

Persamaan Nilai Mutlak

Langkah-Langkah Menentukan Penyelesaian Persamaan Nilai Mutlak

- 1 Menjabarkan bentuk nilai mutlak menggunakan definisi nilai mutlak.
- 2 Menggambarkan garis bilangan dan menggabungkan garis bilangan yang diperoleh.
- 3 Menyelesaikan persamaan berdasarkan kemungkinan daerah penyelesaian dan memeriksa nilai x dengan syarat.
- 4 Menuliskan kesimpulan dalam himpunan penyelesaian.

Contoh Soal

Menentukan himpunan penyelesaian dari

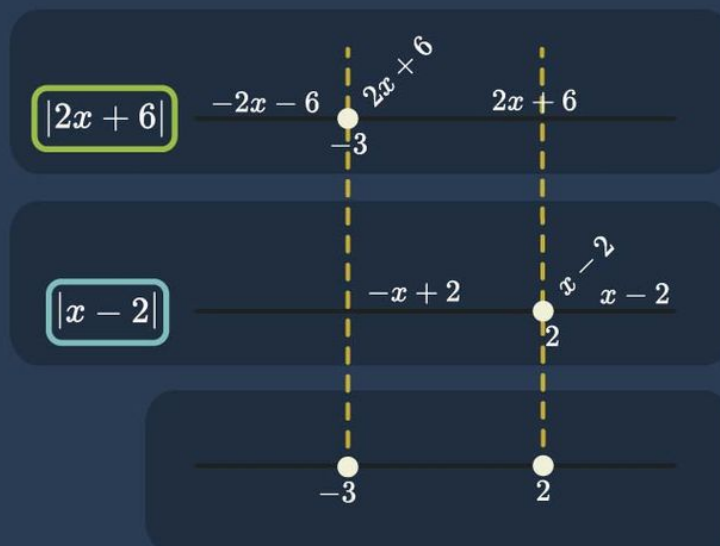
$$|2x + 6| + |x - 2| = -x + 6$$

1 Menjabarkan bentuk nilai mutlak

$$|2x + 6| = \begin{cases} 2x + 6, & \text{jika } x \geq -3 \\ -2x - 6, & \text{jika } x < -3 \end{cases}$$

$$|x - 2| = \begin{cases} x - 2, & \text{jika } x \geq 2 \\ -x + 2, & \text{jika } x < 2 \end{cases}$$

2 Menggambarkan garis bilangan dan menggabungkan garis bilangan yang diperoleh.



Untuk menyelesaikan persamaannya ada 3 kasus, yaitu:

$$x < -3, -3 \leq x < 2, \text{ dan } x \geq 2.$$

Pertidaksamaan Bentuk Akar

$$\sqrt{f(x)} > g(x)$$



$$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$$



Berlaku tanda “<, ≤, ≥”

Langkah-langkah Menentukan Penyelesaian

- 1 Tentukan syarat domain terbesar.
- 2 Tentukan nilai x
 - Untuk $g(x) \geq 0$
 - Untuk $g(x) < 0$
- 3 Tarik kesimpulan penyelesaian.

$$\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} > k,$$

k adalah konstanta

Langkah-langkah Menentukan Penyelesaian

- 1 Tentukan syarat domain terbesar.
- 2 Buat ruas kanan nol, lalu cari pembuat nol.
- 3 Buat garis bilangan untuk pembuat nol.
- 4 Tarik kesimpulan penyelesaian.

