

第二章 恒星的结构

§ 2.1 恒星的能源

§ 2.2 恒星的内部结构

§ 2.3 标准太阳模型

太阳的整体结构

太阳大气

太阳风

日冕

过渡区

色球

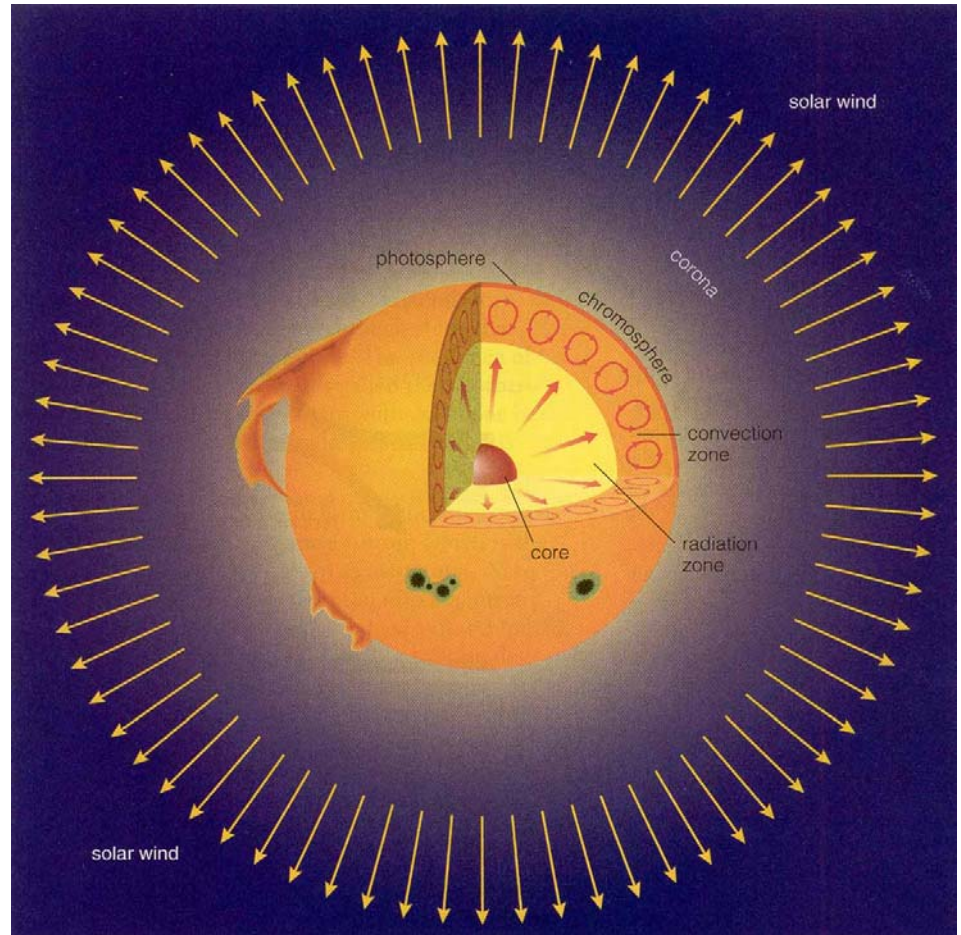
光球

太阳内部

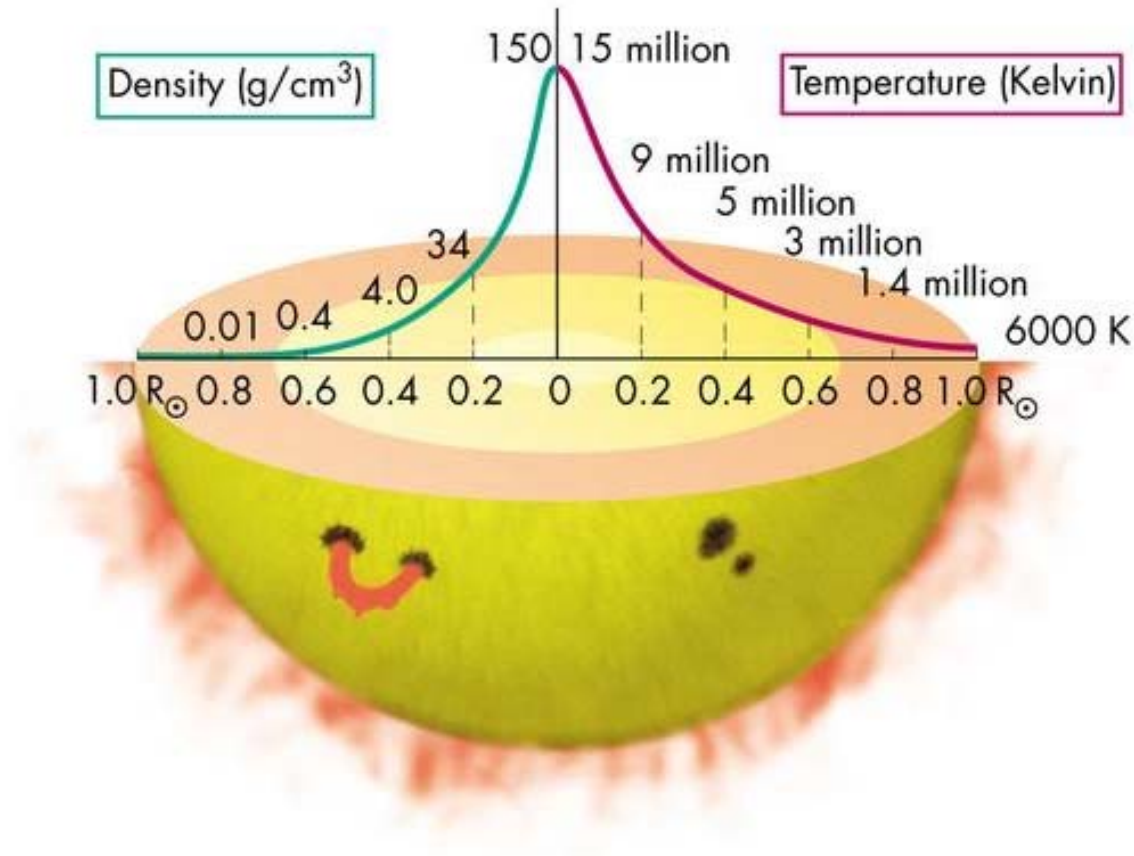
对流区

辐射区

核心区



The Standard Solar Model



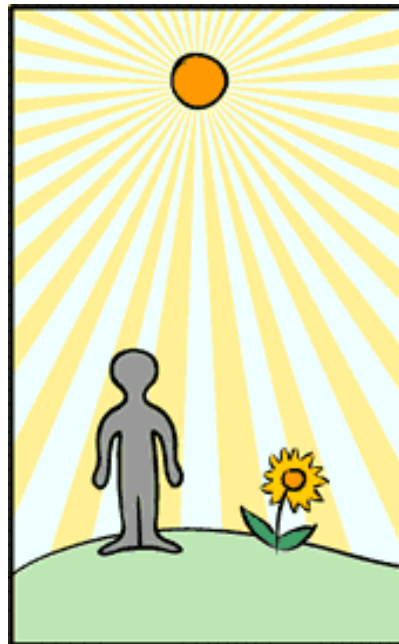
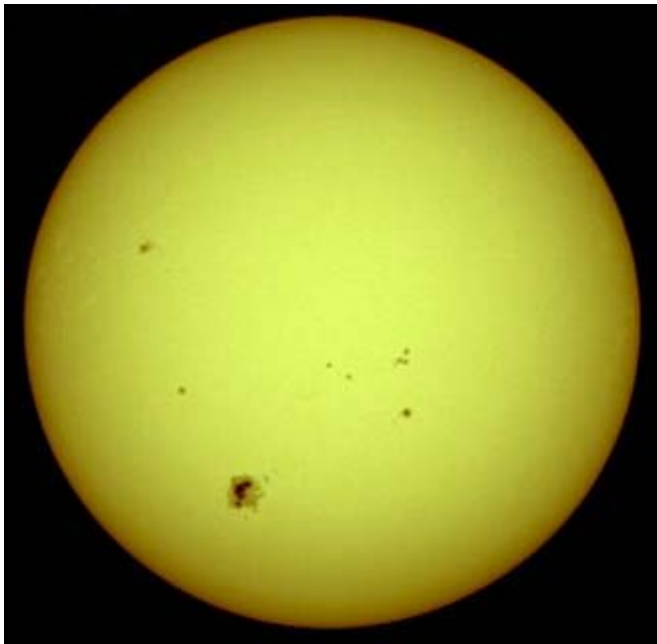
How do we know about the Sun?

