 377Ω con un angulo cero de fase.
- No hay una distancia unica a la cual el campo lejano existe.
- Las funciones de los campos se pueden aproximar a $1/r$.

Campo cercano

- Las ecuaciones que describen los campos E y H varían radialmente y angularmente con respecto a la fuente de RF.
- La relación de los campos E y H es diferente a 377Ω .
- Las ecuaciones de campo son funciones de $1/r$, $1/r^2$, y $1/r^3$.
- Una pequeña variación de r causa que el término $1/r^3$ se vuelva muy grande. De otra forma para grandes valores de r, el término $1/r$ será dominante respecto a los demás.
- Las tres regiones pueden ser definidas como: Campo cercano y reactivo, el campo cercano radiante, y el campo lejano.

3.4 Lazo corto o dipolo magnético ideal

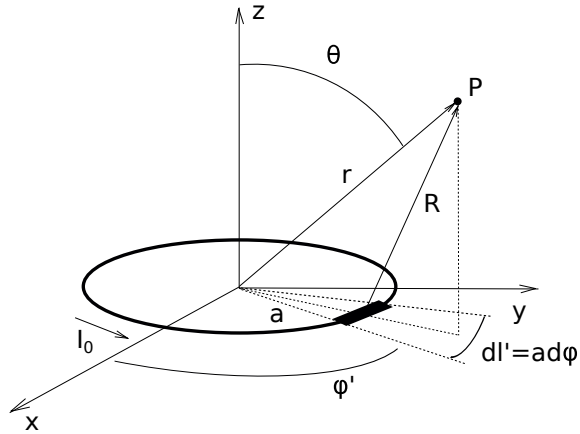


Figure 3.3: Antena lazo eléctricamente corta $a \ll \lambda$

Considere un lazo delgado, cuyo radio es $a \ll \lambda$, y además el lazo es eléctricamente corto o dipolo magnético elemental, que se puede observar en la Figura 3.3. Para este caso la distribución de corriente en el lazo que posee una circunferencia C , cumple con la siguiente condición:

$$C = 2\pi a N \ll \lambda \quad (3.47)$$

Por lo tanto, la corriente en el conductor será prácticamente constante

$$I(a, \theta, \phi) = I_0 \quad (3.48)$$

Los campos eléctrico y magnético del dipolo magnético se obtienen análogamente al caso del dipolo eléctrico ideal visto anteriormente, y se pueden expresar como [36]:

$$E_\phi = \frac{I_0 e^{-j\beta r} Z_{00} (\beta a)^2 \sin\theta}{4r} \left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) \quad (3.49)$$

$$H_r = \frac{I_0 a^2 (j\beta) e^{-j\beta r} \cos\theta}{2r^2} \left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) \quad (3.50)$$

$$H_\theta = \frac{I_0 (\beta a)^2 e^{-j\beta r} \sin\theta}{4r} \left(1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2}\right) \quad (3.51)$$