Pertidaksamaan Kuadrat Dua Variabel

$$y < ax^2 + bx + c$$

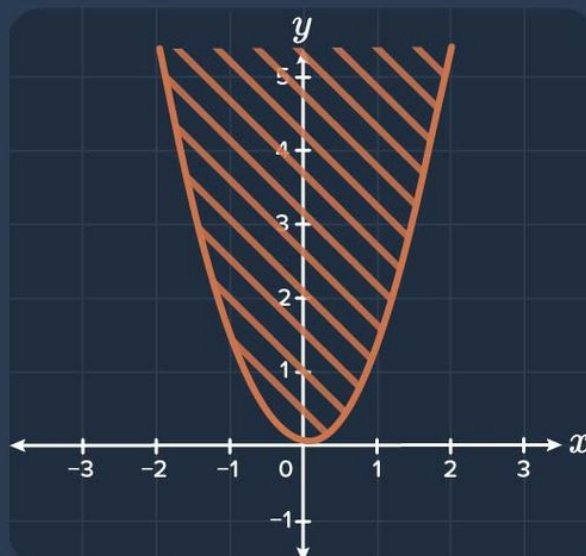
$$y > ax^2 + bx + c$$

$$y \leq ax^2 + bx + c$$

$$y \geq ax^2 + bx + c$$

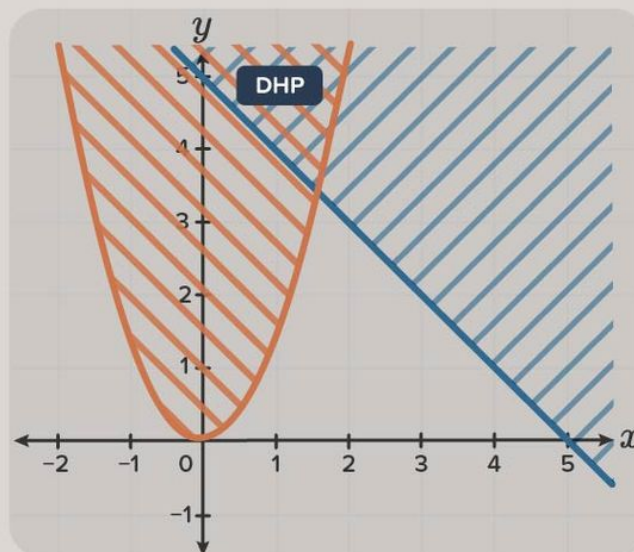
Contoh

$$y \geq x^2$$



Sistem Pertidaksamaan Linear Kuadrat Dua Variabel dan Daerah Himpunan Penyelesaian

$$\begin{array}{ll} x + y \geq 5 & \longrightarrow \text{Pertidaksamaan linear} \\ y \geq x^2 & \longrightarrow \text{Pertidaksamaan kuadrat} \end{array}$$



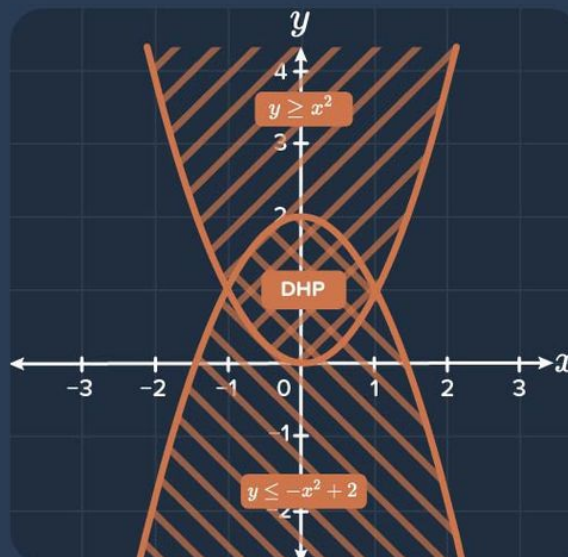
Sistem Pertidaksamaan Kuadrat Dua Variabel (SPtKDV)

Sistem pertidaksamaan kuadrat dua variabel terdiri dari beberapa pertidaksamaan kuadrat dua variabel.

Daerah himpunan penyelesaian (DHP) SPtKDV adalah daerah irisan kedua grafik dari pertidaksamaan kuadrat dua variabel.

Contoh

$$\begin{array}{ll} y \geq x^2 & \longrightarrow \text{Pertidaksamaan kuadrat} \\ y \leq -x^2 + 2 & \longrightarrow \text{Pertidaksamaan kuadrat} \end{array}$$



Langkah-Langkah Menggambar DHP pada Sistem Pertidaksamaan Kuadrat Dua Variabel

- 1 Gambar masing-masing grafik menggunakan pertidaksamaan kuadratnya
- 2 Tentukan daerah himpunan penyelesaian
- 3 Lihat daerah irisan kedua daerah himpunan penyelesaian pertidaksamaan