§ 2.1 恒星的能源

(16.5)

1. 太阳的能源

$$L_{\odot} \approx 3.8 \times 10^{33} \text{ ergs}^{-1}, \tau_{\odot} \approx 5 \times 10^9 \text{ yr}$$



● 可能的能源:

(1) 化学反应 (chemical reaction)



$$\tau \leq 30 \text{ yr}$$

(2) 引力收缩

(gravitational contraction)

辐射 \rightarrow 压力 $\searrow \rightarrow$ 收缩 \rightarrow 温度 $\nearrow \rightarrow$ 辐射

$$\tau \sim (GM_{\odot}^2/R_{\odot}L_{\odot}) \sim 10^7 \text{ yr}$$



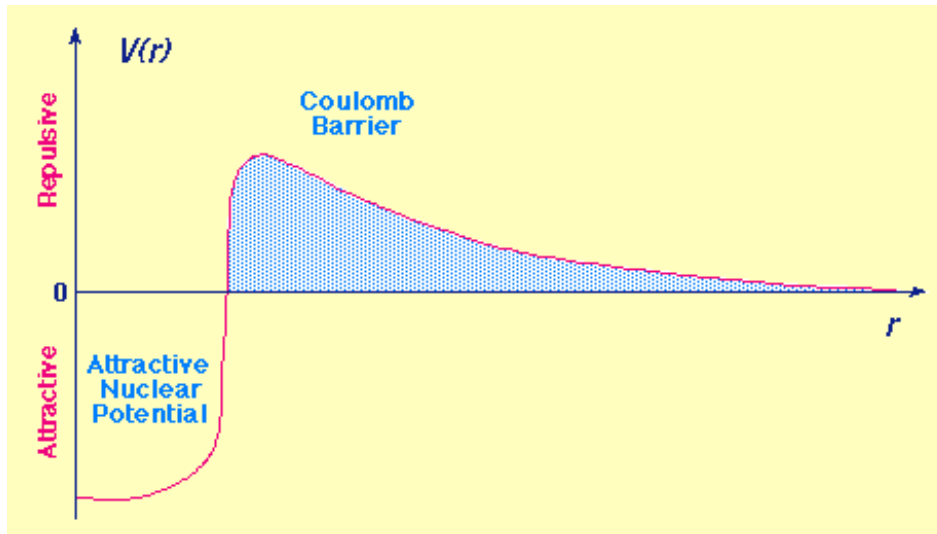
H. von Helmholtz



Lord Kelvin

热核聚变反应(thermal nuclear fusion)

- 核子1 + 核子2 \rightarrow 核子3 + 能量
- 质量亏损
核子1质量 + 核子2质量 > 核子3质量
- 热核聚变反应要求粒子处于高温高密状态



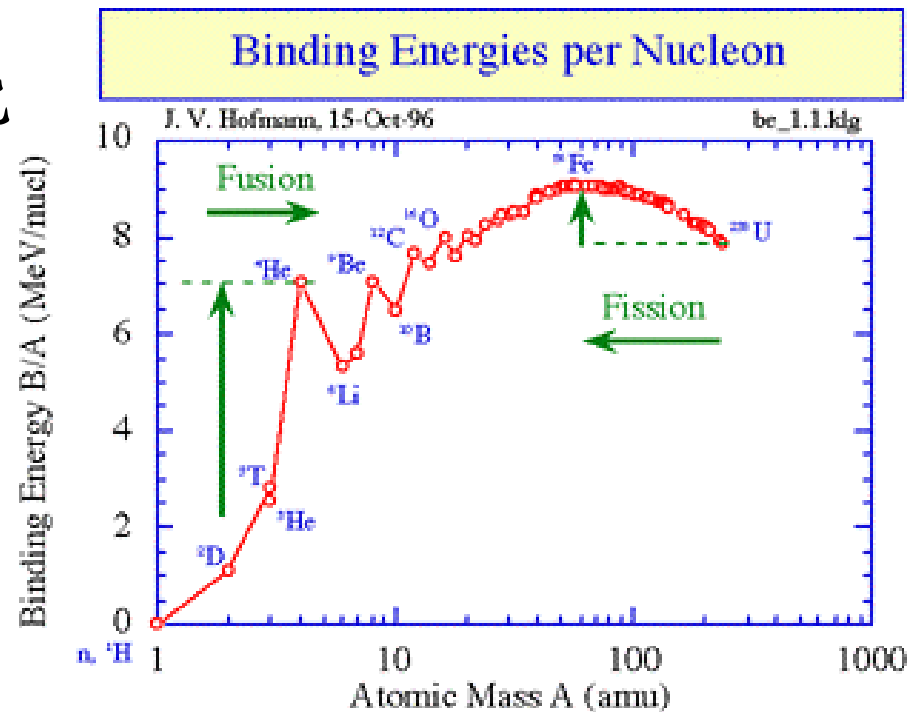
Sir Arthur S. Eddington

Coulomb barrier for charged-particle reactions

热核反应原理

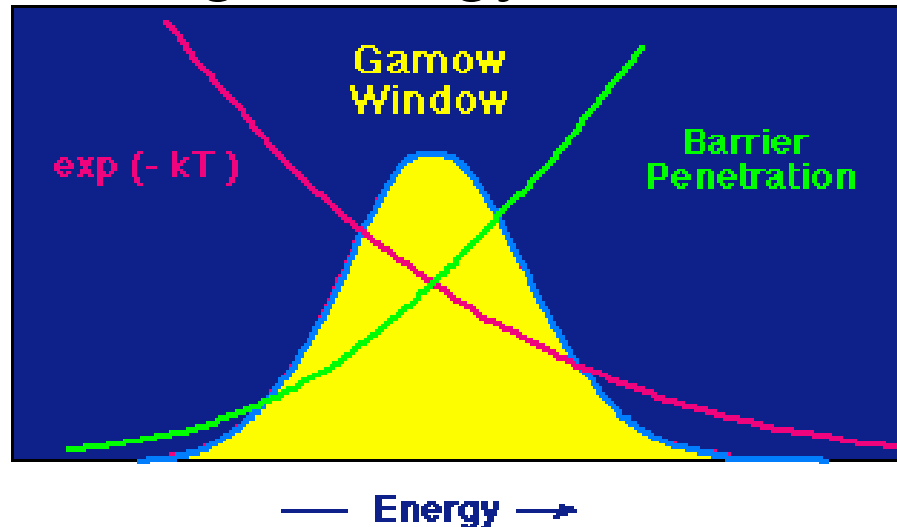
- Einstein质量-能量关系: $E = mc^2$
- 原子核结合能: $Q = [(Zm_p + Nm_n) - m(Z, N)] c^2 / A$
 Z —核电荷数 (原子序数), N —中子数
 $A = Z + N$ 原子量
- Fe元素具有最大的结合能

结合能较小的原子核聚变成结合能较大的原子核会释放能量。



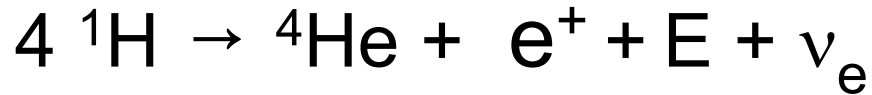
The Energy Window for Nuclear Reactions

- The charged-particle reactions depends on both the probability for penetrating the Coulomb barrier and the possibility of having a particle of high energy.



The Gamow window for charged-particle reactions

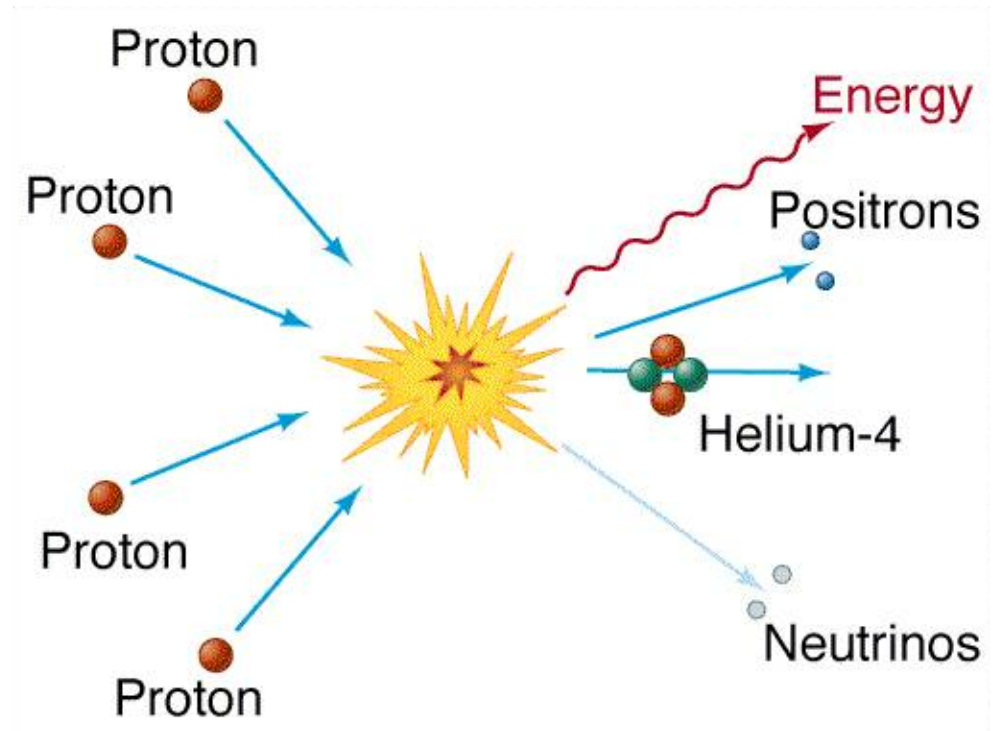
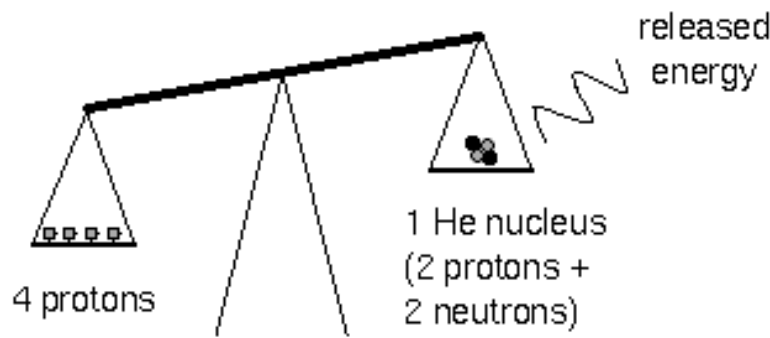
2. H燃烧 (H burning)



