- Pembagi $(ax + b)$

Menentukan hasil dan sisa dari pembagian $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 4$ oleh $Q(x) = 3x - 1$.

Penyelesaian:

- Pembagi $(3x - 1) = 3(x - \frac{1}{3})$
- Bagi $P(x)$ oleh $(x - \frac{1}{3})$

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & 2 & -1 & 3 \\
\frac{1}{3} & & \frac{2}{3} & -\frac{1}{9} \\
\hline
 & 2 & -\frac{1}{3} & \boxed{\frac{26}{9}}
\end{array}
\;+
$$

ruang guru

Dari bentuk umum $P(x) = Q(x) \cdot H(x) + S(x)$ diperoleh:

$$P(x) = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right) + \frac{26}{9}$$

$$P(x) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)\frac{\left(2x - \frac{1}{3}\right)}{3} + \frac{26}{9}$$

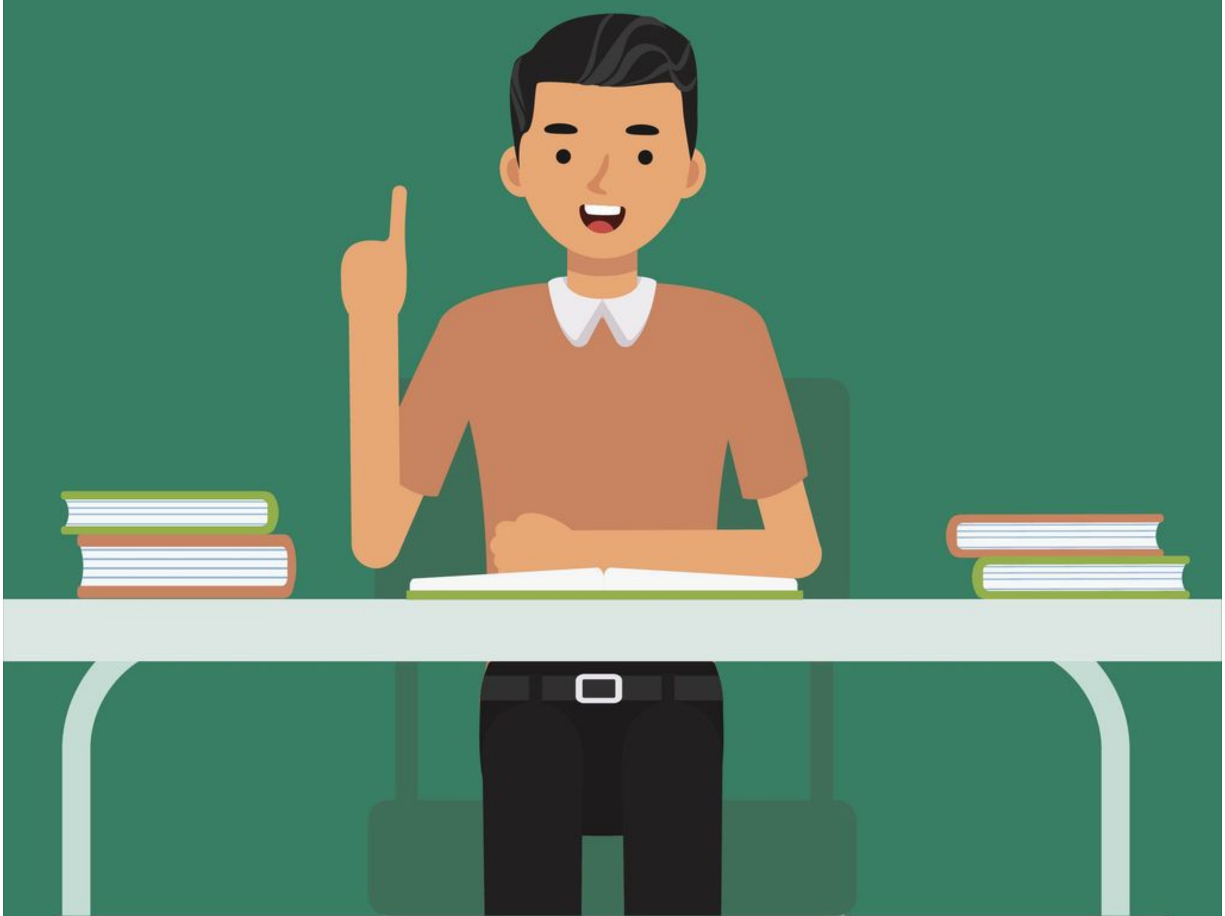
$$P(x) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{9}\right) + \frac{26}{9}$$

Hasil $P(x)$ oleh $(3x - 1)$ adalah $\frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$ dan sisanya adalah $\frac{26}{9}$.