$$(3.52)$$

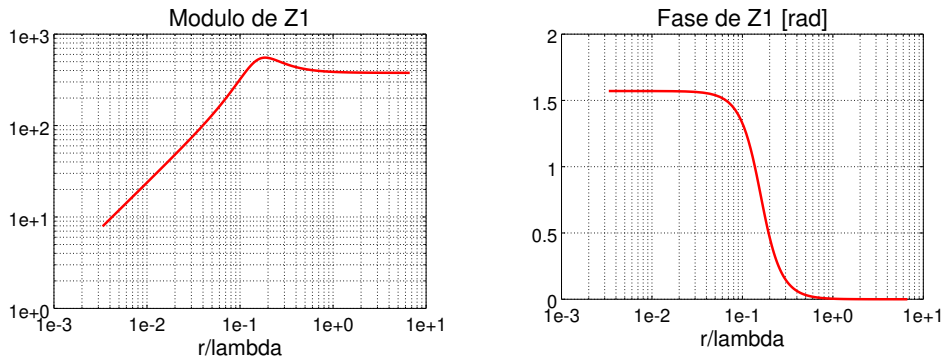


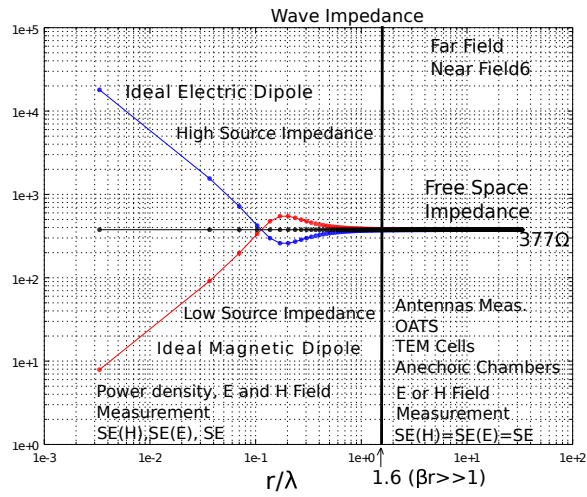
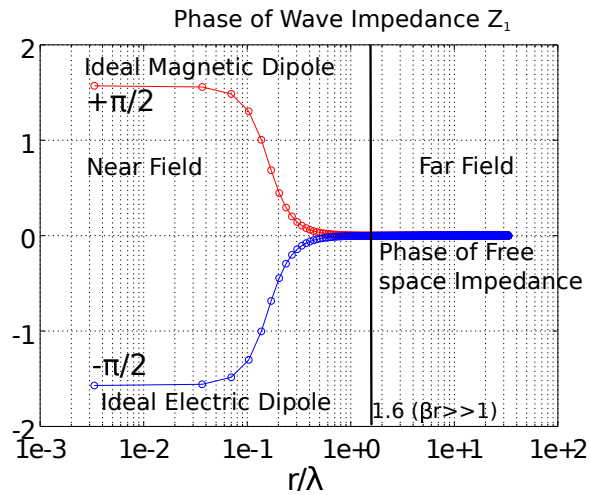
Figure 3.4: Módulo de la impedancia de onda Z_1 de un dipolo magnético ideal en función de r/λ y Fase de la impedancia de onda Z_1 de un dipolo magnético ideal en función de r/λ

Analogamente al caso del dipolo eléctrico, ya que se tiene dos componentes del campo magnético H_θ y H_r se puede definir la impedancia de onda de un lazo corto (dipolo magnetico ideal) de la siguiente manera:

$$Z_1 = \frac{E_\phi}{H_\theta} = Z_{00} \frac{\left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right)}{\left(1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2}\right)} \quad (3.53)$$

$$Z_2 = \frac{E_\phi}{H_r} = \frac{Z_{00} \sin\theta}{2j \cos\theta} \frac{\left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right)}{\left(\frac{1}{\beta r} + \frac{1}{j(\beta r)^2}\right)} \quad (3.54)$$

En la Figura 3.5 se observa la representación gráfica del modulo de la impedancia de onda Z_1 en función de la distancia en veces de longitud de onda r/λ , para el caso del dipolo eléctrico elemental y dipolo magnético elemental y comparar su comportamiento. En el caso del dipolo eléctrico es una fuente de alta impedancia y en el dipolo magnético es una fuente de baja impedancia. Cuando se miden los campos en la zona de campo cercano se muestra que hay que medir los campos E , H y la densidad de potencia

Figure 3.5: $|Z_1|$ en función de r/λ Figure 3.6: Fase de Z_1 en función de r/λ

P . En esta zona tambien se mide el blindaje de H , E y de la potencia por separado. Notese que las curvas de impedancia son figuras simétricas, que a medida que aumenta la distancia y supera $r/\lambda = 1.6$ la impedancia de ambos dipolos tienden a la impedancia de vacio $Z_0 = 377\Omega$.

En cambio en la zona de campo lejano, los campos Eléctrico y magnético están relacionados, mediante la impedancia intrínseca de vacío, es decir:

$$Z_{00} = \frac{E}{H} \cong 120\pi\Omega \cong 377\Omega \quad (3.55)$$

La densidad de potencia tambien se puede obtener a partir de:

$$P = \frac{E^2}{Z_{00}} \quad (3.56)$$

Por lo tanto se puede medir solo un parámetro y obtener los otros tres.

En la Figura 3.6 se observa la fase de la impedancia de onda Z_1 , donde a partir de que la distancia supera $r/\lambda = 1.6$ la fase de la impedancia se hace nula. Eso significa que la impedancia de onda tanto para el dipolo eléctrico elemental como para el dipolo magnético elemental, deja de ser un número complejo y se transforma en un número real. Además que la impedancia sea un número real significa que la densidad de potencia será toda real es de decir radiante para la zona de campo lejano, que es la zona donde se deberán medir las propiedades de las antenas como el diagrama de radiación y la ganancia.

