

## Modelos de movimiento fuerte para duración e Intensidad de Arias para registros de movimiento fuerte en Chile

S. Céspedes (1), R. Boroschek (2), R. Ruiz (3)

(1) Ingeniera Civil, Universidad de Chile, [maria.cespedes.r@ing.uchile.cl](mailto:maria.cespedes.r@ing.uchile.cl)

(2) Ingeniero Civil, Ph. D., Universidad de Chile, [rborosch@ing.uchile.cl](mailto:rborosch@ing.uchile.cl)

(3) Ingeniero Civil, Ph. D., Universidad de Chile

### Resumen

Producto de la alta sismicidad que caracteriza a Chile se hace necesario desarrollar herramientas para el estudio de peligro sísmico. Para lo anterior se utilizan algunos parámetros que permiten estimar la respuesta del suelo frente a eventos sísmicos y los daños que podrían provocar en las estructuras. Dentro del marco anterior, para la estimación de parámetros descriptivos del movimiento del suelo en función de las características del sismo, se utilizan las curvas de atenuación. En este artículo se desarrollan curvas de atenuación, en base a registros de sismos chilenos para dos parámetros, la intensidad de Arias y la duración del movimiento fuerte, esta última calculada como duración significativa y como duración entre intervalos. El ajuste de las constantes se realiza utilizando un método de actualización Bayesiano, el cual permite la estimación de parámetros con su incertidumbre. Además, el modelo predictivo del movimiento del suelo asociado a cada parámetro se valida mediante el análisis de los residuos y distribuciones de probabilidad obtenidas del método de ajuste.

*Palabras Clave:* curvas de atenuación; intensidad de Arias, duración; ajuste Bayesiano.

### Abstract

Due to the high seismicity that characterize Chile, is necessary to develop tools for the study of seismic hazard. Seismic parameters allowed to estimate the ground response to a seismic event and damages that can be produced on structures. Within the previous framework, to estimate strong ground motion descriptive parameters on function of the earthquakes features, attenuation relationships are used. In this article, attenuation relationships are developed, based on Chilean records for two parameters, Arias intensity and strong ground motion duration, the latter calculated as significance duration and bracketed duration. The constants adjustment is accomplished through the Bayesian actualization method, which allows the estimation of parameters with they uncertainty. Besides, the strong ground motion predictive model of each parameter is validated through residuals analysis and probability distributions obtained from the adjustment method.

*Keywords:* attenuation relationships; Arias intensity, duration; Bayesian method.

## 1 Introducción

Dos parámetros son evaluados a partir de los datos disponibles, la intensidad de Arias [1] y la duración del movimiento fuerte, este último calculado como duración significativa y duración entre intervalos.

La intensidad de Arias, definida por A. Arias en 1970, se define como la energía total almacenada por una serie infinita de osciladores de peso unitario, los cuales se caracterizan por tener un grado de libertad y frecuencias que varían uniformemente desde cero hasta infinito. La expresión para calcular este parámetro es la mostrada en la Ec. (1)

$$I_A = \frac{\cos^{-1}(\xi)}{\sqrt{1 - \xi^2}} \int_0^{\infty} [a(t)]^2 dt \quad (1)$$

sin embargo, comúnmente para el cálculo de la intensidad de Arias se toma el caso de amortiguamiento nulo, expresión que se muestra en la Ec. (2),

$$I_A = \frac{\pi}{2g} \int_0^{t_{max}} a(t)^2 dt \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2)$$

donde  $g$  es la aceleración de gravedad,  $a(t)$  es la aceleración en el tiempo  $t$  en la dirección de estudio en unidades de  $g$ ,  $t_{max}$  es la duración total del sismo en segundos,  $\xi$  es el amortiguamiento del oscilador, e  $I_A$  es la intensidad de Arias en la dirección de estudio.

Respecto a la duración del movimiento fuerte, no existe una definición universalmente aceptada. Es por esta razón que varios investigadores han propuesto diferentes definiciones para este parámetro a través de los años. Sin embargo, existen dos parámetros de duración del movimiento fuerte que son los más comunes, la duración significativa y la duración entre intervalos, mejor conocida como *bracketed duration*. La primera se define como el intervalo de tiempo en que se ha liberado una cierta cantidad de energía, la acumulación de energía liberada se representa como la Intensidad de Arias. Comúnmente se utiliza el 5%-75% y 5%-95% de la intensidad de Arias acumulada como intervalo (ver Fig. 1). El segundo se define como el tiempo transcurrido en un registro entre la primera y la última aparición de un cierto valor límite de aceleración, normalmente 0.05g y 0.1g (ver Fig. 2), esta duración es sensible al límite de aceleración utilizado y a pequeños sub-eventos que suceden al final del registro [2].