- **Pembagi $(x-a)(x-b)$**

Suku banyak $P(x)$ dibagi $(x-a)(x-b)$, dapat ditulis dalam bentuk :

$$P(x) = \underbrace{(x-a)(x-b)}_{\text{Pembagi}}\underbrace{H(x)}_{\text{Hasil bagi}} + \underbrace{(x-a)S_2 + S_1}_{\text{Sisa bagi}}$$



ruang guru

Contoh:

Menentukan hasil dan sisa dari pembagian

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 1 \text{ oleh}$$
$$Q(x) = x^2 - x - 2$$

Penyelesaian:

- Pembagi $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$
- Misal $(x-2)$ pembagi pertama dan $(x+1)$ pembagi kedua

	1	-2	3	0	1	
2		2	0	6	12	+
	1	0	3	6	$\boxed{13}$	$\to S_1$
-1		-1	1	-4	+	
	1	-1	4	$\boxed{2}$	$\to S_2$	

Hasil bagi $H(x) = x^2 - x + 4$

Sisa bagi $S(x) = (x-2)(2) + 13 = 2x + 9$

ruang guru

2 Metode Skema Horner

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 2 & 3 & 0 & 1 & -3 \\
x = 2 & & 4 & 14 & 28 & 58 \\
\hline
 & 2 & 7 & 14 & 29 & \boxed{55}
\end{array}
\quad +
$$

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

Nilai $P(2)$

- Baris 1 diisi dengan koefisien dari suku pangkat tertinggi hingga konstanta terurut.
- Baris 3 kolom 1 (yaitu 2) diperoleh dengan menuliskan langsung nilai pada baris 2 kolom 1.
- Baris 2 kolom 2 (yaitu 4) diperoleh dari mengalikan bilangan pada baris 3 kolom 1 dengan nilai x.
- Baris 3 kolom 2 (yaitu 7) diperoleh dari penjumlahan baris 1 dan baris 2 pada kolom 2 (yaitu $3 + 4$).
- Baris 2 kolom 3 (yaitu 14) diperolah dari mengalikan bilangan pada baris 3 kolom 2 dengan nilai x.
- Baris 3 kolom 3 (yaitu 14) diperoleh dari penjumlahan baris 1 dan baris 2 pada kolom 3 (yaitu $0 + 14$).
- Bagitu seterusnya hingga baris dan kolom terakhir inilah yang merupakan nilai dari suku banyak $P(2)$.

ruang guru

Perkalian Suku Banyak

Contoh:

Diketahui Perkalian $f(x) = x^3 - 1$ dengan

$$g(x) = 2x^4 - 3x + 4$$

Cara Penyelesaian:

1 Menggambar pesergi panjang (grid atau kisi)

	x^3	-1
$2x^4$	$2x^7$	$-2x^4$
$-3x^4$	$-3x^4$	$3x$
$+4$	$4x^3$	-4

$$f(x) \cdot g(x) = 2x^7 + (-3x^4 - 2x^4) + 4x^3 + 3x - 4$$

$$= 2x^7 - 5x^4 + 4x^3 + 3x - 4$$

2 Distributif

Mengalikan setiap suku pada $f(x)$ dengan setiap suku pada $g(x)$.

$$f(x) \cdot g(x) = (x^3 - 1)(2x^4 - 3x + 4)$$

$$= 2x^7 + (-3x^4 - 2x^4) + 4x^3 + 3x - 4$$

$$= 2x^7 - 5x^4 + 4x^3 + 3x - 4$$

ruang guru

Kesamaan Suku Banyak

Suku banyak $f(x)$ dan $g(x)$ dikatakan sama apabila memiliki derajat, konstanta dan koefisien yang sama untuk suku-suku yang bersesuaian.

Misalkan terdapat fungsi polinomial

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$$
$$g(x) = b_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \cdots + b_1 x + b_0$$

$f(x) = g(x)$ apabila

$a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, a_{n-2} = b_{n-2}, ..., a_1 = b_1,$

dan, $a_0 = b_0$.

