

Syarat  $(f \circ g)(x)$  ada:

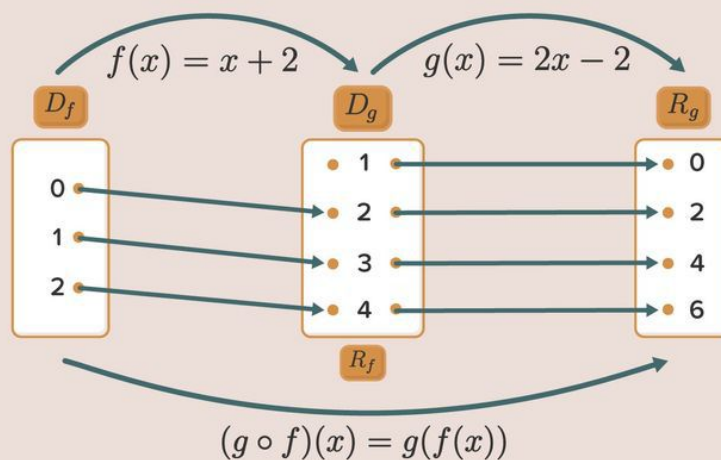
$$R_g \subset D_f$$

Syarat  $(g \circ f)(x)$  ada:

$$R_f \subset D_g$$

### Contoh fungsi yang bisa dikomposisikan

Diketahui fungsi  $g(x) = 2x - 2$  dengan  $D_g = \{1, 2, 3, 4\}$   
dan  $f(x) = x + 2$  dengan  $D_f = \{0, 1, 2\}$



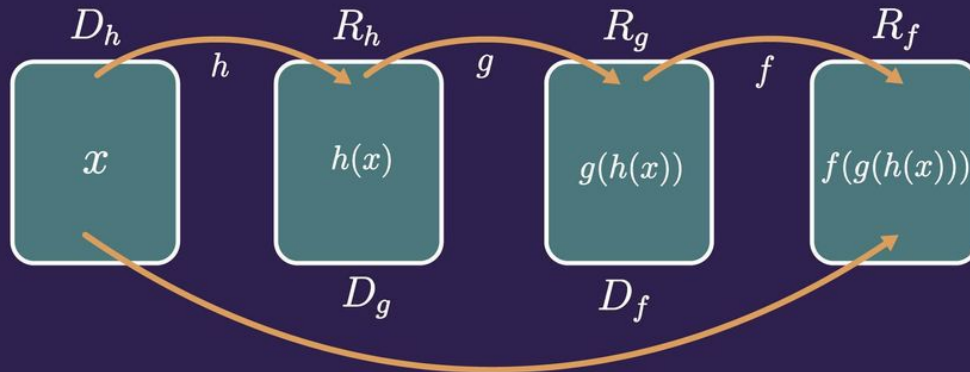
$x = 1$  dipetakan oleh  $f(x)$  ke  $f(1) = 1 + 2 = 3$   
kemudian dipetakan oleh  $g(x)$  ke  $g(3) = 2(3) - 2 = 4$

Hasil komposisi:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x + 2) = 2(x + 2) - 2$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(1)) = g(1 + 2) = 2(1 + 2) - 2 = 4$$

## Komposisi Tiga Fungsi



$$(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x)))$$

$x$  dipetakan oleh fungsi  $h$  ke  $h(x)$  dilanjut pemetaan oleh fungsi  $g$  menjadi  $g(h(x))$ , hasilnya dilanjutkan pemetaan oleh fungsi  $f$  menjadi  $f(g(h(x)))$

**Dalam komposisi tiga fungsi berlaku sifat asosiatif**

$$((f \circ g) \circ h)(x) = (f \circ (g \circ h))(x)$$

### Contoh soal

Diketahui fungsi  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = 3x + 1$ , dan  $h(x) = x^2$  Maka bentuk dari  $(f \circ g \circ h)(x)$

$$\begin{aligned}(g \circ h)(x) &= g(h(x)) \\ &= 3x^2 + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g \circ h)(x) &= f(3x^2 + 1) \\ &= 3x^2 + 1 - 2 \\ &= 3x^2 - 1\end{aligned}$$