El objetivo de este estudio es desarrollar una curva de atenuación para la Intensidad de Arias y la duración del movimiento fuerte del suelo, utilizando una base de datos de sismos chilenos. Los coeficientes de los funcionales son obtenidos mediante el método de ajuste Bayesiano. El artículo se estructura de la siguiente forma. La sección 2 describe la base de datos utilizada en el presente estudio. La sección 3 presenta el funcional para cada parámetro. La sección 4 explica la metodología utilizada para el ajuste. La sección 5 muestra los resultados del trabajo realizado. La sección 6 resume las conclusiones principales de este estudio.

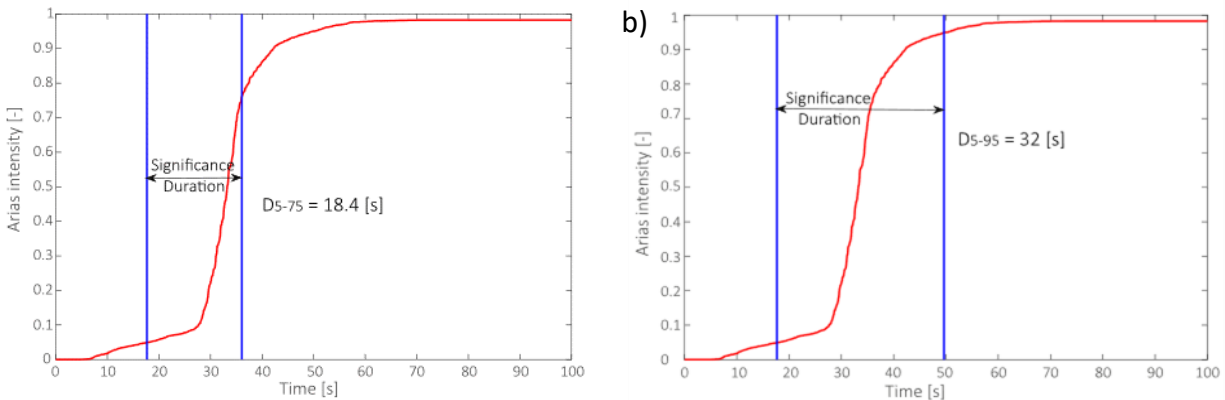


Fig. 1 - Ejemplo cálculo duración significativa, sismo Iquique 13/06/2005,  $M_w=7.8$ , estación Arica-Cerro La Cruz.  
a) Duración significativa utilizando 5%-75% energía acumulada. b) Duración significativa utilizando 5%-95% energía acumulada.

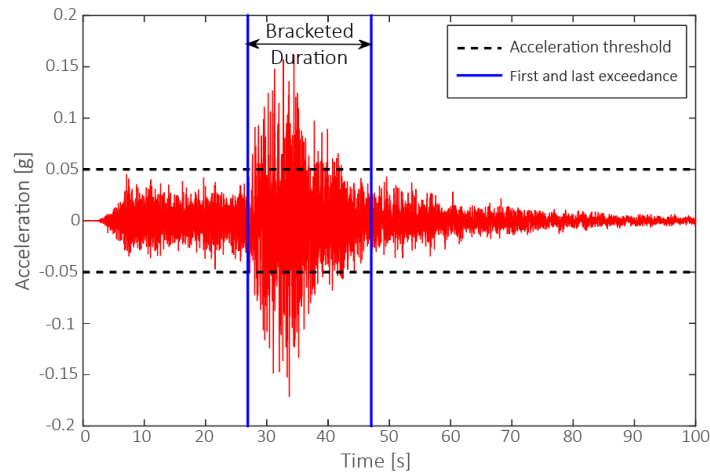


Fig. 2 - Cálculo de la duración entre intervalos con límite de 0.05g, sismo Iquique 13/06/2005,  $M_w=7.8$ , estación Arica-Cerro La Cruz.

## 2 Base de datos de registros de movimiento fuerte

Los modelos son evaluados considerando la fuente sismogénica, magnitud, distancia y tipo de suelo. La base de datos utilizada en el presente estudio consiste en 1048 registros de 288 eventos sísmicos, de los cuales 701 registros corresponden a eventos interplaca tipo thrust y 347 a intraplaca de profundidad intermedia. En la Fig. 3(a) se muestra su distribución en un gráfico de  $M_w$  versus  $R$ .

El parámetro de sitio utilizado para clasificar el tipo de suelo es  $V_{s-30}$ , el cual corresponde a la velocidad de onda de corte para los primeros 30 metros.

Las aceleraciones máximas del suelo (PGA) de los registros utilizados se muestran en la Fig. 3(b). Los registros fueron procesados por [3] y [4].