$$E = (4m_{\text{H}} - m_{\text{He}}) c^2$$

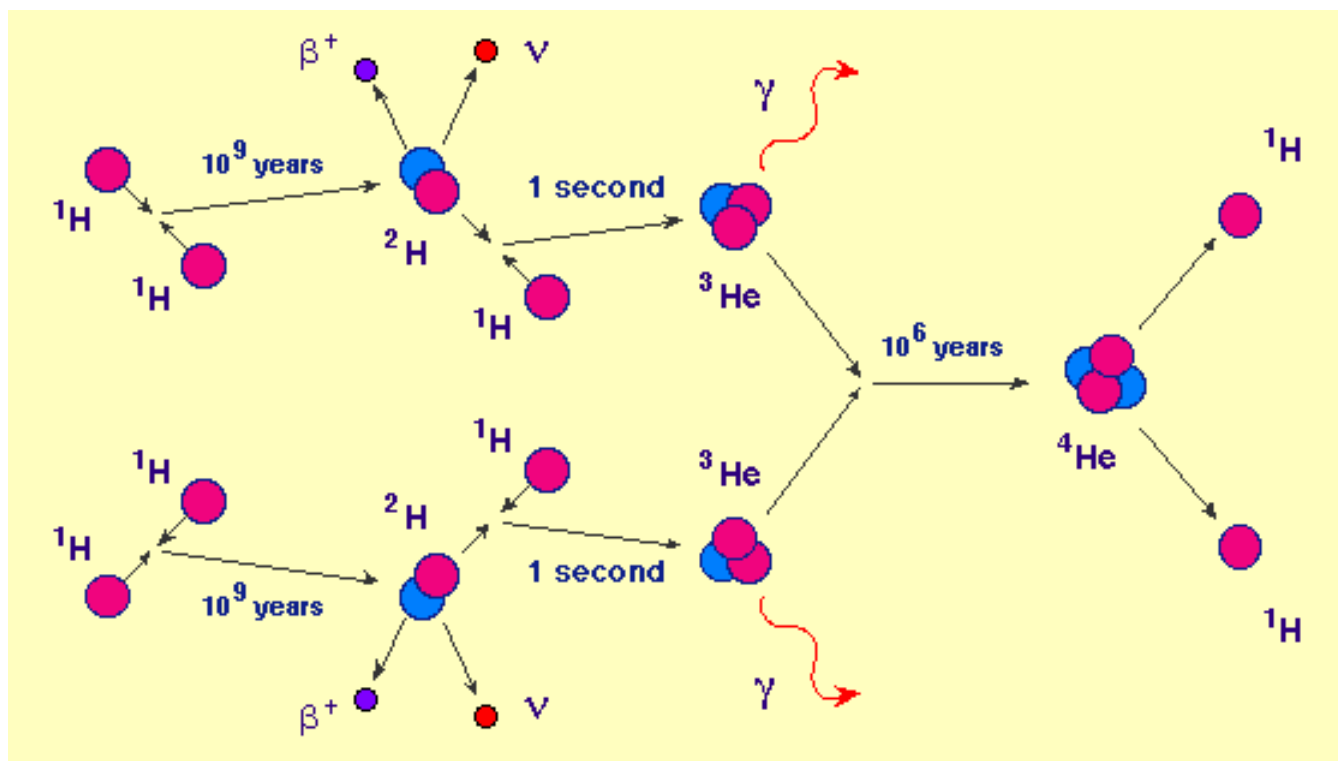
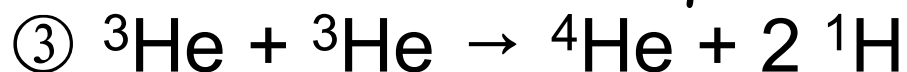
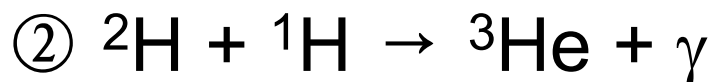
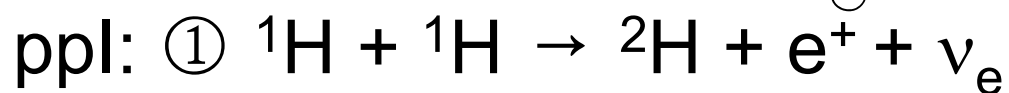
$$\approx 4 \times 10^{-5}\ \text{erg}$$

燃烧效率 $\eta \approx 0.7\%$



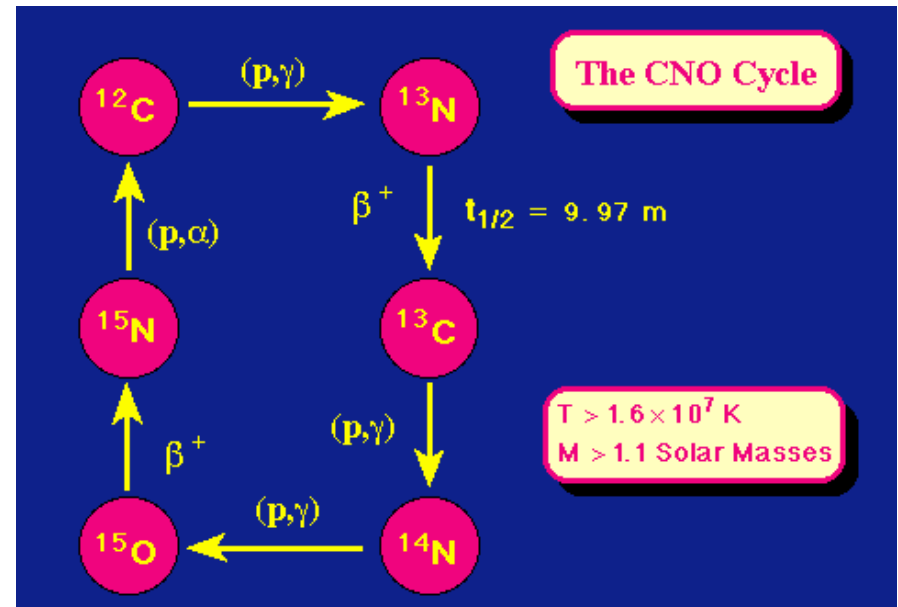
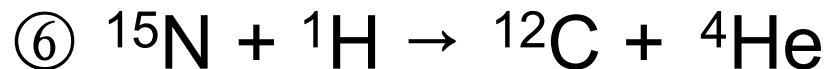
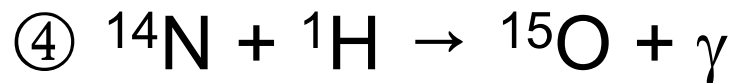
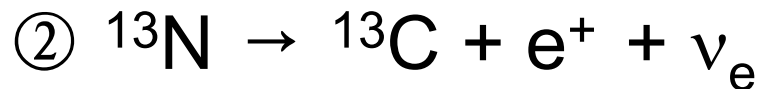
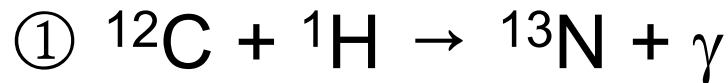
(1) 质子 - 质子链 (proton-proton chain)

