

Exercice 1

Soit le système d'équations linéaires sous la forme matricielle suivant :

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

- 1) Donner la décomposition LU de la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
- 2) Résoudre le système en utilisant une méthode de votre choix.
- 3) On se propose d'approcher la solution en utilisant les méthodes itératives de JACOBI et GAUSS-SEIDEL.

(**N.B.** Tous les résultats peuvent être donnés sous forme de fractions rationnelles)

1. Etablir le schéma itératif de ces deux méthodes.
2. Justifier la convergence de ces deux méthodes.
3. En partant du vecteur initial $X^{(0)} = (0 \ 0 \ 0)$, calculer les itérés $X^{(1)}, X^{(2)}, X^{(3)}$ et $X^{(4)}$ par la méthode de JACOBI. En partant du vecteur initial $X^{(0)} = (0 \ 0 \ 0)$, calculer les itérés $X^{(1)}, X^{(2)}$ et $X^{(3)}$ par la méthode de GAUSS-SEIDEL.

Exercice 2

Soit le système d'équations linéaires sous la forme matricielle suivant :

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. Résoudre le système en utilisant une méthode directe de votre choix.
2. On se propose d'approcher la solution en utilisant les méthodes itératives de JACOBI et de GAUSS-SEIDEL.

(**N.B.** Tous les résultats peuvent être donnés sous forme de fractions rationnelles)

3. Justifier la convergence de la méthode de Jacobi.

4. Etablir le schéma itératif de la méthode de Jacobi. En partant du vecteur initial $X^{(0)} = (0 \ 0 \ 0)$, calculer les itérés $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ et $X^{(3)}$ par la méthode de JACOBI.
5. En partant du vecteur initial $X^{(0)} = (0 \ 0 \ 0)$, calculer les itérés $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ et $X^{(3)}$ par la méthode de GAUSS-SEIDEL.
6. Comparer les méthodes directes avec les méthodes itératives, pour la résolution des systèmes d'équations linéaires.