

មេរៀនទី 1 ស្វ៊ីតនៃចំនួនពិត

1.1 និយមន័យ

និយមន័យ. ស្វ៊ីតនៃចំនួនពិតគឺជាអនុគមន៍លេខកំណត់ពី \mathbb{N} ទៅ \mathbb{R} ។

គេកំណត់សរសេរស្វ៊ីតដោយ (a_n) ឬ $(a_n)_n \in \mathbb{N}$ ឬ $a_n : a_n = f(n)$ ។

ចំណាំ. ស្វ៊ីតនៃចំនួនពិត

- គ្រប់ធាតុនៅក្នុងចន្លោះ (a_1, a_2, \dots, a_n) ហៅថាតួនៃស្វ៊ីតដែល a_1 ហៅថាតួទី១, \dots, a_n ហៅថាតួទី n ។
- ស្វ៊ីតដែលមានតួរាប់អស់ហៅថាស្វ៊ីតកំណត់។
- ស្វ៊ីតដែលមានតួរាប់មិនអស់ហៅថាស្វ៊ីតមិនកំណត់។

1.2 ស្វ៊ីតកើននិងស្វ៊ីតចុះ

និយមន័យ. ស្វ៊ីតកើននិងស្វ៊ីតចុះ

- (a_n) ជាស្វ៊ីតកើនលុះត្រាតែ $a_n \leq a_{n+1}$ ចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ ។
- (a_n) ជាស្វ៊ីតចុះលុះត្រាតែ $a_n \geq a_{n+1}$ ចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ ។
- បើ $a_n < a_{n+1}$ ចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ នោះ (a_n) ជាស្វ៊ីតកើនដាច់ខាត។
- បើ $a_n > a_{n+1}$ ចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ នោះ (a_n) ជាស្វ៊ីតចុះដាច់ខាត។
- បើ $a_n = a_{n+1}$ ចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ នោះ (a_n) ជាស្វ៊ីតថេរ។

1.3 ស្វ៊ីតម៉ូណូតូន

និយមន័យ. (a_n) ជាស្វ៊ីតម៉ូណូតូនលុះត្រាតែ (a_n) ជាស្វ៊ីតកើនឬស្វ៊ីតចុះ។

ចំណាំ. ស្វ៊ីតថេរក៏ជាស្វ៊ីតម៉ូណូតូនដែរ។

1.4 ស្វ៊ីតទាល់លើ

និយមន័យ. (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់លើលុះត្រាតែមានចំនួនពិត M មួយដែល $\forall n \in \mathbb{N}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a_n \leq M$ ។ ចំនួន M នេះហៅថា គោលលើនៃស្វ៊ីត។

ឧទាហរណ៍. យើងមាន $a_n = 3^{-n} = \frac{1}{3^n}, n \in \mathbb{N}$

យើងបាន $a_1 = \frac{1}{3}, a_2 = \frac{1}{9}, a_3 = \frac{1}{27}, a_4 = \frac{1}{81} \dots$

យើងឃើញថា $\frac{1}{3} = a_1 > a_2 > a_3 > \dots$

នោះ (a_n) ជាស្វ៊ីតចុះនិងមានគោលលើ $M = \frac{1}{3}$

ដូចនេះ (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់លើ។

1.5 ស្វ៊ីតទាល់ក្រោម

និយមន័យ. (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់ក្រោមលុះត្រាតែមានចំនួនពិត m មួយដែល $\forall n \in \mathbb{N}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a_n \geq m$ ។ ចំនួន m នេះហៅថា គោលក្រោមនៃស្វ៊ីត។

ឧទាហរណ៍. យើងមាន $a_n = n + 2, n \in \mathbb{N}$

យើងបាន $a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 5, a_4 = 6 \dots$

យើងឃើញថា $3 = a_1 < a_2 < a_3 < a_4, \dots$

នោះ (a_n) ជាស្វ៊ីតកើននិងមានគោលក្រោម $m = 3$

ដូចនេះ (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់ក្រោម។

1.6 ស្វ៊ីតទាល់

និយមន័យ. (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់លុះត្រាតែ (a_n) ទាល់លើផងទាល់ក្រោមផងគឺ $m \leq a_n \leq M$ ។