For stars with $M < 1.1M_{\odot}$

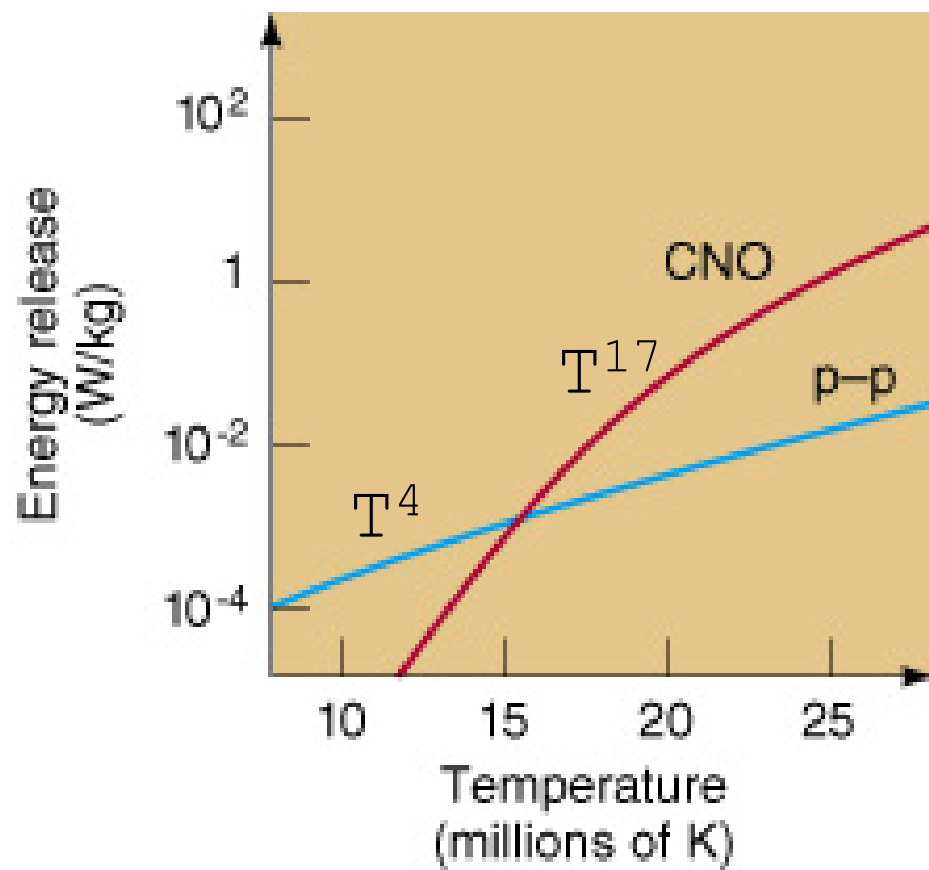


(2) 碳氮氧循环 (CNO cycle)

For stars with $M > 1.1 M_{\odot}$



质子-质子链与碳氮氧循环核反应率的比较



恒星如何维持稳定的核燃烧？

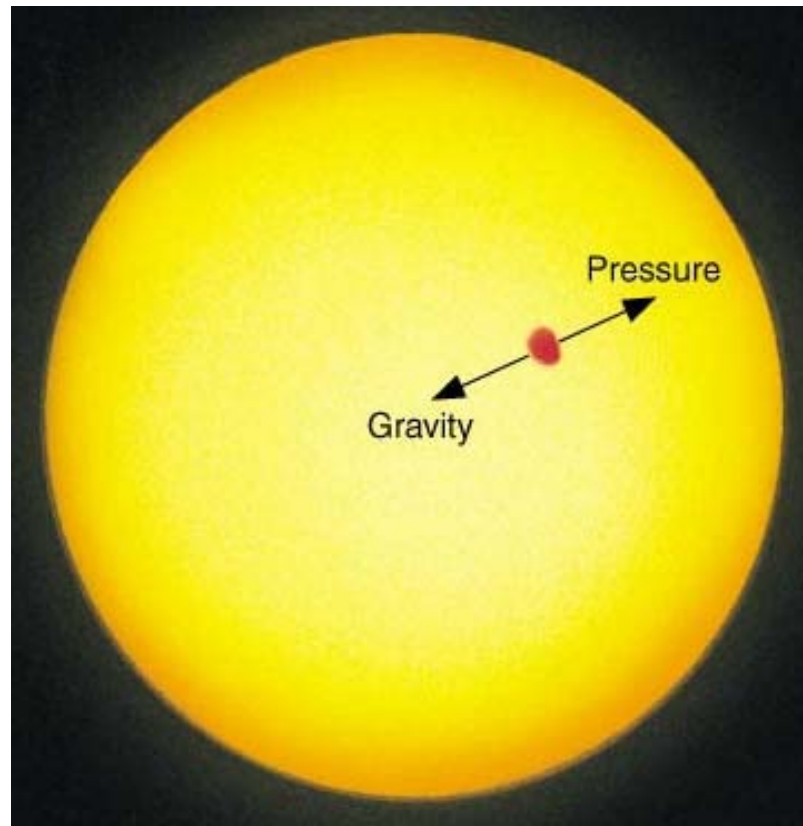
- 恒星内部的核反应速率对温度十分敏感，

$$\varepsilon \propto T^4 \text{ (PP)}, T^{17} \text{ (CNO)}$$

- 恒星是稳定的气体球，其内部任意一点必须维持流体静力学平衡。

（向内的）重力 \Leftrightarrow （向外的）压力差

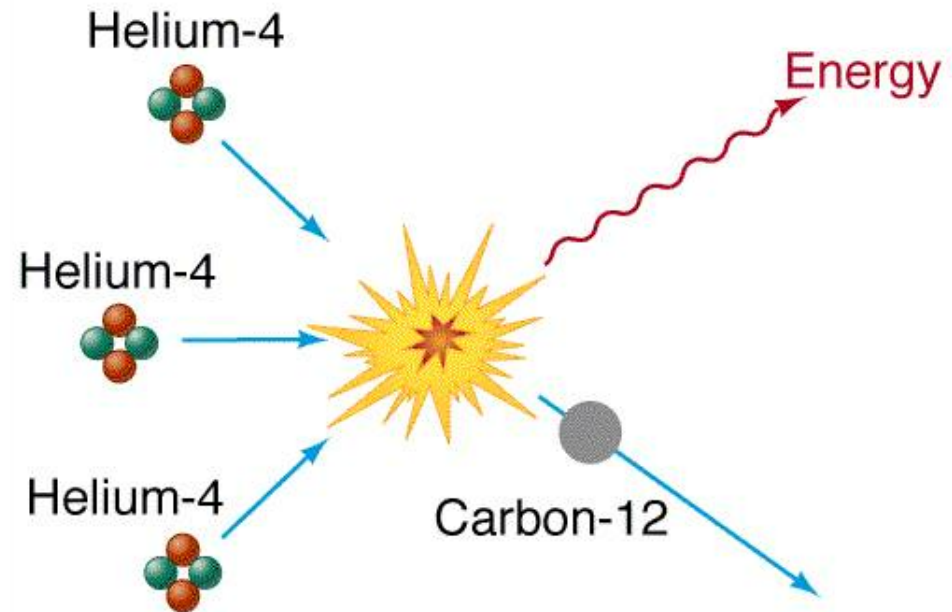
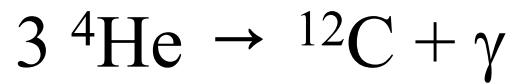
$$T \uparrow \rightarrow \varepsilon \uparrow \rightarrow P \uparrow \rightarrow R \uparrow \rightarrow T \downarrow$$



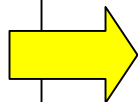
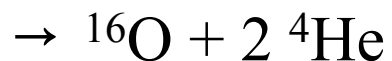
3. 比H更重的元素的燃烧

● He燃烧 (3 α 反应)

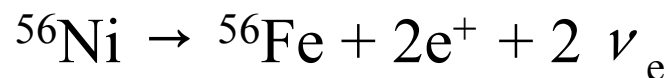
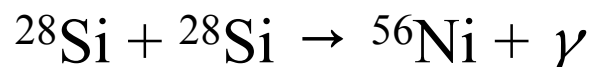
$$T > 10^8 \text{ K}$$



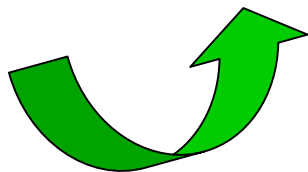
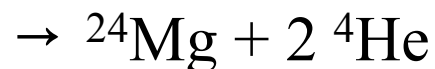
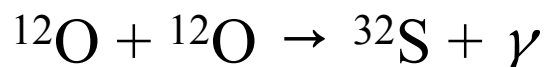
● 碳燃烧 ($M > 3M_{\odot}$)