3.4.1 Programa de cálculo de la impedancia de onda

A continuación se muestra el programa confeccionado en GNU Octave, que se usa para calcular las impedancias de onda para los dipolos eléctricos y magnéticos elementales.

```
clc
clear all
close all
frec = 10e6;           % Frecuencia (Hz)
c = 3e8;               % light speed(m/s)
lambda = c/frec;       % wave length (m)
omega = 2*pi*frec;     % angular frequency (1/s)
beta = omega/c;        % Wavenumber (2*pi/lambda)    (1/m)
mu0=4*pi*10^-7;
epsilon0=8.854*10^-12;
Z00=120*pi;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
numero=1000;
r=linspace(0.1,1000,numero);
```

```

for k = 1:1:numero,
% IDEAL MAGNETIC DIPOLE
num_mag(k)=(Z00)*(1+1/(i*beta*r(k)));
den_mag(k)=(1+1/(i*beta*r(k))-1/(beta*r(k))^2);
z1_mag(k)=num_mag(k)./den_mag(k);
modulo_mag(k)=abs(z1_mag(k));
% IDEAL ELECTRIC DIPOLE
num_dipolo(k)=(i*omega*mu0)/(r(k))+(Z00)/(r(k)^2)+(1)/(i*omega*epsilon0*r(k)^3);
den_dipolo(k)=(i*beta)/(r(k))+1/(r(k)^2);
z1_dipolo(k)=num_dipolo(k)./den_dipolo(k);
modulo_dipolo(k)=abs(z1_dipolo(k));
y(k)=377;
fase1(k)=atan2(imag(z1_mag(k)),real(z1_mag(k)));
fase2(k)=atan2(imag(z1_dipolo(k)),real(z1_dipolo(k)));
end
r1=r/lambda;

figure(1);
loglog(r1,modulo_mag,'-r',r1,modulo_dipolo,'-b', r1,y,'.-k');
xlabel ("r/\\lambda",'FontSize',26);
title('Modulo de Z1');
grid on;
set(gca,'fontsize',22); % sets font of numbers on axes
print('-depsc2','Z1_ambos_abs')

figure(2);
semilogx(r1,fase1,'-or',r1,fase2,'-ob');
xlabel ("r/\\lambda",'FontSize',26);
title('Fase de Z1','FontSize',28);
grid on;
set(gca,'fontsize',22); % sets font of numbers on axes
print('-depsc2','Z1_ambos_phase')

```

3.5 Corrientes de modo común y modo diferencial

Habitualmente en el estudio de electrónica, las corrientes en los conductores se pueden separar en corrientes de modo común y en modo diferencial, esta separación es útil para separar las señales útiles (modo diferencial) de las señales interferentes o ruidos electromagnéticos (modo común). Considere dos conductores paralelos de la misma sección separados una distancia s , por el que circula una corriente I_1 en el conductor superior e I_2 en el conductor inferior como se puede observar en la Figura 3.7.

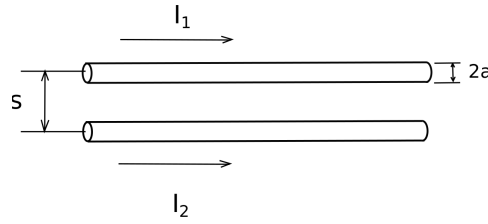


Figure 3.7: Corrientes de modo diferencial y modo comun en dos conductores

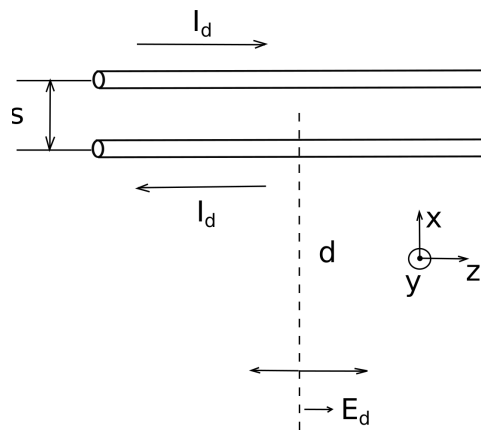
La corriente I_1 e I_2 se pueden escribir como una suma y resta respectivamente de corrientes de modo comun y diferencial.

$$\begin{aligned} I_1 &= I_c + I_d \\ I_2 &= I_c - I_d \end{aligned} \quad (3.57)$$

Si se despeja las expresiones de las corrientes de modo comun y modo diferencial, se obtiene:

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{I_1 + I_2}{2} \\ I_d &= \frac{I_1 - I_2}{2} \end{aligned} \quad (3.58)$$

Las corrientes de modo diferencial se pueden observar al considerar dos conductores de la Figura 3.8, donde la separación es mucho menor a la longitud de onda que se propaga en los conductores, $s \ll \lambda$, al cumplirse esta condición este par de conductores se comportará como una línea de transmisión bifilar. Las corrientes son de igual intensidad y de sentido opuesto, entonces el campo eléctrico generado por cada corriente será prácticamente igual, en sentido opuesto, por lo tanto la suma vectorial de los campos eléctricos será pequeña [35].

Figure 3.8: Campo eléctrico generado por corrientes de MD donde $s \ll \lambda$

En equipos de comunicaciones, habitualmente las tensiones y corrientes

de modo diferencial son las que transmiten las señales útiles, que interesa lleguen a un receptor o equipo remoto.

Las corrientes de modo común se pueden observar en la Figura 3.9, donde las emisiones de dos conductores, muestran el campo eléctrico emitido por las corrientes de modo común, donde se suman las contribuciones de los campos eléctricos de cada conductor en forma constructiva, por lo tanto el vector total será mayor.