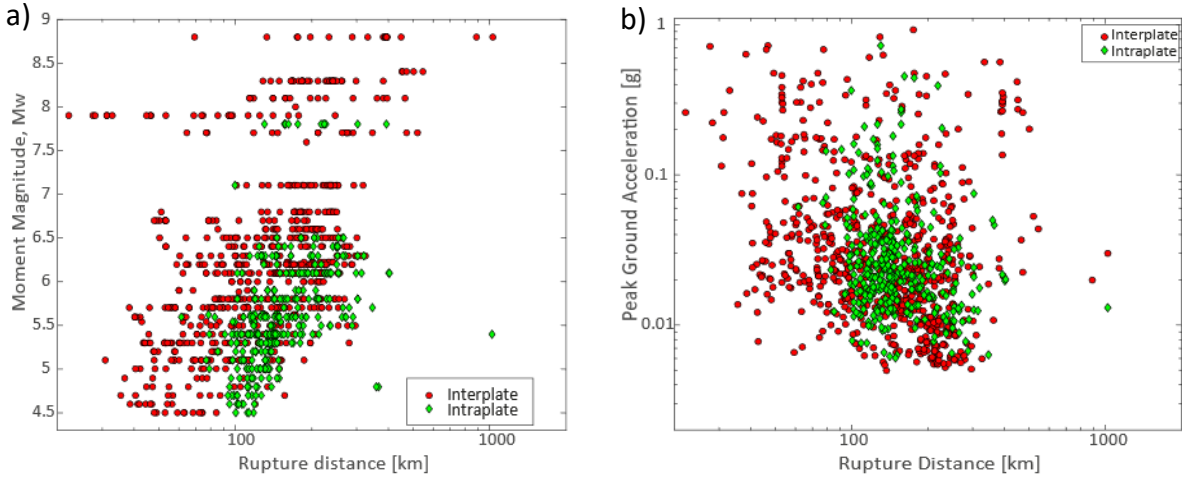


Fig. 3 – (a) Representación de la base de datos utilizada, Magnitud de momento – Distancia a la ruptura. (b) Representación de la base de datos utilizada, PGA – Distancia de ruptura.

### 3 Funcionales

Luego de probar varios modelos para cada parámetro, los funcionales seleccionados son los siguientes. Para la Intensidad de Arias se utiliza aquel basado en el modelo de predicción de movimiento de suelo propuesto por [5], para la duración significativa es el propuesto por [6], y para la duración entre intervalos es aquel propuesto por [7]. Todos los funcionales fueron modificados para poder ser utilizados con los sismos chilenos y con los datos disponibles. Los funcionales utilizados se muestran a continuación.

Para la intensidad de Arias,

$$\ln(I_A) = c_1 + c_2(M_w - 6) + (c_3 + c_4 M_w) \ln \left( \sqrt{R^2 + c_5^2} \right) + c_6 \max(h - 30, 0) + c_7 F_{inter} + c_8 F_{intra} + c_9 \ln \left( \frac{V_{s30}}{1100} \right) \pm \sigma_e \quad (3)$$

para la duración significativa,

$$\ln(SD) = c_1 + c_2 \cdot M_w + c_3 \cdot \ln(R) + c_4 \cdot F_{soil} + c_5 \cdot F_{inter} + c_6 \cdot F_{intra} \pm \sigma_e \quad (4)$$

y para la duración entre intervalos,

$$\ln(BD) = c_1 + c_2 \cdot M_w + c_3 \cdot \ln \left( \sqrt{R^2 + c_4^2} \right) + c_5 \cdot \ln(V_{s30}) + c_6 \cdot F_{inter} \pm \sigma_e \quad (5)$$

donde  $I_A$  es la intensidad de Arias en m/s,  $SD$  es la duración significativa en segundos,  $BD$  es la duración entre intervalos en segundos,  $M_w$  es la magnitud de momento,  $R$  es la distancia más cercana a la ruptura en km,  $h$  es la profundidad focal en km,  $V_{s30}$  es la velocidad de onda de corte en los

primeros 30 metros en m/s,  $F_{inter}$  y  $F_{intra}$  son variables ficticias para sismos interplaca e intraplaca respectivamente,  $F_{soil}$  es una variable ficticia para suelo y  $\sigma_e$  es el error.

#### 4 Metodología

Para realizar los ajustes necesarios, de modo de obtener los coeficientes de los modelos de atenuación, se utiliza el método de ajuste Bayesiano para actualizar la estimación de parámetros con incertidumbre. Este método es utilizado debido a que las curvas de atenuación entregan un valor esperado, y no un valor único, teniendo esto en cuenta, el método Bayesiano permite obtener una distribución de probabilidad para cada constante optimizada, y por consiguiente, para cada parámetro en estudio. De lo anterior, cuando se utiliza una ecuación de predicción del movimiento fuerte (GMPE) se puede decidir con que intervalo de confianza se quiere obtener el resultado. Para llevar a cabo este método, se le otorga una distribución de probabilidad aproximada a cada coeficiente, luego, mediante una optimización se obtiene la distribución de probabilidad ajustada de cada constante, lo cual a su vez permite obtener la distribución de probabilidad del parámetro en estudio.