● 硅燃烧

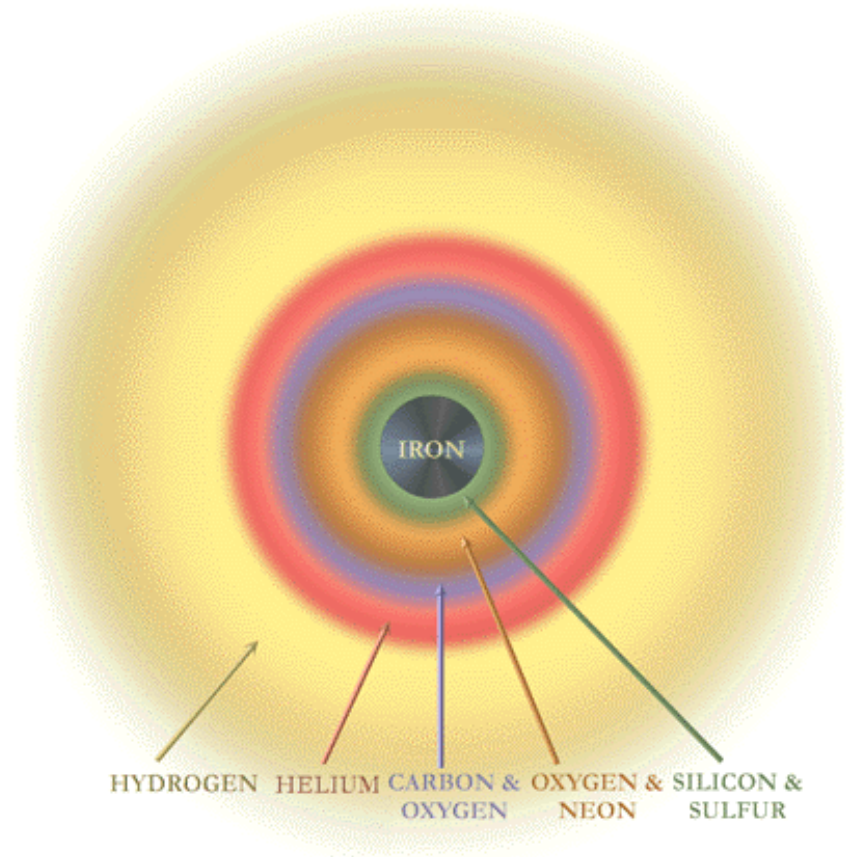
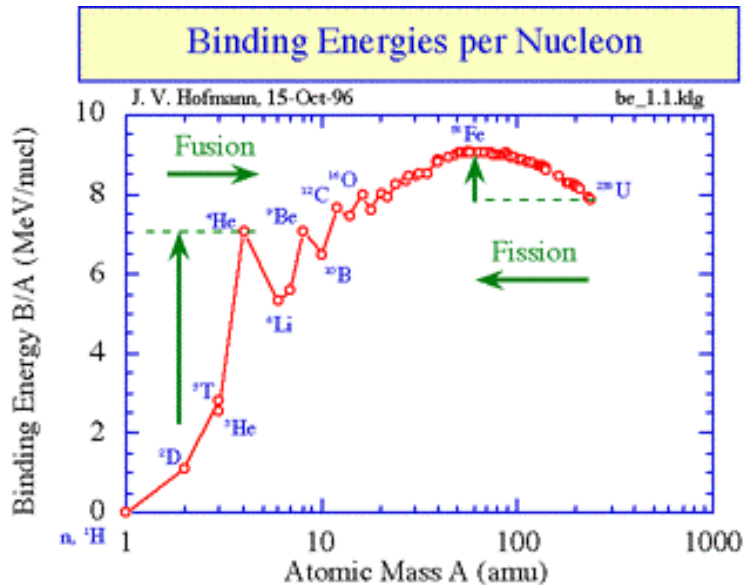


● 氧燃烧



T

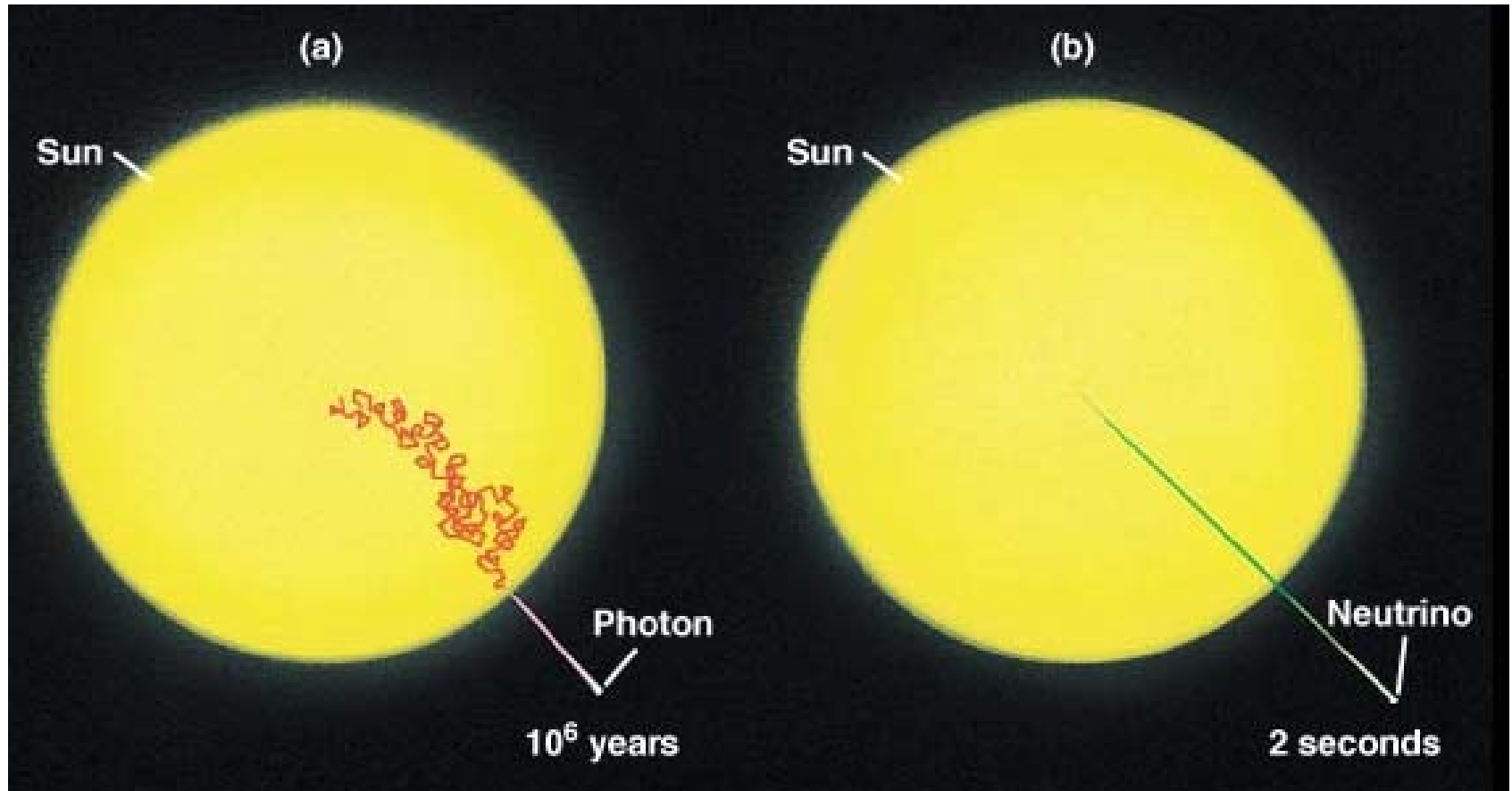
当恒星内部形成Fe后，由于Fe的聚变反应吸热而不是放热，恒星内部的热核反应由此停止，形成洋葱状的结构。



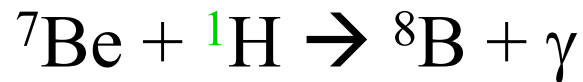
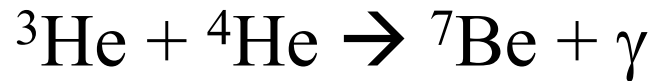
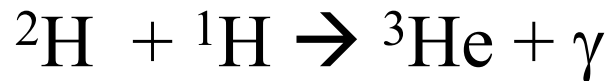
太阳中微子 (Solar Neutrinos)

- 中微子(neutrinos)是一种不带电、质量极小的亚原子粒子，它几乎不与任何物质发生相互作用。
- 太阳内部H核聚变释放能量的5%被中微子携带向外传输。
- 目前接收到的太阳的辐射（光子）实际上产生于 $\sim 10^5$ - 10^7 年前的太阳内部，而中微子则几乎是在当时产生的。

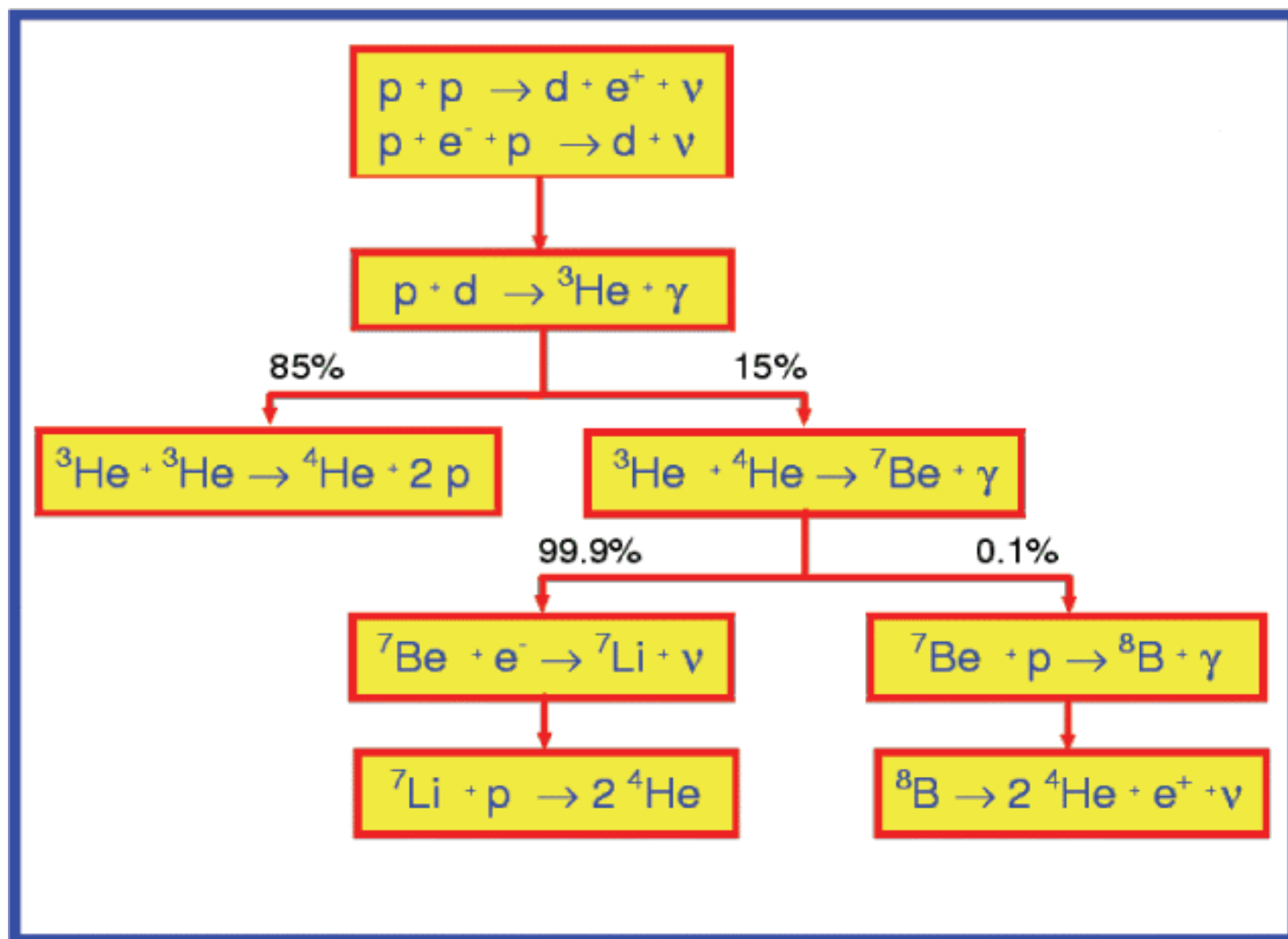
光子在太阳内部的无规行走(random walk)