Pertidaksamaan Kuadrat

Bentuk Umum Pertidaksamaan Kuadrat

$$ax^2 + bx + c \circ 0, a \neq 0$$

Berlaku $<, \leq, \geq$

Cara Menentukan Penyelesaian Pertidaksamaan Kuadrat

1. Buat ruas kanannya nol
2. Cek bisa difaktorkan atau tidak
 - A. Jika bisa difaktorkan, cari pembuat nolnya.
 - B. Jika tidak bisa difaktorkan, cek diskriminannya.
3. Buat garis bilangan
4. Tarik kesimpulan penyelesaiannya

Langkah-Langkah Menentukan Penyelesaian Persamaan Rasional



Menentukan syarat
bentuk rasional,
penyebutnya tidak
sama dengan nol



Menentukan
kemungkinan
nilai x



Memeriksa nilai x
dengan syarat



Tuliskan kesimpulan
dalam himpunan
penyelesaian

Contoh

Menentukan himpunan penyelesaian
himpunan $\frac{5x-7}{x+1} = 2$

Penyelesaian**1**

Syarat bentuk rasional

$$x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

2Menentukan kemungkinan nilai x

$$\frac{5x-7}{x+1} \cdot (x+1) = 2 \cdot (x+1)$$

$$5x - 7 = 2x + 2$$

$$5x - 7 - 2x - 2 = 0$$

$$3x - 9 = 0$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

3Memeriksa nilai x

Syarat $x = -1$, karena $3 \neq -1$ maka 3 merupakan penyelesaian.

4

Kesimpulan

Himpunan penyelesaian dari $\frac{5x-7}{x+1} = 2$ adalah HP = {3}.

Pertidaksamaan Rasional

Contoh

$$\frac{5x-7}{x+1} < 2 ; \frac{5x-7}{x+1} > 2 ; \frac{5x-7}{x+1} \leq 2 ; \frac{5x-7}{x+1} \geq 2 ;$$

Langkah-Langkah Menentukan Penyelesaian Pertidaksamaan Rasional

1. Buat ruas kanan nol kemudian sederhanakan
2. Tentukan pembuat nol pembilang, kemudian gambarkan garis bilangan dari pembilang
3. Tentukan pembuat nol penyebut, kemudian gambarkan garis bilangan dari penyebut
4. Gambarkan garis bilangan dari bentuk rasional
5. Tuliskan kesimpulan dalam himpunan penyelesaian

Contoh

Menentukan himpunan penyelesaian
himpunan $\frac{5x-7}{x+1} \leq 2$

Penyelesaian**1**

Buat ruas kanan nol, kemudian sederhanakan

$$\begin{aligned}\frac{5x-7}{x+1} - 2 &\leq 2 - 2 \\ \frac{5x-7}{x+1} - 2 &\leq 0 \\ \frac{5x-7}{x+1} - \frac{2(x+1)}{(x+1)} &\leq 0 \\ \frac{5x-7-2x-2}{x+1} &\leq 0 \\ \frac{3x-9}{x+1} &\leq 0\end{aligned}$$

2

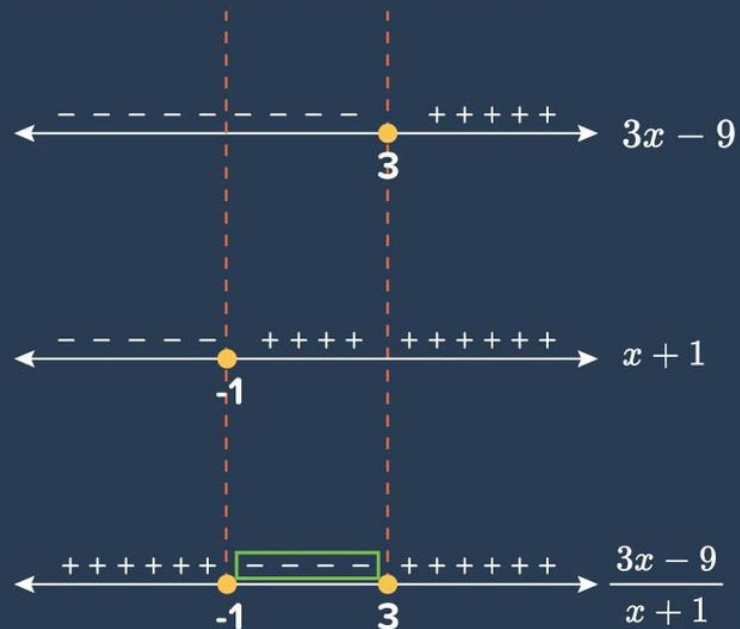
Pembuat nol dan garis bilangan dari pembilang