#### 5 Resultados

Se calculan los parámetros en estudio para todos los registros disponibles. La Fig. 4(a) muestra el gráfico de intensidad de Arias versus distancia a la ruptura, donde puede observarse que un incremento de la magnitud de momento implica un aumento de la intensidad de Arias, mientras que una mayor distancia de ruptura implica un menor valor de este parámetro. La Fig. 4(b) muestra un gráfico de duración significativa  $D_{5-95}$  versus distancia a la ruptura, donde se nota que tanto un aumento de la distancia como de la magnitud de momento implica un aumento de la duración significativa. La Fig. 4(c) muestra un gráfico de duración entre intervalos versus distancia a la ruptura, donde se observa que un aumento de la magnitud de momento implica un aumento de la duración entre intervalos, mientras que una mayor distancia de ruptura lleva a una menor duración.

El modelo es elegido comparando los resultados obtenidos de diferentes modelos de atenuación, donde los siguientes aspectos son tomados en consideración. La desviación estándar de la optimización, donde un menor valor implica un menor error asociado al ajuste y, por lo tanto, menor incertidumbre. La desviación estándar de los residuos, donde una baja diferencia entre este y la desviación estándar de la optimización indica que la optimización es consistente con lo obtenido en el modelo. Los residuos de la distribución, donde una distribución normal muestra que la sobrestimación y subestimación de los resultados obtenidos del modelo, respecto a los datos, es consistente y, por lo tanto, no hay tendencia en los residuos. También se verifica que los resultados tengan coherencia física.

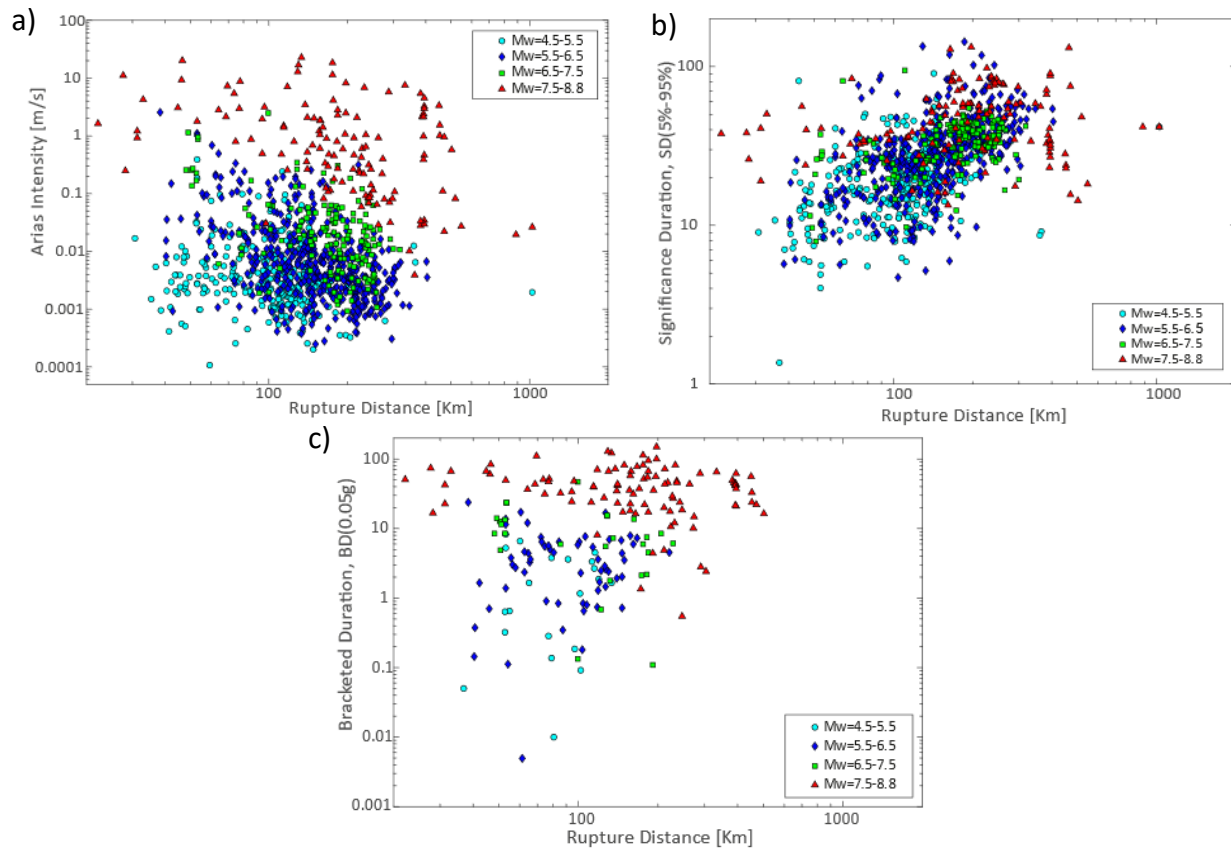


Fig. 4 - (a) Intensidad de Arias – Distancia a la ruptura. (b) Duración significativa – Distancia a la ruptura. (c) Duración entre intervalos – Distancia a la ruptura.