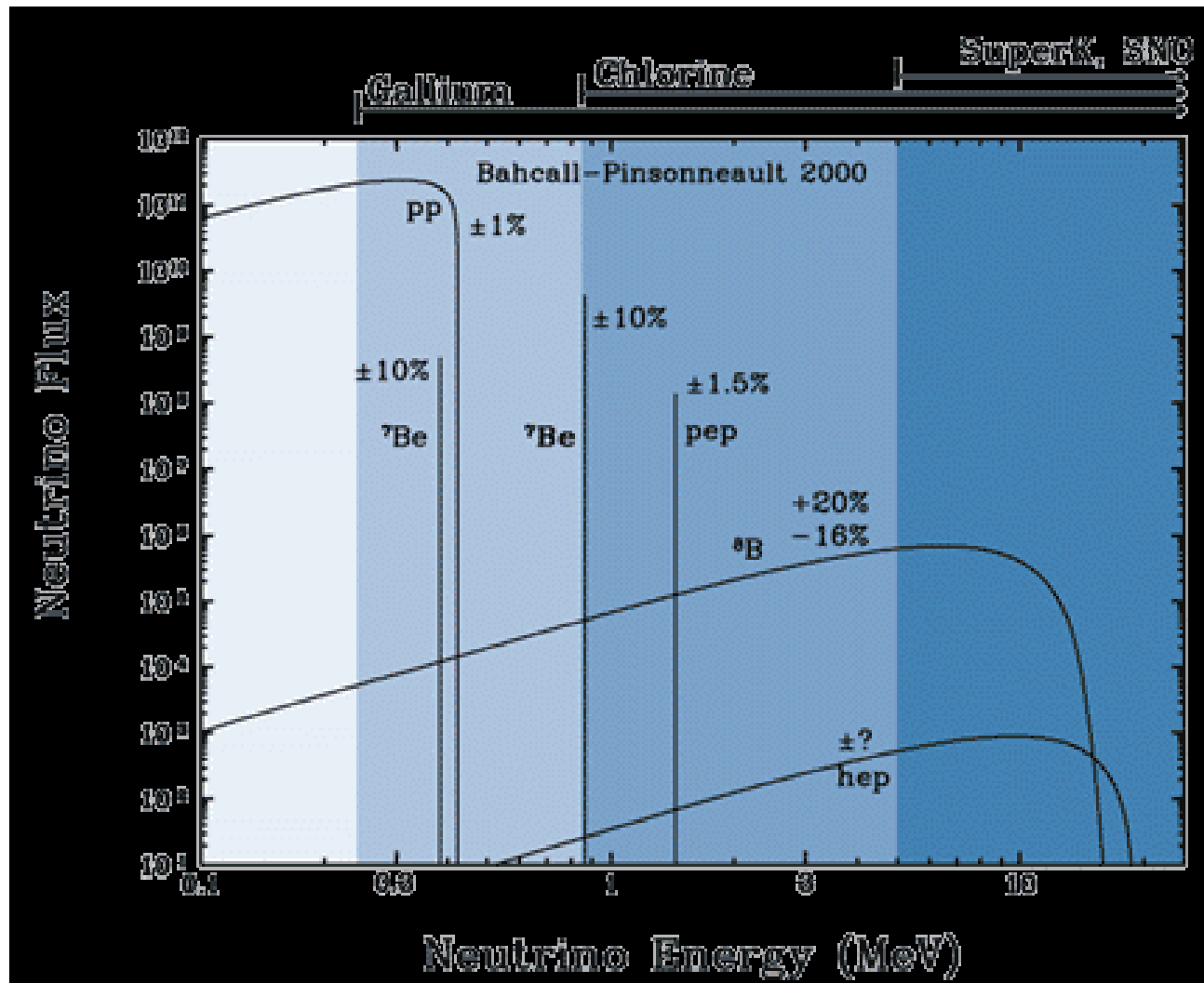
太阳中微子的产生



太阳中微子的产生过程



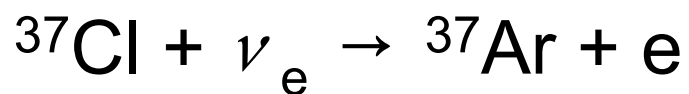
Spectrum of Solar Neutrinos



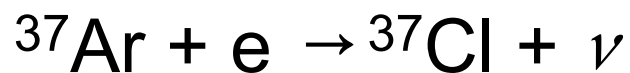
太阳中微子的探测

● 原理

(1) 中微子与 C_2Cl_4 相互作用



(2) ^{37}Ar 俘获内壳层电子

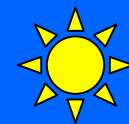


(3) ^{37}Cl 退激发释放光子



Homestake金矿中微子实验室

中微子探测器



宇宙线

1.6 km

100,000 gal. tank

C_2Cl_4

Ar

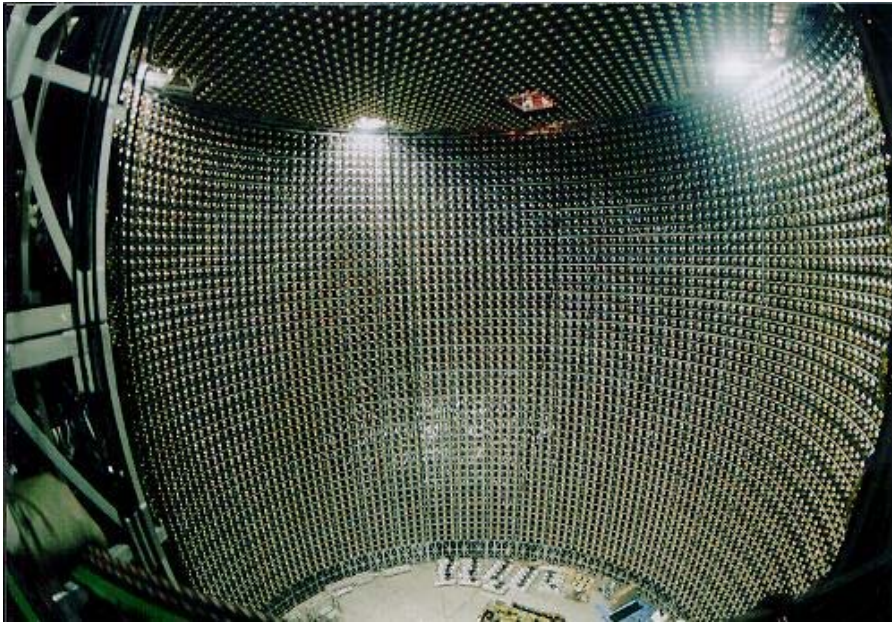
Ar

金矿

Argon
Atom



太阳中微子探测器



Super-Kamiokande Neutrino
Observatory in Japan