$$\begin{aligned}3x - 9 &= 0 \\ 3x &= 9 \\ x &= 3\end{aligned}$$


3 Pembuat nol dan garis bilangan dari penyebut

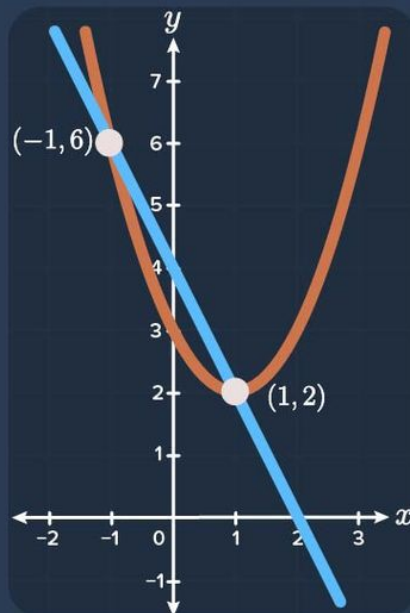
$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

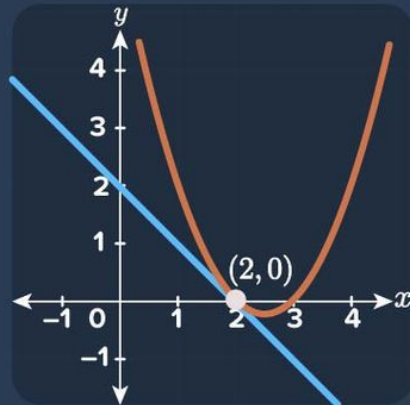
**4** Garis bilangan dari bentuk rasional**5** Kesimpulan

$$HP = \{x \mid -1 < x \leq, x \in R\}$$

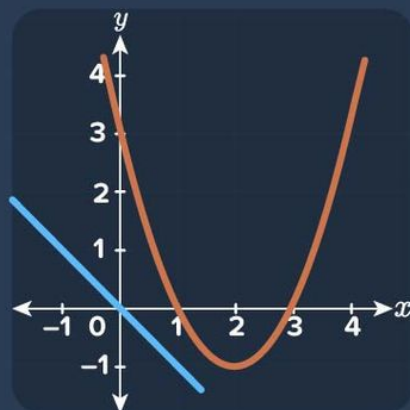
Banyak Solusi SPLKDV



- Jika nilai $D > 0$, maka SPLKDV memiliki **dua solusi** (titik potong kurva 2).



- Jika nilai $D = 0$, maka SPLKDV memiliki **satu solusi** (titik potong kurva 1).



- Jika nilai $D < 0$, maka SPLKDV **tidak memiliki solusi** (titik potong kurva tidak ada).