Pembagian Suku Banyak

Suku banyak $P(x)$ berderajat n dibagi $Q(x)$ berderajat m dengan $m \leq n$ mempunyai hasil bagi $H(x)$ berderajat $n - m$ dan sisa bagi $S(x)$ berderajat maksimal $m - 1$.

$$P(x) = Q(x) \cdot H(x) + S(x)$$

Operasi Pembagian Suku Banyak

1 Cara kesamaan suku banyak

Menentukan hasil dan sisa dari pembagian $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 4$ oleh $Q(x) = x - 1$.

Penyelesaian:

Derajat $P(x) = 3$

Derajat $Q(x) = 1$

Derajat hasil bagi $H(x) = 3 - 1 = 2$,
misal $H(x) = ax^2 + bx + c$

Derajat sisa bagi $S(x) = 1 - 1 = 0$,
misal $S(x) = d$

Berdasarkan bentuk umum pembagian suku banyak:

$$P(x) = Q(x) \cdot H(x) + S(x)$$
$$2x^3 + x^2 - 3x + 4 = (x - 1)(ax^2 + bx + c) + d$$

dengan kesamaan suku banyak, diperoleh:

Hasil bagi $H(x) = ax^2 + bx + c = 2x^2 + 3x$
Sisa bagi atau $S(x) = d = 4$

2 Cara Pembagian Bersusun

Menentukan hasil dan sisa dari pembagian $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 4$ oleh $Q(x) = x - 1$.

Penyelesaian:

Pembagi $Q(x)$

Hasil bagi $H(x)$

Polinomial yang dibagi $P(x)$

$$\begin{array}{r|l}
 & 2x^2 + 3x \\
\hline
x - 1 & 2x^3 + x^2 - 3x + 4 \\
 & 2x^3 - 2x^2 \qquad\qquad\quad - \\
\hline
 & \qquad 3x^2 - 3x + 4 \\
 & \qquad 3x^2 - 3x \qquad\quad - \\
\hline
 & \qquad\qquad\qquad\quad 4
\end{array}$$

Sisa bagi $S(x)$

3 Cara Horner

- Pembagi $(x - h)$

Menentukan hasil dan sisa dari pembagian

$P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 4$ oleh $Q(x) = x - 1.$

Penyelesaian:

- Tuliskan koefisien dan konstanta pada
- Pembagi $(x - 1) \rightarrow x = -(-1) = 1$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & 1 & -3 & 4 \\
x = 2 & & 2 & 3 & 0 \\
\hline
 & 2 & 3 & 0 & \boxed{4}
\end{array}
\quad + \rightarrow \text{Sisa bagi}
$$

$\underbrace{2 \quad 3 \quad 0}_{\text{Hasil bagi}}$

Derajat hasil bagi adalah $3 - 1 = 2.$

Hasil bagi $H(x) = 2x^2 + 3x.$

Hasil bagi $S(x) = 4.$

ruang guru

Konsep Kilat

POLINOMIAL

Suatu bentuk matematika yang merupakan penjumlahan atau pengurangan dari satu suku atau lebih dengan pangkat variabelnya harus bilangan bulat dan tidak negatif.

Bentuk Umum

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Keterangan:

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_2, a_1$: koefisien

a_0 : konstanta

n : derajat

Contoh:

$$2x^4 + 2x^3 + x - 3$$

ruang guru

Nilai Suku Banyak (Polinomial)

1 Metode Substitusi

Nilai suku banyak $P(x)$ untuk $x = k$ adalah $P(k)$.

Contoh:

Nilai suku banyak $P(x) = 2x^4 + 3x^3 + x - 3$ saat $x = 2$ adalah $P(2)$.

$$P(2) = 2(2)^4 + 3(2)^3 + (2) - 3$$

$$P(2) = 32 + 24 + 2 - 3$$

$$P(2) = 55$$

Jadi nilai suku banyak $P(x) = 2x^4 + 3x^3 + x - 3$ saat $x = 2$ adalah 55.

Penjumlahan dan Pengurangan Suku Banyak

1. Kelompokkan suku-suku sejenis.
2. Jumlahkan atau kurangkan koefisien dari suku tersebut

Contoh:

Diketahui $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x + 8$
dan $g(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 10$

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= (2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x + 8) + (x^3 + 2x^2 + 3x - 10) \\ &= (2x^4) + (-3x^3 + x^3) + (5x^2 + 2x^2) + (-x + 3x) + (8 - 10) \\ &= 2x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= (2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x + 8) - (x^3 + 2x^2 + 3x - 10) \\ &= (2x^4) + (-3x^3 - x^3) + (5x^2 - 2x^2) + (-x - 3x) + (8 + 10) \\ &= 2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 4x + 18 \end{aligned}$$