### 5.1 Intensidad de Arias

La curva de atenuación desarrollada permite estimar la media de las componentes horizontales de la intensidad de Arias (Ecc. (6)), donde  $I_{H1}$  e  $I_{H2}$  son las componentes horizontales de la intensidad de Arias registrada. Se utilizan estas componentes ya que son la parte más relevante en lo que respecta a los efectos destructivos y se calcula como la media geométrica por las características de tensor de segundo orden de la intensidad de Arias.

$$I_A = \frac{I_{H1} + I_{H2}}{2} \quad (6)$$

Los resultados de la optimización para el funcional de la Ecc. (3) se muestran en la Tabla 1, donde se observan todos los coeficientes del modelo. Adicionalmente en la Tabla 2 se muestran desviaciones estándar de cada coeficiente del modelo.

Tabla 1 - Constantes obtenidas del ajuste para la curva de atenuación de intensidad de Arias.

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$	$c_8$	$c_9$
5.817	2.334	-2.268	-0.011	36.405	0.012	0.138	0.323	-0.647

Tabla 2 - Desviación estándar de los coeficientes ajustados para la curva de atenuación de Arias.

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$	$c_8$	$c_9$
$\sigma$	0.54	0.89	0.19	0.03	6.66	0.01	0.07	1.08	0.13
$\frac{\sigma}{c}$	0.09	0.38	0.09	3.01	0.18	1.04	0.48	3.34	0.21

En la Fig. 5 se muestran los residuos obtenidos de las curvas de atenuación para la intensidad de Arias, estos se grafican respecto a  $M_w$ ,  $V_{s30}$  y  $R$ , siempre realizando una diferenciación por fuente sismogénica. De aquí se verifica que no existe ninguna tendencia de los residuos respecto a ninguna de las variables graficadas. Se observa que los sismos intraplaca presentan los residuos más altos para magnitudes menores a 5.5  $M_w$ . Respecto al tipo de sitio se ve que eventos registrados en sitios con roca no presentan residuos muy altos, en comparación a los registros en sitios con suelo, tanto para sismos interplaca como intraplaca. La desviación estándar del error obtenida para este ajuste es  $\sigma_e = 1.19$ .

Adicionalmente se muestra el histograma de los residuos de la curva de atenuación de intensidad de Arias. Se observa que el histograma presenta una distribución normal, lo cual se encuentra respaldado por los valores de curtosis y asimetría que son 3.56 y 0.28 respectivamente, los cuales son cercanos a los valores que se tienen en una distribución normal, 3 y 0. Se busca una distribución normal debido a que esto indica que la sobreestimación y subestimación del valor de intensidad de Arias es similar, lo cual es un indicador de que el ajuste está bien realizado.