## Invers Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  tidak punya invers.

Tetapi akan mempunyai invers ketika domainnya dibatasi oleh titik puncaknya :  $D_f \leq -\frac{b}{2a}$  dan  $D_f \geq -\frac{b}{2a}$

### Cara Menentukan Invers Fungsi

- 1 Tentukan titik balik sumbu  $x$ ,  
dengan rumus  $x_p = -\frac{b}{2a}$
- 2 Domain fungsinya dibatasi menjadi  
 $D_f \leq -\frac{b}{2a}$  dan  $D_f \geq -\frac{b}{2a}$
- 3 Mencari bentuk inversnya dengan cara melengkapi kuadrat sempurna atau menggunakan rumus ABC.

$$f^{-1}(x) = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c - x)}}{2a}$$

- 4 Nanti diperoleh dua fungsi invers berdasarkan domainnya masing-masing.

## Contoh soal

Diketahui fungsi  $f(x) = x^2 - 2x + 4$   
Bentuk inversnya adalah ....

- Tentukan titik balik,  $x_p = -\frac{(-2)}{2(1)} = 1$
- Maka  $D_f \leq 1$  dan  $D_f \geq 1$
- Menjadikan bentuk kuadrat sempurna:

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 4 &= y \\(x - 1)^2 + 3 &= y \\(x - 1)^2 &= y - 3 \\x &= 1 \pm \sqrt{y - 3} \\f^{-1}(x) &= 1 \pm \sqrt{x - 3}\end{aligned}$$

atau

Menggunakan rumus ABC:

Dengan  $a = 1$ ,  $b = -2$ , dan  $c = 4$

$$f^{-1} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(4 - x)}}{2(1)} = 1 \pm \sqrt{x - 3}$$

- Karena  $D_f = R_f^{-1}$

Maka fungsi inversnya:

$$\text{Ketika } D_f \leq 1, f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x - 3}$$

$$\text{Ketika } D_f \geq 1, f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x - 3}$$



## Invers Fungsi Komposisi

### Fungsi Identitas

$$I(x) = x$$

$$(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = I(x)$$

### Dalam Fungsi $(f \circ g)(x) = h(x)$

$$g(x) = (f^{-1} \circ h)(x)$$

$$f(x) = (h \circ g^{-1})(x)$$

### Invers dari Komposisi Dua Fungsi

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$$

### Invers dari Komposisi Tiga Fungsi

$$(f \circ g \circ h)^{-1}(x) = (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

$$(h \circ g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1})(x)$$

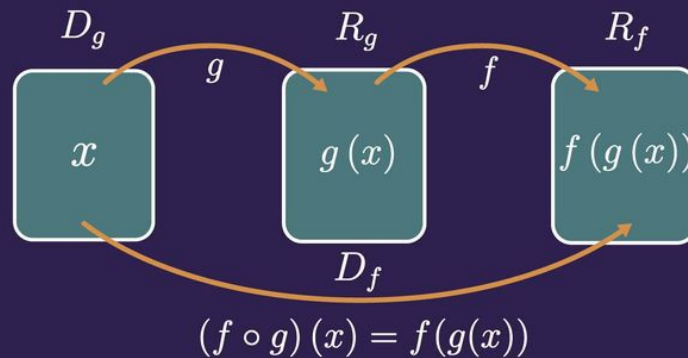
# Konsep Kilat

## FUNGSI KOMPOSISI DAN INVERS

### Fungsi Komposisi

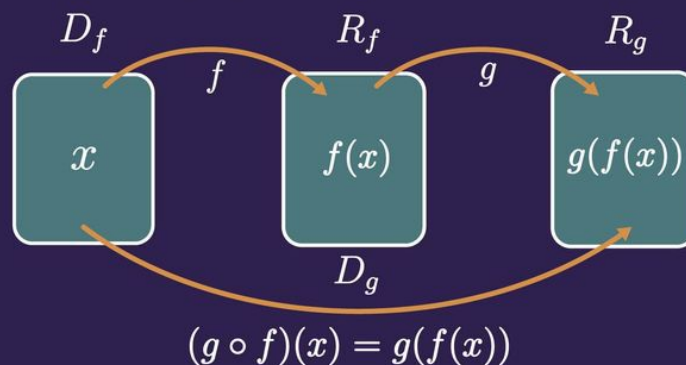
#### Komposisi Dua Fungsi

“Pemetaan oleh fungsi  $g$ , dilanjutkan pemetaan oleh fungsi  $f$ ”



$$\text{Domain } (f \circ g)(x): D_{f \circ g} = \{x \mid g(x) \in D_f, x \in D_g\}$$