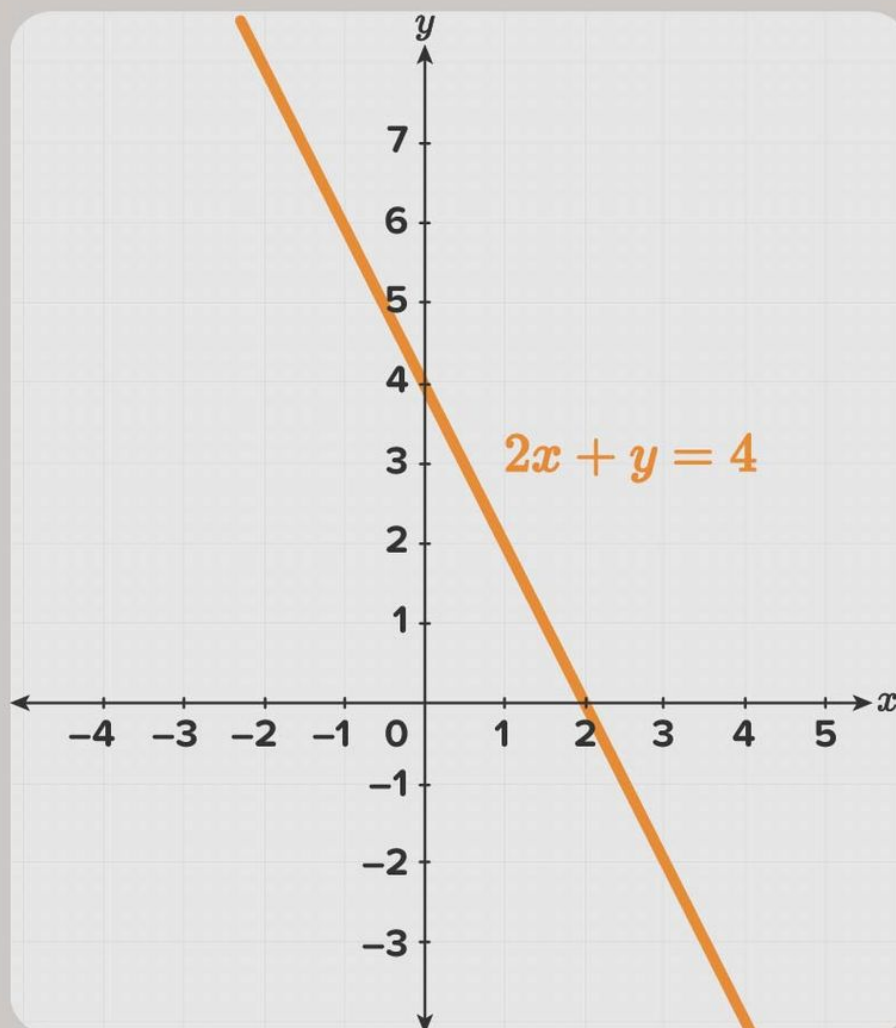
Persamaan Linear Dua Variabel

Penyelesaian persamaan linear dua variabel $ax + by = c$ adalah **pasangan titik (x, y) pada garis $ax + by = c$.**

Contoh:

$$2x + y = 4$$

Penyelesaian:



Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Penyelesaian:

- 1 Kumpulkan suku yang memiliki variabel di salah satu ruas
- 2 Sederhanakan bentuk pertidaksamaan

Contoh:

$$\begin{aligned}
 2 - 5x &< 2x + 1 \\
 -5x - 2x &< 1 - 2 \\
 -7x &< -1 \\
 x &> \frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

Himpunan Penyelesaian:

$$HP = \left\{ x \mid x > \frac{1}{7}, x \in \mathbb{R} \right\}$$

Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Penyelesaian:

- 1 Ubah bentuk pertidaksamaan
- 2 Pastikan ruas kiri hanya memuat y dan ruas kanan tidak memuat y
- 3 Gambarkan garis ke bidang kartesius
- 4 Tentukan daerah penyelesaiannya

Persamaan Bentuk Akar

- $\sqrt{f(x)} = k$
- $\sqrt{f(x)} = mx + n$
- $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$
- $\sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}} = k$
- $\sqrt{ax + b} = \pm (ax + b)^2$

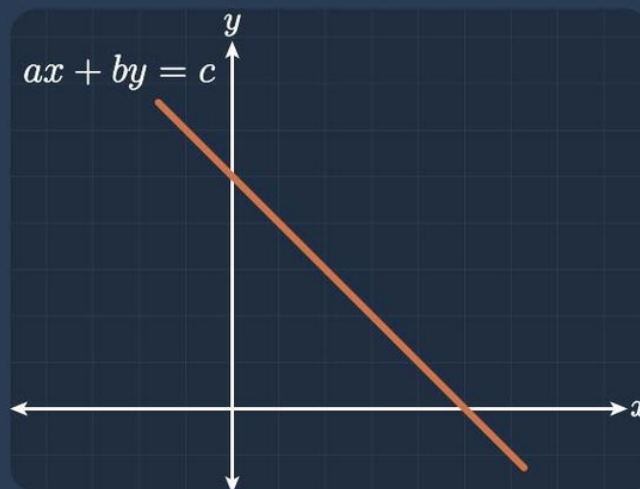
Langkah-langkah Menentukan Penyelesaian

- 1 Tentukan syarat domain terbesar.
- 2 Tentukan nilai x .
- 3 Tentukan penyelesaian dengan memeriksa nilai x yang diperoleh ke syarat.