ឧទាហរណ៍. យើងមាន $a_n = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N}$

យើងបាន $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{4}, a_3 = \frac{1}{9}, a_4 = \frac{1}{16} \dots$

យើងឃើញថា $1 = a_1 > a_2 > a_3 > \dots$

នោះ (a_n) ជាស្វ៊ីតចុះនិងមានគោលលើ $M = 1$

នោះ (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់លើ។ ម្យ៉ាងទៀត កាលណា n កាន់តែធំនោះ $a_n = \frac{1}{n^2}$ ខិតទៅរក 0

នោះ (a_n) ទាល់ក្រោមដែលមានគោលក្រោម $m = 0$

ដោយ (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់លើផងនិងទាល់ក្រោមផង

ដូចនេះ (a_n) ជាស្វ៊ីតទាល់។

មេរៀនទី 2 ស្វ៊ីតនព្វន្ត

2.1 និយមន័យ

និយមន័យ. ស្វ៊ីតនព្វន្តគឺជាស្វ៊ីតនៃចំនួនពិតដែលតួនីមួយៗស្មើនឹងតួមុនបន្ទាប់បូកនឹងចំនួនថេរ d មួយ ហៅថាផលសង្ខេប។

ចំណាំ. ផលសង្ខេប $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1}$

2.2 តួទី n នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត

ជាទូទៅ. បើ (a_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានតួទីមួយ a_1 និងមានផលសង្ខេប d នោះតួទី n នៃស្វ៊ីតនេះកំណត់ដោយ $a_n = a_1 + (n-1)d$ ឬ $a_n = a_p + (n-p)d$ ។

2.3 ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត

2.3.1 ផលបូកស្មើចម្ងាយពីតួចុង

ជាទូទៅ. ផលបូកស្មើចម្ងាយពីតួចុងស្មើនឹងផលបូកតួចុងទាំងពីរ។

គេកំណត់សរសេរដោយ $u_1 + u_n = u_m + u_{n-m+1}$ ដែល $1 + n = m + (n - m + 1)$ ។

ចំណាំ. • គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ នោះ $a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4$

• បើ a_1, a_2, a_3 ជាស្វ៊ីតនព្វន្តនោះ $2a_2 = a_1 + a_3$

• គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 នោះ $a_1 + a_5 = a_2 + a_4 = 2a_3$

• បើ $m + n = 2p$ ឬ $p = \frac{m+n}{2}$ នោះ $a_p = \frac{a_m + a_n}{2}$

2.3.2 ផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត

ជាទូទៅ. ផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមាន u_1 ជាតួទី១ និង u_n ជាតួទី n គឺ $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$ ។

2.4 លំហាត់

- រកតួទី n នៃស្វ៊ីតនព្វន្តខាងក្រោម៖
 - ក. $4, 15, 26, 37, \dots$
 - ខ. $-2, -9, -16, -23, \dots$
 - គ. $5, 1, -3, -7, -11, \dots$
 - ឃ. $7, 12, 17, 22, 27, \dots$
- គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $-8, -3, 2, 7, \dots$ ។
 - ក. គណនា u_1 និង u_4 ។
 - ខ. តើ 322 ត្រូវនឹងតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត?
- គេឱ្យ (u_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្ត, បើគេដឹងថា
 - ក. $u_7 = \frac{7}{2}$ និង $u_{13} = \frac{13}{2}$ ។ ចូរគណនា u_2 ។
 - ខ. $u_2 = -12$ និង $S_{12} = 18$ ។ ចូរគណនា u_1, d និង u_6 ។
- គេឱ្យស្វ៊ីត $5, 12, 19, 26, \dots$
 - ក. គណនាតួទី 20 ។
 - ខ. គណនាផលបូក 20 តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនេះ។
- គណនាផលបូកនៃស្វ៊ីតនព្វន្តខាងក្រោម៖
 - ក. $2 + 6 + 10 + 14 + \dots + 122$
 - ខ. $100 + 95 + 90 + 85 + \dots + (-20)$
 - គ. $4 + 10 + 16 + 22 + \dots + 334$
 - ឃ. $-193 - 189 - 185 - \dots - 21 - 17$
- គេឱ្យប្រាំចំនួនជាស្វ៊ីតនព្វន្ត។ គណនាចំនួនទាំងនោះបើគេដឹងថាផលបូករបស់វាស្មើ 125 ហើយផលបូក 2 តួដំបូងស្មើ 38 ។
- ផលបូក 9 តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្តស្មើ 162 ហើយផលបូក 12 តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្តស្មើ 288 ។ គណនាផលបូក 30 តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត។
- កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យបីចំនួន $10 - 3x, 2x^2 + 3, 7 - 4x$ បង្កើតបានជាស្វ៊ីតនព្វន្ត។
- គណនាតួទី n និងផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីត $1, \frac{n-1}{n}, \frac{n-2}{n}, \frac{n-3}{n}, \dots$
- បង្ហាញថាស្វ៊ីត (u_n) ដែល $u_n = \frac{2n+3}{5}$ ជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនរួចគណនា S_{10} ។
- ស្វ៊ីតនព្វន្តមួយគេឱ្យផលបូក $2n$ តួដំបូងស្មើនឹងពាក់កណ្តាលនៃផលបូក $3n$ តួដំបូង។ ប្រសិនបើតួទី 1 ស្មើនឹង 12 និងផលសងរួមស្មើនឹង 3 ចូរគណនាតម្លៃនៃ n ។