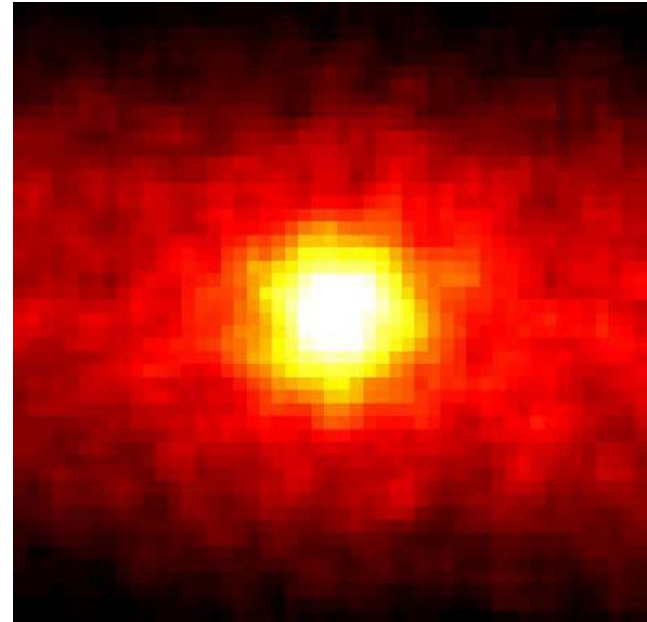
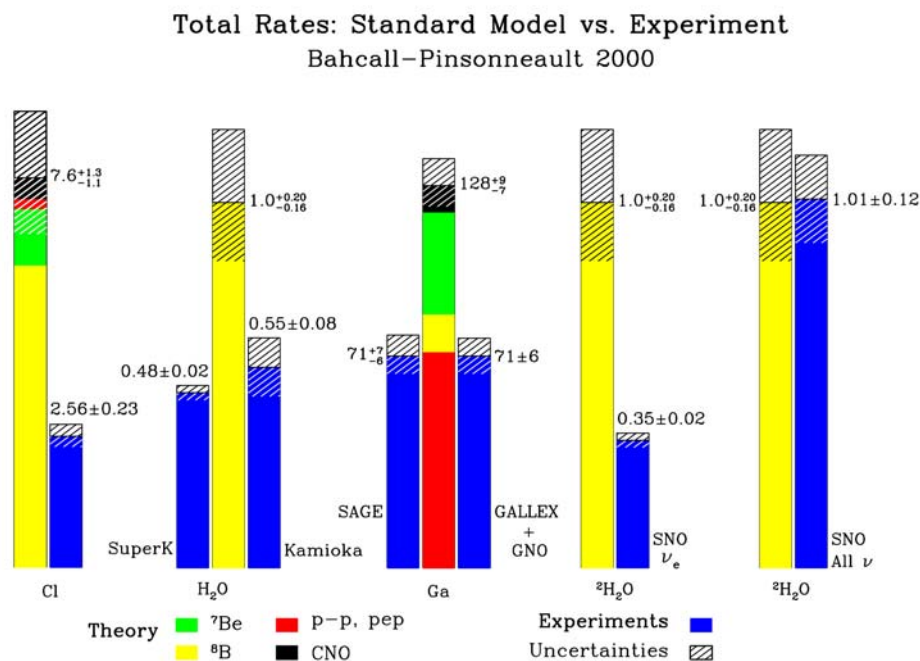


Image of neutrinos from the
Sun, taken by the Super-
Kamiokande detector.

太阳中微子问题 (The Solar Neutrino Problem)

- 实际测量到的太阳中微子数目只有理论计算值的约2/3。



太阳中微子问题 (The Solar Neutrino Problem)

● 可能的原因:

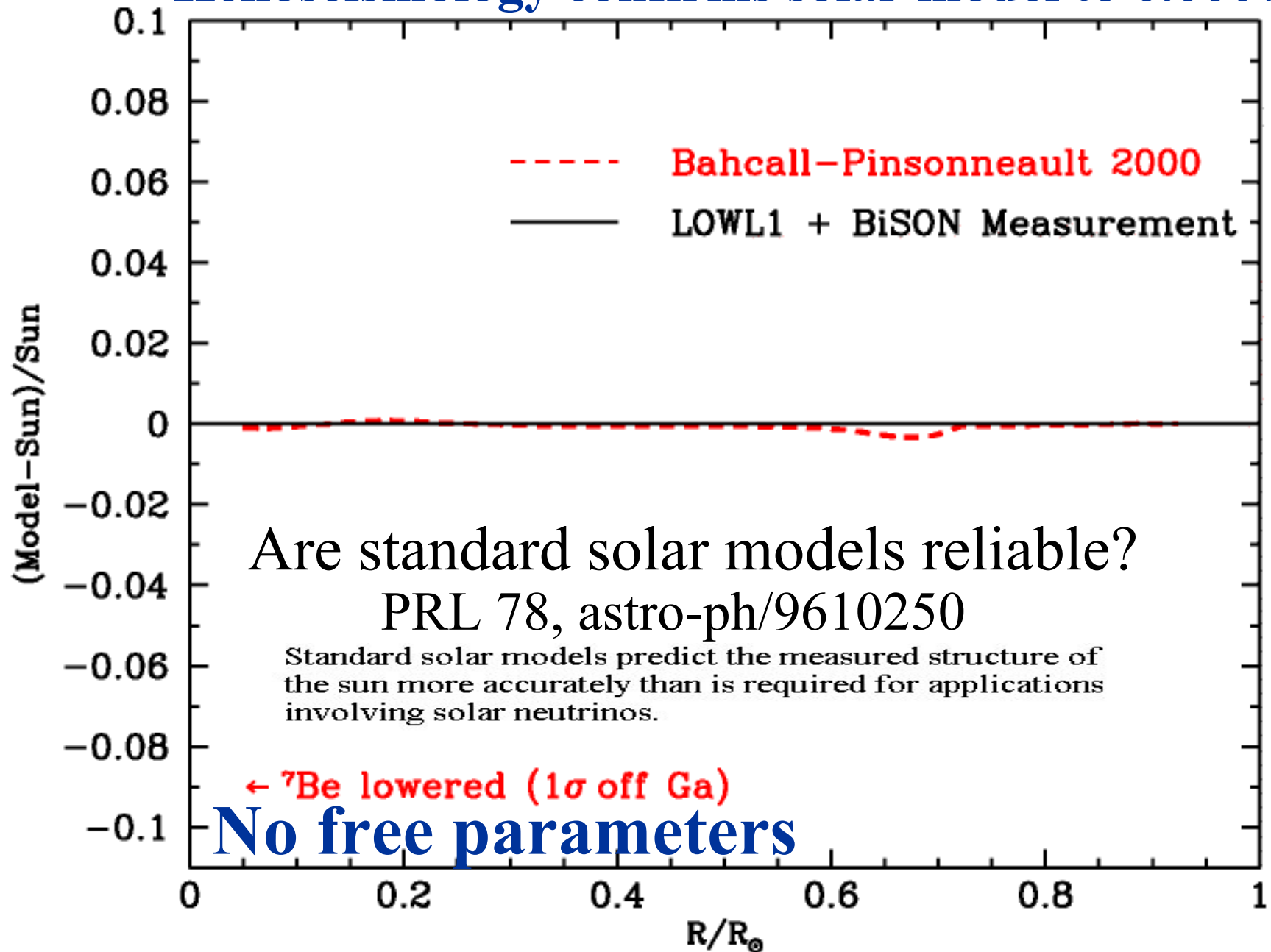
(1) 太阳内部结构与成分与太阳标准模型差异

(2) 中微子物理——中微子振荡

电子中微子、 μ 中微子和 τ 中微子。



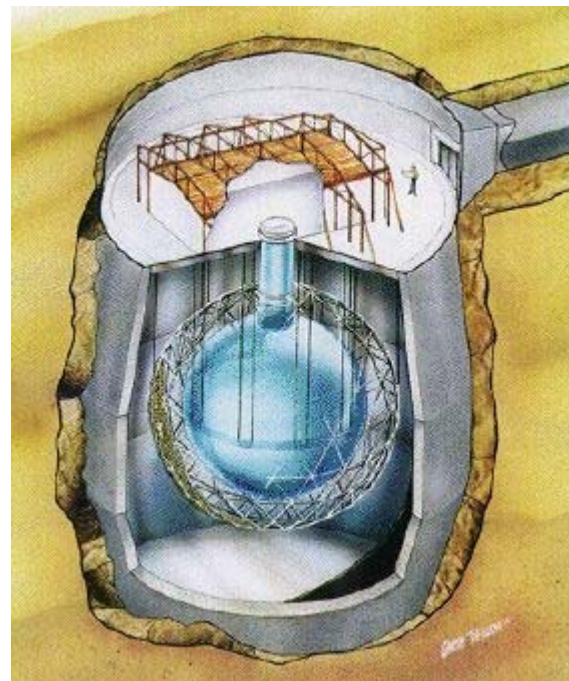
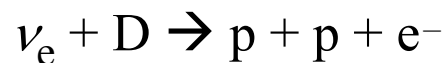
Helioseismology confirms solar model to 0.0007