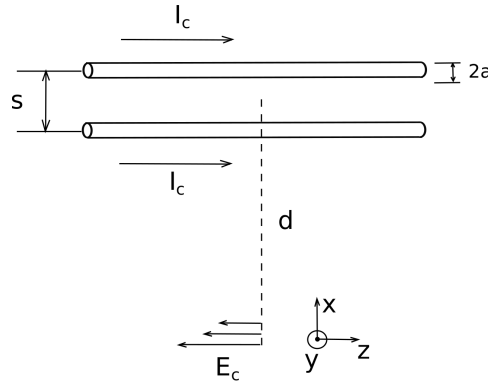


Figure 3.9: Campo eléctrico generado por corrientes de MC donde $s \ll \lambda$

Para el caso general entre dos cables paralelos, se pueden tener dos casos de la separación respecto a la longitud de onda: a) $s \ll \lambda$ b) $s \geq \lambda$, de acuerdo a como sea esta relación se calcularán las emisiones en las secciones posteriores.

Ejemplo corrientes de MC y MD

Se puede observar en la Figura 3.10, que el circuito 1 le envía señales digitales al circuito 2, las corrientes de modo diferencial propiamente dichas son las que están marcadas en el circuito como I_{DM} . La corriente de modo común, es la corriente que se origina por un pobre camino de tierra o de referencia, y está marcada como I_{CM} en el dibujo. Esta corriente de modo común se suma a la corriente existente en los conductores de señales 1 y 2. Nótese que el generador de modo común, se encuentra en el camino de tierra, porque se origina por la caída de potencial allí [37].

3.6 Emisiones radiadas según CISPR 22

La Norma Internacional CISPR 22 establece los niveles máximos permitidos de emisión del campo eléctrico entre las frecuencias de 0 y 230MHz es $40\text{dB}\mu\text{V}/\text{m}$ y entre 230MHz y 3000GHz es de $47\text{dB}\mu\text{V}/\text{m}$, medido con detectores cuasipico (QP). Esto se puede observar en las Tablas 3.11, 3.13 y en la Figura 3.12.

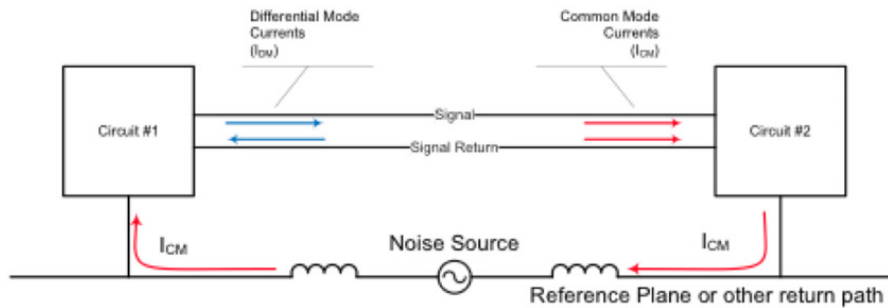


Figure 3.10: Corrientes de modo diferencial y modo comun en dos conductores. Ref: Basic EMI Concepts, May 31, 2018 Kenneth Wyatt, <https://interferencetechnology.com/basic-emi-concepts/>

6 Limits for radiated disturbance

6.1 Limits below 1 GHz

The EUT shall meet the limits of Table 5 or Table 6 when measured at the measuring distance R in accordance with the methods described in Clause 10. If the reading on the measuring receiver shows fluctuations close to the limit, the reading shall be observed for at least 15 s at each measurement frequency; the highest reading shall be recorded, with the exception of any brief isolated high reading, which shall be ignored.

Table 5 – Limits for radiated disturbance of class A ITE at a measuring distance of 10 m

Frequency range MHz	Quasi-peak limits dB(μV/m)
30 to 230	40
230 to 1 000	47
NOTE 1 The lower limit shall apply at the transition frequency.	
NOTE 2 Additional provisions may be required for cases where interference occurs.	

Table 6 – Limits for radiated disturbance of class B ITE at a measuring distance of 10 m

Frequency range MHz	Quasi-peak limits dB(μV/m)
30 to 230	30
230 to 1 000	37
NOTE 1 The lower limit shall apply at the transition frequency.	
NOTE 2 Additional provisions may be required for cases where interference occurs.	

Figure 3.11: Tabla de Emisiones segun la Norma CISPR22 para dispositivos Clase A y B para detector cuasipico.

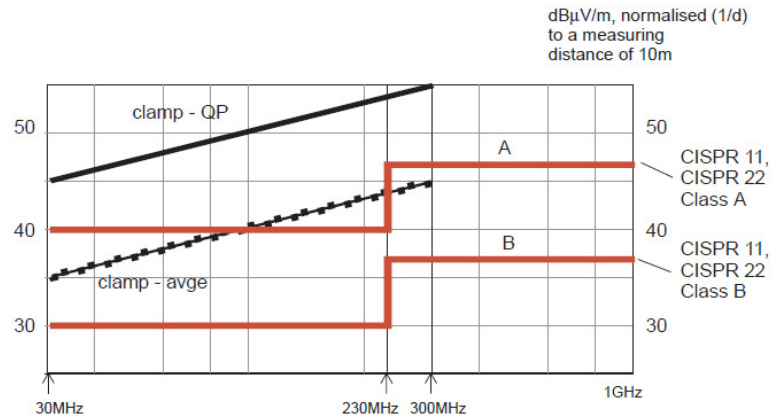


Figure 3.12: Figura de las emisiones según la Norma CISPR22 para dispositivos Clase A y B, medidos con detector cuasipico y detector de valor medio

6 Limits for radiated disturbance

6.1 Limits below 1 GHz

The EUT shall meet the limits of Table 5 or Table 6 when measured at the measuring distance R in accordance with the methods described in Clause 10. If the reading on the measuring receiver shows fluctuations close to the limit, the reading shall be observed for at least 15 s at each measurement frequency; the highest reading shall be recorded, with the exception of any brief isolated high reading, which shall be ignored.