Sistem persamaan dan pertidaksamaan linear-kuadrat dua variabel

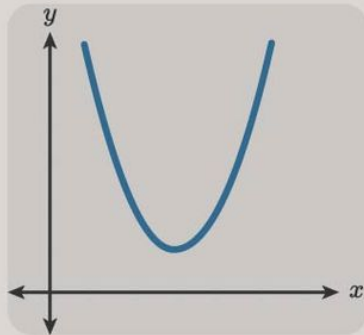
Persamaan Linear Dua Variabel

$$Ax + By + C = 0$$

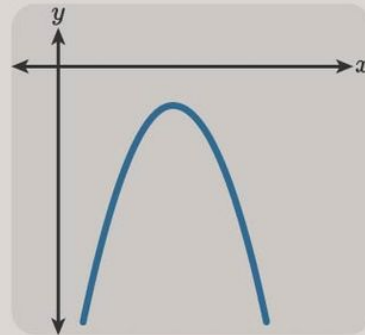


Persamaan Kuadrat Dua Variabel

$$Ax^2 + By + C = 0 \longrightarrow y = ax^2 + bx + c$$

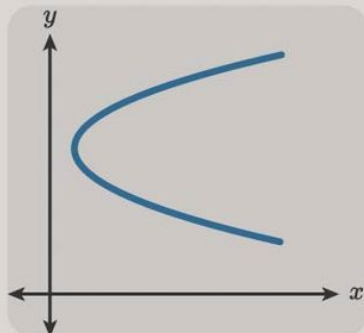


$$a > 0$$

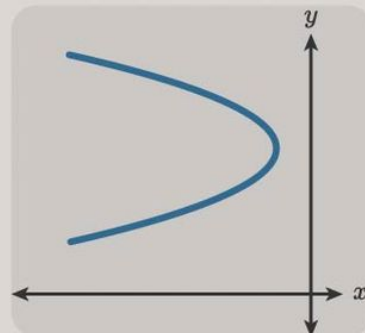


$$a < 0$$

$$Ax + By^2 + C = 0 \longrightarrow x = ay^2 + by + c$$

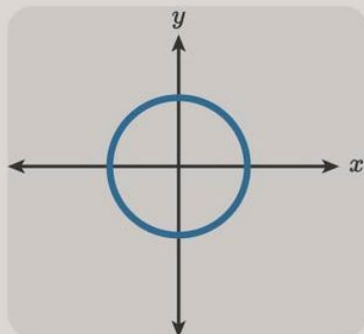


$$a > 0$$

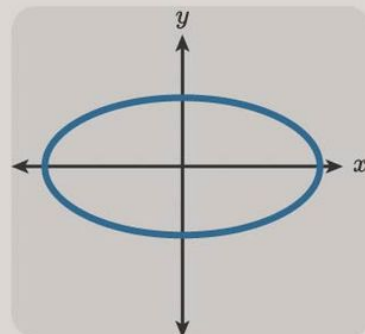


$$a < 0$$

$$Ax^2 + By^2 + C = 0$$



$$x^2 + y^2 = 9$$



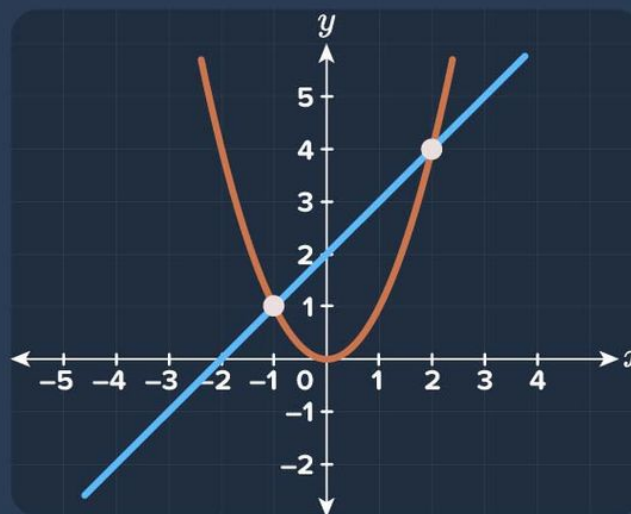
$$x^2 + 3y^2 = 9$$

Sistem Persamaan Linear Kuadrat Dua Variabel (SPLKDV)

Sistem persamaan linear kuadrat dua variabel memuat persamaan linear dan persamaan kuadrat dua variabel.