មេរៀនទី 3 ស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

3.1 ឆ្លើយមួយ

និយមន័យ. ស្វ៊ីត ធរណីមាត្រ ជា ស្វ៊ីត នៃ ចំនួនពិត ដែល តួនីមួយៗ ស្មើនឹង តួ មុនបន្ទាប់ គុណនឹង ចំនួនថេរ $q, q \neq 0$ មួយហៅថាផលធៀបរួមនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ។

ឧទាហរណ៍. បើ a_1 ជាតួទី១ហើយ q ជាផលសង្ខេបនៃស្វ៊ីត។

នោះ $a_2 = a_1 \times q$ ជាតួទី២

នោះ $a_3 = a_2 \times q$ ជាតួទី៣

.....
នោះ $a_{n-1} = a_{n-2} \times q$ ជាតួទី $(n-1)$

នោះ $a_n = a_{n-1} \times q$ ជាតួទី n

ចំណាំ. ផលធៀបរួម $q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

3.2 តួទី n នៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

ជាទូទៅ. បើ (u_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទី១ u_1 និងផលធៀបរួម q នោះតួទី n នៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រកំណត់ដោយ $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ ឬ $u_n = u_p \times q^{n-p}, p \in \mathbb{N}$ ។

3.3 ផលគុណស្មើចម្ងាយពីតួចុង

ជាទូទៅ. ផលគុណតួស្មើចម្ងាយពីតួចុងស្មើនឹងផលគុណតួចុងទាំងពីរ។

គេកំណត់សរសេរ $u_p \times u_{n-p+1} = u_1 \times u_n$

ឬបើ $m+n = k+p$ នោះ $u_m \times u_n = u_k \times u_p$ ដែល $m, n, k, p \in \mathbb{N}$ ។

ចំណាំ. បីចំនួនគត្តា a, b, c ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រកាលណា $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = q$ ឬ $b^2 = a \times c$ ។
($b = \sqrt{a \times c}$ នោះ b ហៅថាមធ្យមធរណីមាត្ររវាង a និង c)

3.4 ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

ជាទូទៅ. ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមាន u_1 ជាតួទី១និង q ជាផលធៀបរួម ($q \neq 0$) កំណត់ដោយ $S_n = u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ។

ចំណាំ. ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្ត

- បើ $|q| < 1$ នោះផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តកំណត់ដោយ៖ $S_\infty = \frac{u_1}{1 - q}$
- បើ $|q| \geq 1$ នោះផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តមិនអាចកំណត់បាន។

3.5 លំហាត់

1. រកតួទី n នៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រខាងក្រោម៖

ក. $125, 25, 5, \dots$

ខ. $-3, 9, -27, \dots$

2. គេឱ្យស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $2, 6, 18, \dots$ ។

ក. គណនាតួទី៨នៃស្វ៊ីតនេះ។

ខ. តើចំនួន៤៨៦ ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត?

3. រកចំនួនតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រខាងក្រោម៖

ក. $2, 4, 8, \dots, 512$

ខ. $81, 27, 9, \dots, \frac{1}{27}$

4. គេឱ្យ (u_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ៖

ក. $u_3 = 18, u_7 = 1458$ ។ គណនា q និង u_{10} ។

ខ. $u_1 = 3, S_3 = 21$ ។ គណនា q និង S_7 ។

5. គណនាផលបូកស្វ៊ីតធរណីមាត្រខាងក្រោម៖

ក. $48 + 24 + 12 + \dots + \frac{3}{8}$

ខ. $100, 50, 25 + \dots + \frac{25}{16}$

គ. $\frac{1}{3} + 1 + 3 + \dots + 6561$

ឃ. $9 - 6 + 4 - \dots - \frac{128}{243}$

ង. $\frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

ច. $-100 + 50 - 25 + \dots + \frac{25}{128}$

6. គណនាផលបូកស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តដែលមាន $u_2 = -9$ និង $u_5 = \frac{1}{3}$ ។

មេរៀនទី 4 ផលបូកគ្នានៃស្វ៊ីតផ្សេងៗ

4.1 រូបមន្តមួយចំនួននៃផលបូកនៃស្វ៊ីតផ្សេងៗ

1. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

2. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

4. $1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

5. $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$

6. $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$

7. $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$

8. $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \times (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

9. $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

ចំណាំ. $\frac{1}{a \times b} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$

4.2 នីមិត្តសញ្ញា Σ សម្រាប់ផលបូកនៃស្វ៊ីត

ក. $\sum_{k=1}^n c = nc$

ខ. $\sum_{k=1}^n ca_k = c \sum_{k=1}^n a_k$

គ. $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$

ឃ. $\sum_{k=1}^n (a_k - b_k) = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^n b_k$

ចំណាំ. $\sum_{k=1}^n (a_k \times b_k) \neq \sum_{k=1}^n a_k \times \sum_{k=1}^n b_k$, $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k} \neq \frac{\sum_{k=1}^n a_k}{\sum_{k=1}^n b_k}$ និង $\sum_{k=1}^{m-1} a_k + \sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=1}^n a_k$

មេរៀនទី 5 អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

5.1 និយមន័យ

និយមន័យ. ស្វ័យគុណ n នៃចំនួន a ជាផលគុណនៃ n កត្តា ដែលកត្តានីមួយៗស្មើនឹង a ។
 គេសរសេរ៖ $\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ កត្តា}} = a^n$ ដែល $n \in \mathbb{N}$ ។

5.2 លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ

ជាទូទៅ. បើ a និង b ជាចំនួនពិតហើយ m និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន គេបាន៖

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$
- $a^0 = 1$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$
- $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

លំហាត់អនុវត្ត. គណនា

- ក. $m^2 \times m^8$ ខ. $\frac{x^4}{x^9}$ គ. $4^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4$
- ឃ. $\left(\frac{m^3 n^4}{m^2}\right)^2$ ង. $\left(\frac{4}{9}\right)^3 \div \left(\frac{16}{25}\right)^2$ ច. $\frac{(a^5 b^3)^2}{a^3 b^2}$

5.3 ឫសទី n

ជាទូទៅ. ឫសទី n ដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន និងសេស

- ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a មានឫសការេពីរគឺ \sqrt{a} និង $-\sqrt{a}$ ។
- ឫសគូបនៃចំនួនពិត a មានតែមួយគត់គឺ $\sqrt[3]{a}$ ។
- a ជាចំនួនពិត និង $n \geq 2$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន គេបាន៖
 - $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ បើ n គូ
 - $\sqrt[n]{a^n} = a$ បើ n សេស ។

ឧទាហរណ៍. $\sqrt[4]{16(x-2)^4} = |2(x-2)|$, $\sqrt[3]{x^3 y^6} = xy^2$

ជាទូទៅ. លក្ខណៈបួសទី n

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$

លំហាត់អនុវត្ត.