Table 5 – Limits for radiated disturbance of class A ITE at a measuring distance of 10 m

Frequency range MHz	Quasi-peak limits dB(μV/m)
30 to 230	40
230 to 1 000	47
NOTE 1 The lower limit shall apply at the transition frequency. NOTE 2 Additional provisions may be required for cases where interference occurs.	

Table 6 – Limits for radiated disturbance of class B ITE at a measuring distance of 10 m

Frequency range MHz	Quasi-peak limits dB(μV/m)
30 to 230	30
230 to 1 000	37
NOTE 1 The lower limit shall apply at the transition frequency. NOTE 2 Additional provisions may be required for cases where interference occurs.	

Figure 3.13: Tabla de Emisiones según la Norma CISPR22 para dispositivos Clase A y B para detector cuasipico.

3.7 Modelo de emisión simple

En el estudio de teoría de antenas se tienen dos fuentes de campo, consideradas como focos isotrópicos, y cada foco genera un término de campo eléctrico, que al sumarse, resulta el campo eléctrico total [35],[36]. Para el presente modelo de compatibilidad electromagnética se consideran dos conductores, que por ser la longitud del cable mucho más pequeña que la longitud de onda de la corriente que circula por los conductores, que se encuentran separados de una distancia s . Esto se puede observar en una vista de corte de la Figura 3.14.

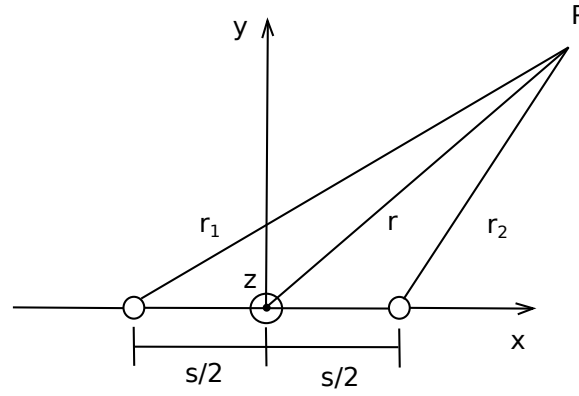


Figure 3.14: Distancias a un punto P desde cada conductor para el modelo de campo radiado

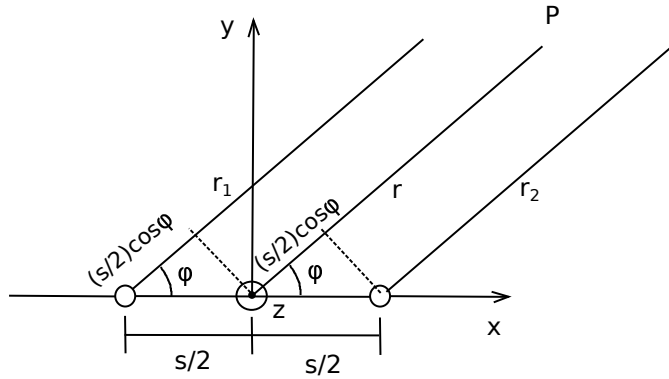


Figure 3.15: Aproximación de distancias en campo lejano para el modelo de campo radiado

Considerando que las dos fuentes son dipolos de Hertz con longitud $\Delta L = \Delta L_1 = \Delta L_2$, para $\theta = \pi/2$, se tiene:

$$\vec{E} = \frac{jZ_{00}kI_{01}e^{j\alpha_1}\Delta L \text{sen}\theta}{4\pi r_1} e^{-jkr_1} \hat{z} + \frac{jZ_{00}kI_{02}e^{j\alpha_2}\Delta L \text{sen}\theta}{4\pi r_2} e^{-jkr_2} \hat{z} \quad (3.59)$$

La contribución total del campo generado por las fuentes será:

$$E = jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta \left[\frac{e^{j\alpha_1-jkr_1}}{4\pi r_1} + \frac{e^{j\alpha_2-jkr_2}}{4\pi r_2} \right] \quad (3.60)$$

Considerando que la distancia de cada fuente a un punto P cualquiera, se pueden aproximar las distancias r_1 y r_2 para el modulo y fase como se observa en la Figura 3.15. Esta aproximación habitualmente usada para obtener los campos eléctricos y magnéticos totales [35]:

