柳钱林 20200722 软件2001

6-17

$L_0(x)=1$，$L_1(x)=x$

$$(f,L_0)=\int_{-1}^{1}x^2dx=\frac{2}{3}$$

$$(f,L_1)=\int_{-1}^{1}x^3dx=0$$

$$a_0^*=\frac{(f,L_0)}{(L_0,L_0)}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$a_1^*=\frac{(f,L_1)}{(L_1,L_1)}=0$$

$$P_1^*(x)=a_0^*L_0(x)+a_1^*L_1(x)=\frac{1}{3}$$

误差：

$$\|f-P_1^*\|_2=\sqrt{\|f\|_2^2-\sum_{j=0}^{1}a_j(f,g_j)}$$

$$=\sqrt{\int_{-1}^{1}x^4dx-\frac{1}{3}\times 1}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{5}x-\frac{2}{9}}$$

$$\leq 0.42164$$