“Pemetaan oleh fungsi  $f$ , dilanjutkan pemetaan oleh fungsi  $g$ ”



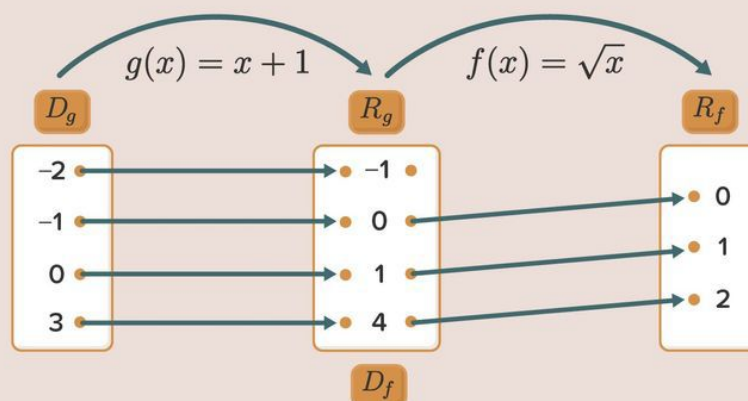
$$\text{Domain } (g \circ f)(x): D_{g \circ f} = \{x \mid f(x) \in D_g, x \in D_f\}$$

**Sifat komposisi dari dua fungsi:**

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

## Contoh fungsi yang tidak bisa dikomposisikan

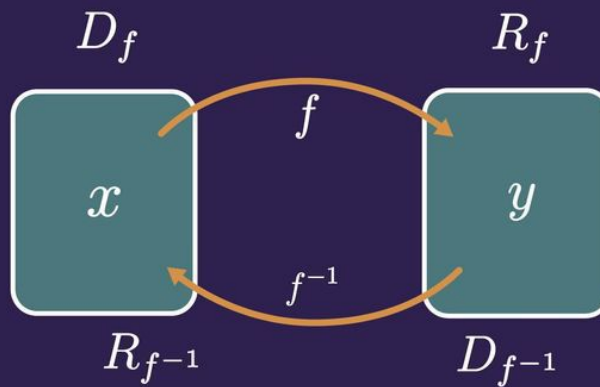
Diketahui fungsi  $f(x) = \sqrt{x}$  dengan  $D_f = \{0, 1, 4\}$   
dan  $g(x) = x + 1$  dengan  $D_g = \{-2, -1, 0, 3\}$



$x = -2$  dipetakan oleh  $g(x)$  ke  $g(-2) = -1$   
tetapi dari sini tidak dipetakan lagi oleh  $f(x)$   
Maka  $(f \circ g)(x)$  tidak ada.



## Fungsi Invers



$f : x \longrightarrow y$  sedangkan  $f^{-1} : y \longrightarrow x$   
 Domain dan range nya bertukar,  
 $D_f$  menjadi  $R_{f^{-1}}$  dan  $R_f$  menjadi  $D_{f^{-1}}$

Jika  $y = f(x)$  maka  $x = f^{-1}(y)$

### Cara Menentukan Invers Fungsi

- 1 Ubah  $y = f(x)$  menjadi  $x$  sama dengan fungsi bervariasi  $y$
- 2 Tuliskan bahwa  $x = f^{-1}(y)$
- 3 Ganti variabel  $y$  dengan variabel  $x$  sehingga diperoleh  $f^{-1}(x)$



## Invers Fungsi Linier

Jika ada fungsi  $f(x) = ax + b$   
maka  $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$  dengan  $a \neq 0$

### Contoh soal

Diketahui fungsi  $f(x) = 2x + 5$   
maka  $f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{2}$

## Invers Fungsi Rasional

Jika ada fungsi  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  dengan  $x \neq -\frac{d}{c}$   
maka bentuk inversnya adalah  
 $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$  dengan  $x \neq \frac{a}{c}$

### Contoh soal

Diketahui fungsi  $f(x) = \frac{2x + 5}{x - 4}$   
maka  $f^{-1}(x) = \frac{4x + 5}{x - 2}$