Para el módulo: $r_1 = r_2 = r$

Para la fase: $r_2 = r - \frac{s}{2}\cos\phi$ y $r_1 = r + \frac{s}{2}\cos\phi$

Al considerar que un dipolo se toma como referencia, se puede escribir: $\alpha_2 = 0$ y $\alpha_1 = \alpha$, por lo tanto:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta}{4\pi r} \left[e^{j\alpha-jkr_1} + e^{-jkr_2} \right] \quad (3.61)$$

Operando se obtiene:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta e^{j\alpha/2}}{4\pi r} \left[e^{j\alpha/2-jkr_1} + e^{-j\alpha/2-jkr_2} \right] \quad (3.62)$$

El campo generado por dos fuentes

Teniendo en cuenta : $r_2 = r - \frac{s}{2}\cos\phi$ y $r_1 = r + \frac{s}{2}\cos\phi$

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r} \left[e^{j\frac{\alpha}{2}-jk\frac{s}{2}\cos\phi} + e^{-(j\frac{\alpha}{2}-jk\frac{s}{2}\cos\phi)} \right] \quad (3.63)$$

Resulta:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r} 2\cos\left(\frac{\alpha}{2} - k\frac{s}{2}\cos\phi\right) \quad (3.64)$$

Reemplazando $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, se obtiene:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r} 2\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi s}{\lambda}\cos\phi\right) \quad (3.65)$$

Aquí se puede observar dos términos importantes: el factor del conjunto "AF" (Array factor) y el factor del elemento $f(\theta)$ son:

$$\begin{aligned} AF(\phi) &= \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi s}{\lambda}\cos\phi\right) \\ f(\theta) &= \text{sen}\theta \end{aligned} \quad (3.66)$$

Por lo tanto el campo eléctrico total se expresa como el producto de AF y $f(\theta)$, y una constante que incluye a la intensidad de la corriente, la distancia r , la longitud de los dipolos ΔL , la constante de propagación k , la impedancia característica Z_{00} :

$$\boxed{E = cte \cdot f(\theta)AF(\phi)} \quad (3.67)$$

$$\text{donde } cte = 2 \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r}$$

3.8 Emisión de modo diferencial

Considere dos corrientes que tienen la misma intensidad, pero que circulan en sentidos opuestos como se puede observar en la Figura 3.16.

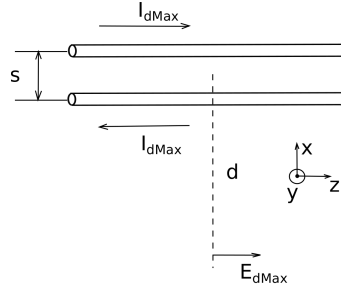


Figure 3.16: Emisión en modo diferencial

Para el caso de dos conductores, el campo eléctrico emitido por estos conductores obedecen a la expresión 3.65:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot 2\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.68)$$

Como $\alpha = \pi$ para el Modo diferencial:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.69)$$

Y teniendo en cuenta la identidad $\cos(\frac{\pi}{2} - a) = \text{sen}(a)$:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot 2\text{sen}\left(\frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.70)$$

Tomando el modulo

$$|E| = \frac{Z_{00}kI_0\Delta L \text{sen}\theta}{4\pi r} \cdot 2\text{sen}\left(\frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.71)$$

Considerando: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\lambda = \frac{c}{f}$, $Z_{00} = 120\pi\Omega$, $\theta = \pi/2$, $r = d$ y $\phi = 0$, se obtiene:

$$|E| = \frac{1.25610^{-6} f I_0 \Delta L}{d} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi s}{\lambda} \right) [V/m] \quad (3.72)$$

Si se puede considerar $\text{sen} \left(\frac{\pi s}{\lambda} \right) \cong \frac{\pi s}{\lambda}$, entonces:

$$|E| \cong \frac{1.256 \cdot 10^{-6} f I_0 \Delta L}{d} \cdot \left(\frac{\pi s}{\lambda} \right) [V/m] \quad (3.73)$$

Resulta [38]:

$$|E| \cong \frac{1.31 \cdot 10^{-14} f^2 I_0 \Delta L s}{d} [V/m] \quad (3.74)$$

Por lo tanto para la intensidad de corriente máxima que circula por los conductores I_{0MAX} se puede obtener a partir del campo máximo permitido por la norma CISPR22 E_{max} :

$$I_{0MAX} \cong \frac{|E_{max}| d}{1.31 \cdot 10^{-14} f^2 \Delta L s} [A] \quad (3.75)$$

Ejemplo

La norma CISPR 22 establece que para frecuencias de $30MHz$ a $230MHz$ el campo máximo es de $E_{max} = 40dB/\mu V/m$ ($E = 100\mu V/m$), a $d = 10m$. Considerando dos cables de longitud $\Delta L = 1m$, separados a $s = 1,3mm$

$$I_{0MAX} \cong \frac{100\mu V/m \cdot 10m}{1.31 \cdot 10^{-14} \frac{\Omega}{Hz^2 \cdot m^2} (30 \cdot 10^6 Hz)^2 \cdot 1m \cdot 1,3 \cdot 10^{-3}m} [A] \quad (3.76)$$