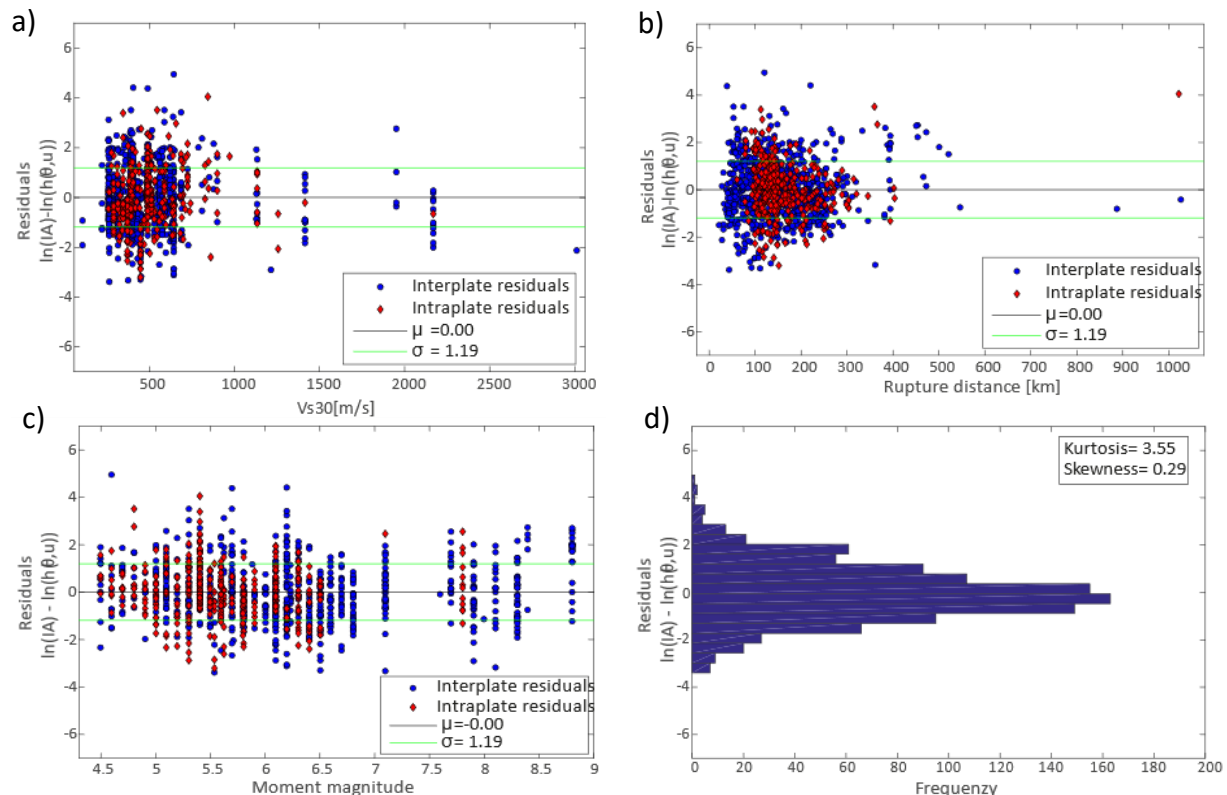


Fig. 5: Residuos de la curva de atenuación de intensidad de Arias. (a) Residuos versus  $V_{s30}$ . (b) Residuos versus  $R$ . (c) Residuos versus  $M_w$ . (d) Histograma de distribución de residuos.

## 5.2 Duración significativa

La curva de atenuación desarrollada permite estimar la media geométrica de las componentes horizontales de la duración significativa utilizando el intervalo de 5%-95% de energía liberada (Ec. (7)), donde  $SD_{H1}$  e  $SD_{H2}$  son las componentes horizontales de la duración significativa registrada.

$$SD = \sqrt{SD_{H1} \cdot SD_{H2}} \quad (7)$$

Los resultados de la optimización para el funcional de la Ec. (4) son mostrados en la Tabla 3 y Tabla 4, donde se observan todos los coeficientes del modelo y sus respectivas desviaciones estándar.

Tabla 3 - Constantes obtenidas del ajuste para la curva de atenuación de duración significativa.

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
-1.052	0.173	0.454	0.031	1.081	0.908

Tabla 4 - Desviación estándar de los coeficientes ajustados para la curva de atenuación de duración significativa.

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
$\sigma$	0.16	0.06	0.03	0.03	0.14	0.22
$\frac{\sigma}{c}$	0.16	0.36	0.07	0.85	0.13	0.24

En la Fig. 6 se muestran los residuos obtenidos de las curvas de atenuación para la duración significativa, estos se grafican respecto a  $M_w$ ,  $V_{s30}$  y  $R$ . siempre realizando una diferenciación por fuente sismogénica. De aquí se verifica que no existe ninguna tendencia de los residuos respecto a ninguna de las variables graficadas. Se observa ve que los sismos intraplaca presentan los residuos más altos para distancias a la ruptura entre 100 y 200 km. Respecto al tipo de sitio se ve que aquellos registros obtenidos de sitios con roca presentan residuos más bajos que aquellos con suelo. La desviación estándar del error obtenida para este ajuste es  $\sigma_e=0.47$ .

También se muestra el histograma de los residuos de la curva de atenuación de duración significativa. Se observa que el histograma presenta una distribución cercana a la normal, con una leve concentración de los datos en el centro, lo cual se encuentra respaldado por el valor de la curtosis que es 4.42, el cual en una distribución normal toma un valor de 3. Se busca una distribución normal debido a que esto indica que la sobreestimación y subestimación del valor de duración significativa es similar, lo cual es un indicador de que el ajuste está bien realizado.