Contoh

$$\begin{array}{ll} y = x + 2 & \longrightarrow \text{Persamaan linear} \\ y = x^2 & \longrightarrow \text{Persamaan kuadrat} \end{array}$$



Solusi sistem persamaan linear kuadrat dua variabel adalah titik-titik yang memenuhi fungsi linear, juga sekaligus fungsi kuadrat atau titik potong dari kedua gambar di atas.

Langkah-Langkah Menentukan Solusi SPLKDV dengan Aljabar (Metode Substitusi)

1 Substitusikan nilai x dan y dari satu persamaan ke persamaan lainnya

Jika persamaan memuat x^2 , maka substitusikan nilai y .
Jika persamaan memuat y^2 , maka substitusikan nilai x .

2 Selesaikan persamaan baru

Metode mencari faktor:

- Distribusi
- Melengkapi kuadrat
- Rumus kuadrat

3 Substitusikan nilai variabel yang diperoleh ke salah satu persamaan

Langkah-Langkah Menentukan Solusi SPLKDV dengan Grafik

1 Gambar persamaan kuadrat

- Tentukan titik puncak (x_p, y_p)

$$x_p = -\frac{b}{2a}$$

$$y_p = \frac{D}{4a}$$



$$D = b^2 - 4ac$$

- Tentukan titik potong dengan sumbu- y (saat nilai $x = 0$)
- Tentukan grafiknya terbuka ke atas atau ke bawah dengan melihat nilai a
- Hubungkan titik-titik yang sudah diperoleh

2 Gambar persamaan linear

- Tentukan titik potong dengan sumbu- x dan sumbu- y
- Hubungkan titik-titik yang sudah diperoleh

3 Tentukan titik perpotongan pada grafik persamaan kuadrat dan persamaan linear

Konsep Kilat

SISTEM PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN

Persamaan Linear Satu Variabel

Penyelesaian:

- 1 Kumpulkan suku yang memiliki variabel di salah satu ruas
- 2 Cari dari nilai x yang memenuhi

Contoh:

$$3x + 2 = -x + 6$$

$$3x + x = 6 - 2$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

Himpunan Penyelesaian:

$$HP = \{1\}$$

Mencari *HP* dengan Metode Eliminasi

Langkah-langkah mencari *HP* dengan metode eliminasi:

- 1 Untuk mencari nilai x , maka eliminasi variabel y dengan menyamakan koefisien variabel y terlebih dahulu
- 2 Untuk mencari nilai y , maka eliminasi variabel x dengan menyamakan koefisien variabel x terlebih dahulu

Mencari *HP* dengan Metode Gabungan (Eliminasi-Substitusi)

Langkah-langkah mencari *HP* dengan metode gabungan:

- 1 Cari nilai x atau y dengan metode eliminasi
Trik:
Pilih lah variabel dengan koefisien yang lebih mudah untuk disamakan atau yang sudah sama
- 2 Substitusikan nilai variabel yang didapat dari Langkah 1 ke salah satu persamaan untuk mendapatkan nilai variabel yang belum diketahui



Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)



Himpunan Penyelesaian (*HP*) SPLTV

Jika diberikan SPLTV seperti berikut,

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

maka *HP* dari SPLTV adalah semua pasangan nilai x , y , dan z yang memenuhi persamaan-persamaan tersebut.

Mencari *HP* dengan Metode Gabungan (Eliminasi-Substitusi)

Langkah-langkah mencari *HP* dengan metode gabungan:

- 1** Pilihlah 2 persamaan kemudian eliminasi salah satu variabel sehingga mendapatkan persamaan linear dua variabel
- 2** Pilih 2 persamaan lain kemudian eliminasi variabel yang sama dengan Langkah 1 sehingga mendapatkan persamaan linear dua variabel lainnya
- 3** Selesaikan SPLDV yang didapat dengan menggunakan metode eliminasi atau substitusi
- 4** Substitusikan nilai x , y atau z yang diperoleh untuk mendapatkan nilai variabel lainnya