La corriente máxima resulta:

$$I_{0MAX} \cong 65\mu A \quad (3.77)$$

Se puede realizar la representación grafica de la expresión del campo eléctrico normalizado, producido por las corrientes de modo diferencial (MD), usando la ecuación (3.71):

$$|E| = \frac{Z_{00} k I_0 \Delta L \text{sen} \theta}{4\pi r} \cdot 2 \text{sen} \left(\frac{\pi s}{\lambda} \cos \phi \right) \quad (3.78)$$

Considerando un punto de observación a una determinada distancia r , la función del campo eléctrico se puede normalizar:

$$f_{MD}(\theta, \phi) = \frac{|E|}{|E_{max}|} = \text{sen} \theta \text{sen} \left(\frac{\pi s}{\lambda} \cos \phi \right) \quad (3.79)$$

Donde las variables serán θ y ϕ Esta función normalizada del campo eléctrico es una función en tres dimensiones, pero en los problemas de radiación electromagnética se suelen observar en dos cortes, uno en el plano XZ en la Figura 3.17 y el otro en el plano XY en la Figura 3.18, considerando la frecuencia y la separación de conductores: $f = 200MHz$ y $s = 10mm$.

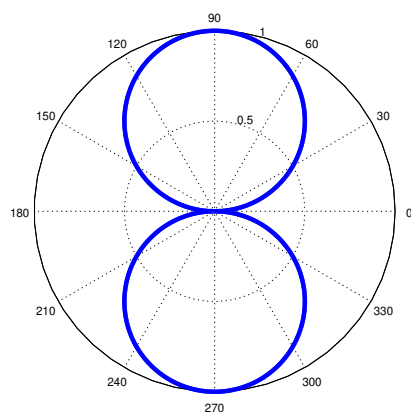


Figure 3.17: Emisión de la corriente de MD plano XZ

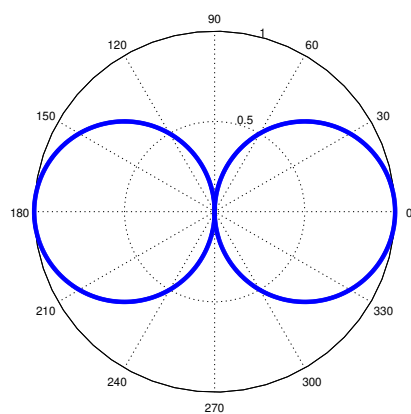


Figure 3.18: Emisión de la corriente de MD plano XY

3.9 Emisión de modo común

Considere dos corrientes que circulan en el mismo sentido y de la misma amplitud, que son las corrientes de modo común, como se puede observar en la Figura 3.19

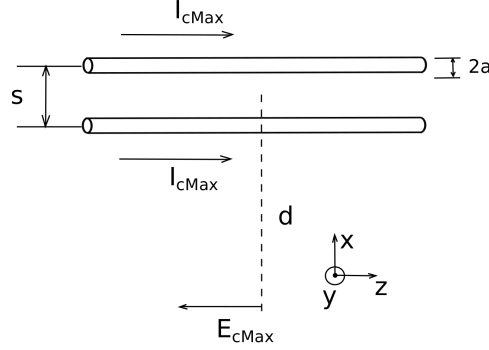


Figure 3.19: Emisión por las corrientes de modo común

En Modo Común $I_1 = I_2 = I_C$, y además $\alpha = 0$ porque las corrientes están en fase, entonces la expresión del campo eléctrico del modelo visto anteriormente, ecuación (3.65), se tiene:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \sin\theta e^{j\alpha/2} e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot 2\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.80)$$

Como las corrientes se encuentran en fase, $\alpha = 0$, resulta:

$$E = \frac{jZ_{00}kI_0\Delta L \sin\theta e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot 2\cos\left(\frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.81)$$

Tomando el modulo y considerando: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\lambda = \frac{c}{f}$, $Z_{00} = 120\pi\Omega$, $\theta = \pi/2$, $r = d$

$$|E| = \frac{Z_{00}kI_0\Delta L \sin\theta}{4\pi r} \cdot 2\cos\left(\frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.82)$$

Para el caso: $\frac{s}{\lambda} \ll 1$ [38]:

$$|E| = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{f\Delta L I_0}{d} [\text{V/m}] \quad (3.83)$$

Considerando la Norma CISPR 22 que fija el campo máximo, de aquí se puede obtener una corriente máxima:

$$I_{MAX} = \frac{|E_{MAX}| d}{1,256 \cdot 10^{-6} \Delta L f} \quad (3.84)$$

Ejemplo

Para $f=30\text{MHz}$, la norma CISPR22 dice: $E_{MAX} = 40\text{dB}\mu\text{V}/\text{m}$ a una distancia de $d = 10\text{m}$ considerando un cable de longitud $\Delta L = 1\text{m}$