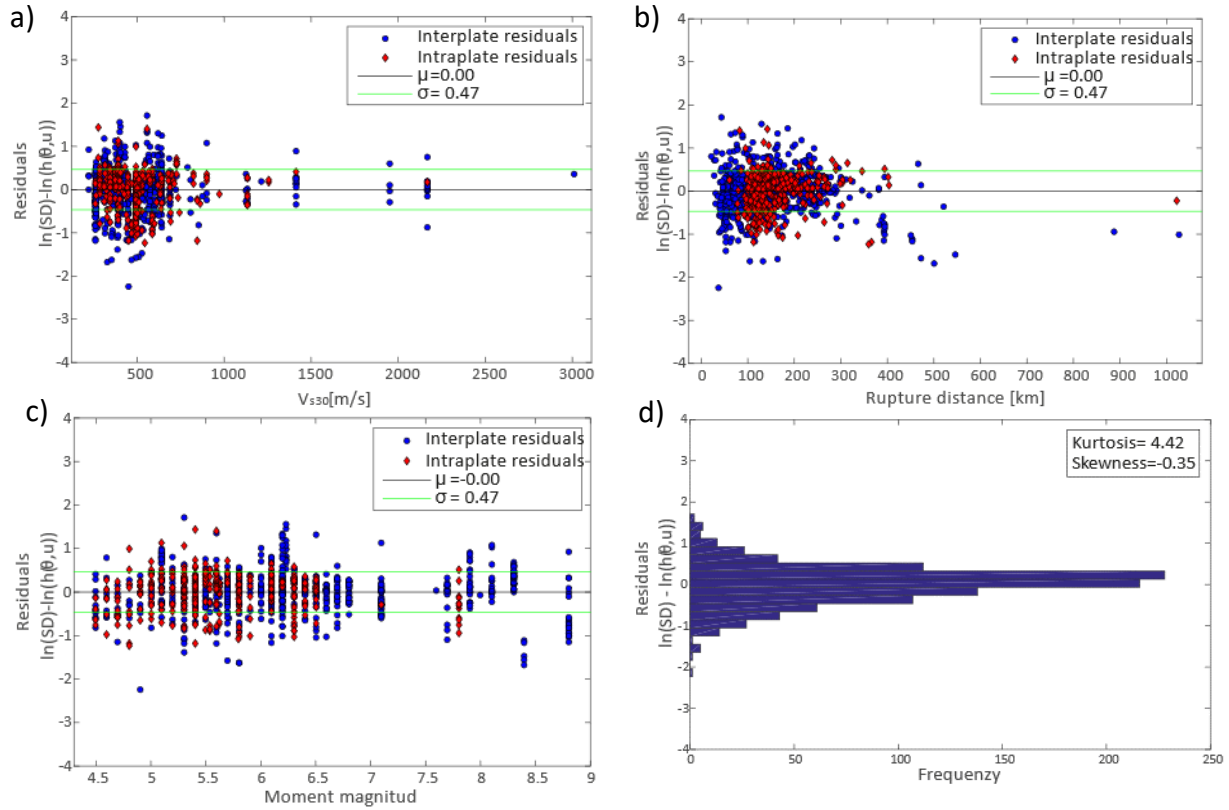


Fig. 6: Residuos de la curva de atenuación de duración entre intervalos. (a) Residuos versus  $V_{s30}$ . (b) Residuos versus  $R$ . (c) Residuos versus  $M_w$ . (d) Histograma de distribución de residuos.

### 5.3 Duración entre intervalos

La curva de atenuación desarrollada permite estimar la media geométrica de las componentes horizontales de la duración entre intervalos, utilizando como límite de aceleración 0.05g (Ec. (8)), donde  $BD_{H1}$  e  $BD_{H2}$  son las componentes horizontales de la duración entre intervalos registrada.

$$BD = \sqrt{BD_{H1} \cdot BD_{H2}}. \quad (8)$$

Los resultados de la optimización para el funcional de la Ec. (5) son mostrados en la Tabla 5 y Tabla 6, donde se observan todos los coeficientes del modelo y sus respectivas desviaciones estándar. Cabe mencionar que debido a la definición de este parámetro se obtienen algunos valores de duraciones nulas, estos registros no son utilizados en la optimización, sin embargo son considerados en el análisis mediante un método de clasificación basado en *Support Vector Machine* (SVM), el cual no se aborda en el presente documento.

Tabla 5 - Constantes obtenidas del ajuste para la curva de atenuación de duración entre intervalos.

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
2.277	1.549	-1.548	110.457	-0.509	0.101

Tabla 6 - Desviación estándar de los coeficientes ajustados para la curva de atenuación de duración entre intervalos.

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
$\sigma$	1.22	0.08	0.24	22.99	0.16	0.06
$\frac{\sigma}{c}$	0.54	0.05	0.15	0.21	0.32	0.61

En la Fig. 7 se muestran los residuos obtenidos de las curvas de atenuación para la duración entre intervalos, estos se grafican respecto a  $M_w$ ,  $V_{s30}$  y  $R$ , siempre realizando una diferenciación por fuente sismogénica. De aquí se verifica que no existe ninguna tendencia de los residuos respecto a ninguna de las variables graficadas. Sismos interplaca presentan residuos altos para todo el rango de magnitudes, en especial para sismos de magnitudes superiores a 6,5  $M_w$ , para distancias a la ruptura menores a 300 [km], y para sitios en suelo. Respecto al tipo de sitio se ve que aquellos registros obtenidos de sitios con altas velocidades de onda de corte presentan residuos bajo la desviación estándar. La desviación estándar del error obtenida para este ajuste es  $\sigma_e = 1.09$ .

También se muestra el histograma de los residuos de la curva de atenuación de duración entre intervalos. Se observa que el histograma no presenta una distribución normal, lo cual se respalda claramente por los altos valores absolutos de curtosis y asimetría obtenidos, 7.65 y -1.55 respectivamente. La ausencia de una distribución normal de los residuos se atribuye principalmente a la baja cantidad de datos utilizados para realizar el ajuste y a que existen registros que, si bien no poseen una duración nula, sí tienen duraciones muy cercanas a 0, lo cual provoca residuos más altos de lo observado en el resto de los datos.