ក. $\sqrt[3]{0.001} \cdot \sqrt[3]{125}$

ខ. $\sqrt[5]{x+2} \cdot \sqrt[5]{x-2}$

គ. $\sqrt[4]{\frac{y}{5}} \cdot \sqrt[4]{\frac{7}{x}}$

ឃ. $\sqrt[6]{512x^3y^{12}}$

ង. $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$

ច. $\frac{14\sqrt{128ab}}{2\sqrt{2}}$

5.4 អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

និយមន័យ. អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = a^x$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ហើយ a ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានខុសពី 1 ។

5.4.1 ក្រាបនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ជាទូទៅ. ក្រាបនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

- បើ $a > 1$ នោះ $y = a^x$ កើនពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា $y = a^x$ ជាអនុគមន៍កើន។
- បើ $0 < a < 1$ នោះ $y = a^x$ ចុះពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា $y = a^x$ ជាអនុគមន៍ចុះ។
- អនុគមន៍ $y = a^x$ វិជ្ជមានជានិច្ចចំពោះ $\forall x \in \mathbb{R}, a > 1$ ។
- ដើម្បីសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a^x + q$ គេត្រូវសង់ក្រាប $y = a^x$ រួចធ្វើបំលែងកិលស្របអ័ក្ស (oy) ចំនួន q ឡើងលើបើ $q > 0$ ហើយចំនួន q ឯកតាចុះក្រោមបើ $q < 0$ ។
- ដើម្បីសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a^{x-p}$ គេត្រូវសង់ក្រាប $y = a^x$ រួចធ្វើបំលែងកិលស្របអ័ក្ស (ox) ចំនួន p ឯកតាទៅស្តាំបើ $p > 0$ ហើយចំនួន p ឯកតាទៅឆ្វេងបើ $p < 0$ ។
- ដើម្បីសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = -a^x$ គេត្រូវសង់ក្រាប $y = a^x$ រួចគូរក្រាបផ្ទុះធៀបនឹងអ័ក្ស (ox) គេបានក្រាប $y = -a^x$ ។

លំហាត់អនុវត្ត. សង់ក្រាប

ក. $y = 3^x - 3$

ខ. $y = 1.5^{x+3}$

គ. $y = -5^x$ ។

5.4.2 សមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ជាទូទៅ. សមីការ $b = a^x$ ដែល $a \neq 1$ ហើយ $b > 0$ ហៅថា សមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល។
ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $a > 0, a \neq 1$ $a^x = a^y \iff x = y$ ។

លំហាត់អនុវត្ត. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $4^x = \frac{1}{2}$

ខ. $4^x = 1$

គ. $3^{x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$

ឃ. $2^x \times 8^{1-x} = \frac{1}{4}$

ង. $3^{x^2-2x} = 27$

ច. $5^x \times 2^{\frac{2x-1}{x+1}} = 50$

ឆ. $27^x + 12^x = 2 \times 8^x$

ជ. $3^{4x+8} - 4 \times 3^{2x+5} + 27 = 0$

ឈ. $3^{2x^2-6x+3} + 6^{x^2-3x+1} = 2^{2x^2-6x+3}$

ញ. $3^{x^2+4x} = \frac{1}{27}$

ដ. $3^{5x} \times 9^{x^2} = 27$

ប. $4^{3x^2+2x+1} = 16$

5.4.3 វិសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ជាទូទៅ. វិសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលមានទម្រង់ $a^x > a^y, x, y \in \mathbb{R}$

- បើ $a > 1$ នោះ $a^x > a^y \iff x > y$ ហើយ $a^x < a^y \iff x < y$ ។
- បើ $0 < a < 1$ នោះ $a^x > a^y \iff x < y$ ហើយ $a^x < a^y \iff x > y$ ។

លំហាត់អនុវត្ត. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $3^x < \frac{1}{27}$

ខ. $4^x \geq 64$

គ. $16^{-x} < \frac{1}{256}$

ឃ. $3^{x-1} < \frac{1}{9}$

ង. $2^x \times 8^{1-x} \geq \frac{1}{4}$

ច. $3^{x^2-2x} < 27$

ឆ. $7^{3x+1} > 49$

ជ. $\left(\frac{1}{5}\right)^x < \sqrt[3]{0.04}$

ឈ. $(0.1)^{4x^2-2x-2} < 0.1^{2x-3}$