Por lo tanto para un determinado campo máximo, se puede obtener una corriente máxima

$$I_{MAX} = \frac{|E_{MAX}| d}{1,256 \cdot 10^{-6} \Delta L f} \quad (3.85)$$

Reemplazando los valores:

$$I_{MAX} = \frac{100 \cdot 10^{-6} 10}{1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 30 \cdot 10^6} [A] \quad (3.86)$$

La corriente máxima resulta:

$$I_{MAX} = 26,5 \cdot 10^{-6} A = 26,5 \mu A \quad (3.87)$$

Analogamente al caso diferencial, se puede realizar la representación grafica del campo eléctrico normalizado producido por las corrientes de modo común (MC) a partir de la expresión (3.82), y se expresa como:

$$f_{MC}(\theta, \phi) = \frac{|E|}{|E_{Max}|} = \text{sen}\theta \cos\left(\frac{\pi s}{\lambda} \cos\phi\right) \quad (3.88)$$

Donde las variables serán θ y ϕ . Esta función normalizada del campo eléctrico es una función en tres dimensiones, pero en los problemas de radiación electromagnética se suelen observar en dos cortes, uno en el plano XZ en la Figura 3.20 y el otro en el plano XY en la Figura 3.21, considerando la frecuencia y la separación de conductores: $f = 200\text{MHz}$ y $s = 10\text{mm}$.

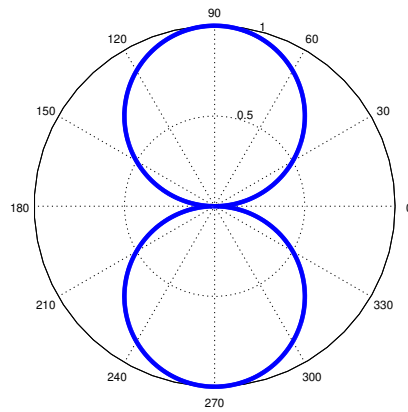


Figure 3.20: Emisión de la corriente de MC plano XZ

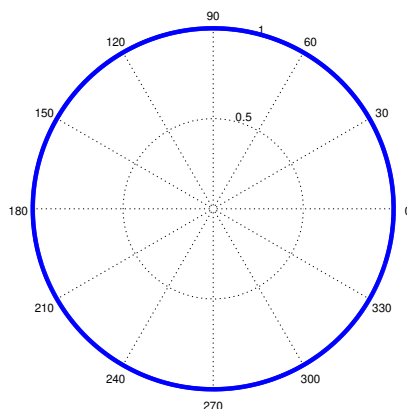


Figure 3.21: Emisión de la corriente de MC plano XY

A continuación se muestra la lista del código escrito en GNU OCTAVE para graficar las emisiones de campo eléctrico producido por las corrientes de MD y MC, con que se han obtenido las Figuras 3.17, 3.18, 3.20 y 3.21 .

```
% Programa de calculo de las emisiones de MD y MC Cap.2
% GNU OCTAVE
%DATOS
clc
clear all
close all
frec = 200e6;           % Frecuencia (Hz)
c = 3e8;                % velocidad de la luz en el vacío (m/s)
lambda = c/frec;        % longitud de onda (m)
omega = 2*pi*frec;      % pulsación angular (1/s)
beta = omega/c;         % Constante de fase (2*pi/lambda) (1/m)
mu0=4*pi*10^(-7);      % Permeabilidad magnética del vacío
epsilon0=8.854*10^(-12); % Permitividad eléctrica del vacío
Z00=120*pi;            % Impedancia intrínseca del vacío
s=10e-3;               % Separación entre los conductores
%CALCULOS
theta=linspace(0,2*pi,1000);
f1rel=abs(sin(theta)); %.*sin((pi*s/lambda)*cos(fi));
f3rel=abs(sin(theta)); %.*sin((pi*s/lambda)*cos(fi));
fi = linspace (0,2*pi,1000);
f2= abs(sin((pi*s/lambda).*cos(fi)));
f2rel=f2./(max(f2));
f4= abs(cos((pi*s/lambda).*cos(fi)));
```



```
f4rel=f4./(max(f4));

%GRAFICOS
figure(1);
polar(theta, f1rel,'.-b');
title ('Emision MD en el Plano XZ','FontSize',28);
print('-depsc2','emision_MD_XZ')
figure(2);
polar(fi, f2rel,'.-b');
title ('Emision MD en el Plano XY','FontSize',28);
print('-depsc2','emision_MD_XY')
figure(3);
polar(theta, f3rel,'.-b');
title ('Emision MC en el Plano XZ','FontSize',28);
print('-depsc2','emision_MC_XZ')
figure(4);
polar(fi, f3rel,'.-b');
title ('Emision MC en el Plano XY','FontSize',28);
print('-depsc2','emision_MC_XY')
```