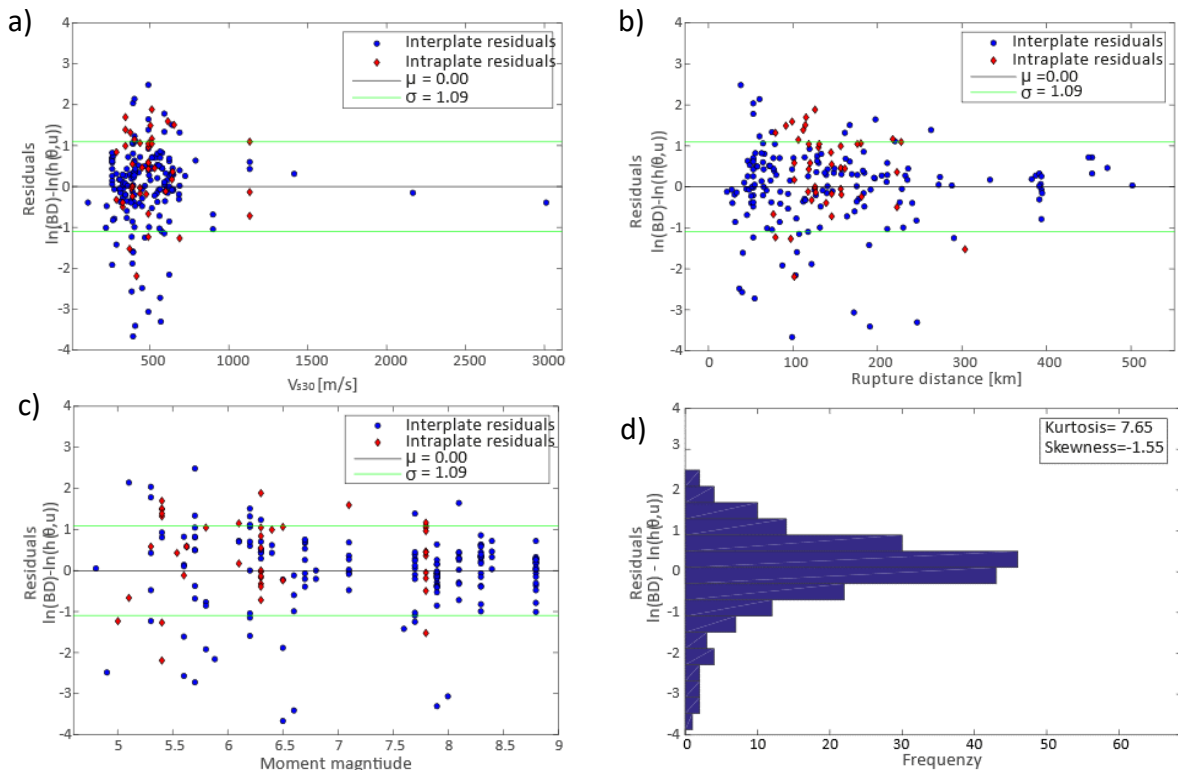


Fig. 7: Residuos de la curva de atenuación de duración entre intervalos. (a) Residuos versus  $V_{s30}$ . (b) Residuos versus  $R$ . (c) Residuos versus  $M_w$ . (d) Histograma de distribución de residuos.

## **6 Conclusiones**

En vista de las características particulares de cada zona sísmica se hace necesario obtener herramientas de estimación que reflejen las características locales del lugar en estudio. En el presente documento se desarrollan curvas de atenuación para estimar la intensidad de Arias, la duración significativa y la duración entre intervalos, utilizando una base de 1048 registros de 288 eventos sísmicos chilenos de tipo interplaca tipo thrust e intraplaca de profundidad intermedia, empleando el método de ajuste Bayesiano para actualizar la estimación de parámetros con incertidumbre.

El método de ajuste utilizado permite obtener, además del valor de las constantes optimizadas, la matriz de covarianza, el gradiente y distribuciones de probabilidad tanto para el parámetro en estudio como para las constantes ajustadas. Lo anterior da pie para seguir desarrollando los resultados obtenidos.

## Referencias

- [1] A. Arias, "Measure of Earthquake Intensity," *Seismic Design for Nuclear Plants. /Hansen, Robert J. (ed.)*, pp. 438–483, 1970.
- [2] J. J. Kempton and J. P. Stewart, "Prediction Equations for Significant Duration of Earthquake Ground Motions Considering Site and Near-Source Effects," *Earthquake Spectra*, vol. 22, no. 4, pp. 985–1013, Nov. 2006.
- [3] J. Órdenes and R. Boroschek, "Actualización de la base de datos para la generación de curvas de predicción de movimiento para sismos chilenos," Universidad de Chile, Santiago, 2017.
- [4] D. Vilches and R. Boroschek, "Características de espectros de respuesta con distintas rotaciones de ejes y representaciones," Universidad de Chile, Santiago, 2017.
- [5] R. Foulser-Piggott and K. Goda, "Ground-motion prediction models for Arias intensity and cumulative absolute velocity for Japanese earthquakes considering single-station sigma and within-event spatial correlation," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 105, no. 4, pp. 1903–1918, 2015.
- [6] B. Hernández and F. Cotton, "Empirical determination of the ground shaking duration due to an earthquake using strong motion accelerograms for engineering applications," in *Proceedings of twelfth world conference on earthquake engineering, paper*, 2000, p. 9.
- [7] J. J. Bommer and A. Martínez-Pereira, "The effective duration of earthquake strong motion," *Journal of Earthquake Engineering*, vol. 3, no. 2, pp. 127–172, Apr. 1999.