揭示中微子失踪之谜

- 2001年，SNO的观测结果证实电子中微子事实上没有失踪，只是在离开太阳后转化成 μ 中微子和 τ 中微子，躲过了此前的探测，这间接证明中微子具有质量。

Measurement of the rate of



Sudbury Neutrino
Observatory (SNO)
in Canada

§ 2.2 恒星的内部结构

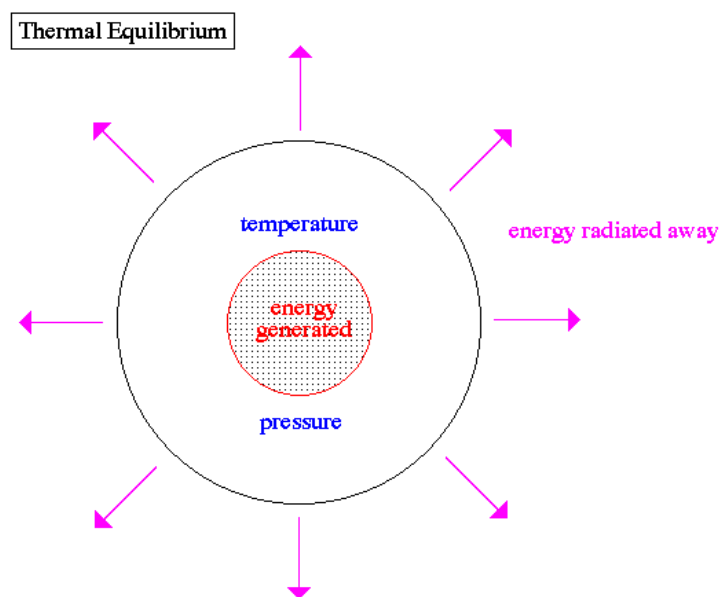
(16.2)

1. 热平衡

(thermal equilibrium)

- 能量传输的三种形式：
辐射、传导与对流。

- 太阳核心区产生的能量主要通过辐射与对流向外传递。



● 辐射 (radiation)

- 辐射传热：恒星内部的冷物质通过吸收热区的光子而加热。
- 辐射平衡：如果恒星内部产生的能量全部由辐射向外传递，则称恒星处于辐射平衡。
- 辐射平衡下的温度梯度为：

$$\frac{dT}{dr} = - \left(\frac{3}{4ac} \right) \left(\frac{\kappa \rho}{T^3} \right) \left(\frac{L_r}{4\pi r^2} \right)$$

其中 κ 为不透明度系数。

● 不透明度来源:

电子束缚-束缚跃迁 (原子吸收线)

电子束缚-自由跃迁 (光致电离)

电子自由-自由跃迁 (轫致辐射)

● 不透明度对恒星结构的影响

$$\kappa \downarrow \rightarrow dL \uparrow \rightarrow T_c \downarrow \rightarrow P \downarrow \rightarrow R \downarrow \rightarrow \kappa \uparrow$$

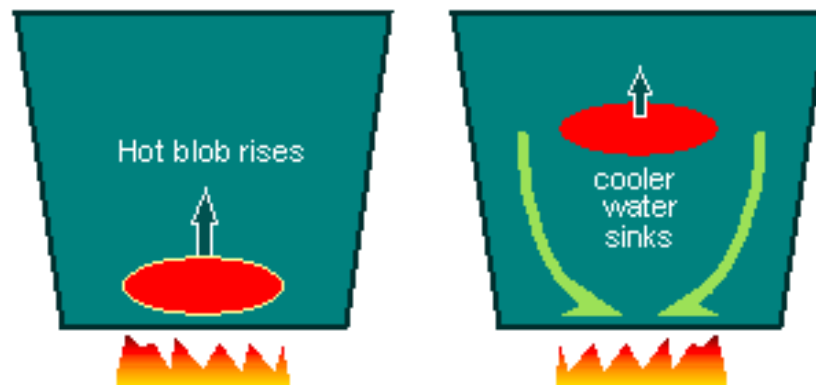
$$\kappa \uparrow \rightarrow T_c \uparrow \rightarrow P \uparrow \rightarrow R \uparrow \rightarrow \kappa \downarrow$$

- 对流 (convection): 气体在冷热区域之间的大规模的循环流动

产生对流的物理条件：随着恒星内部的不透明度或产能率增大，辐射温度梯度值增大，辐射不再是传递能量的有效方式，或辐射平衡是不稳定的，这时在恒星内部产生对流。

对流传热的物理过程：热气体膨胀上升，冷却后下沉，形成物质流动的循环和热量的传递。

对流不仅传递能量，还起着混合物质的作用。

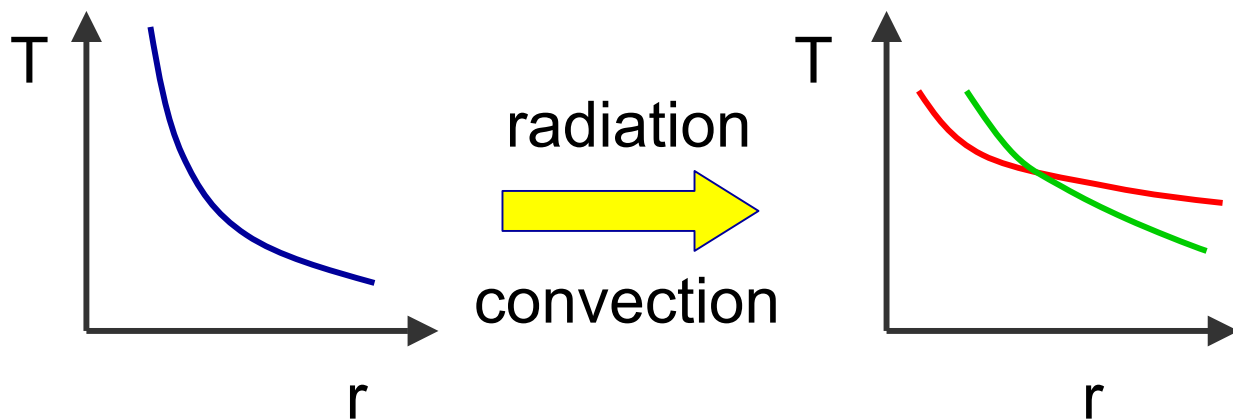


2. 恒星内部的辐射和对流区

● 判据

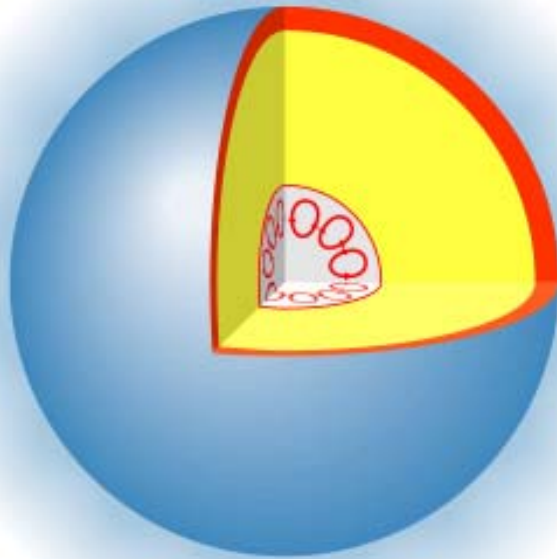
辐射区: $\left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{rad}} < \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{conv}}$

对流区: $\left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{rad}} > \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{conv}}$

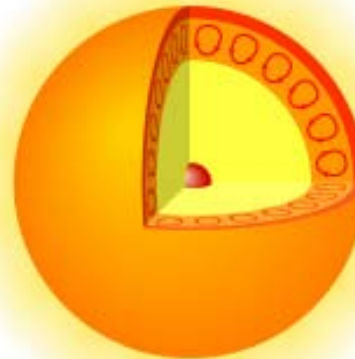


不同质量恒星的内部结构

high-mass star



$1 M_{\text{Sun}}$ star



very low
mass star



(1) 大质量主序星 ($M > 1.5 - 2 M_{\odot}$)

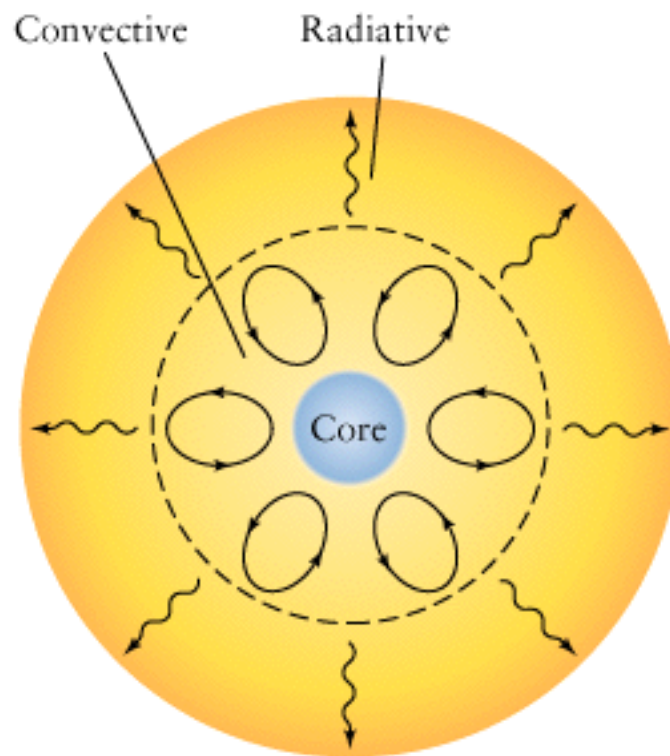
● 对流核区 + 辐射包层

核心区CNO循环核反应

($\epsilon \sim T^{17}$)

→ 能量产生于很小的内
核区

→ 对流



(2) 低质量主序星 ($0.8 M_{\odot} < M < 1.5-2 M_{\odot}$)

● 辐射核区 + 对流包层

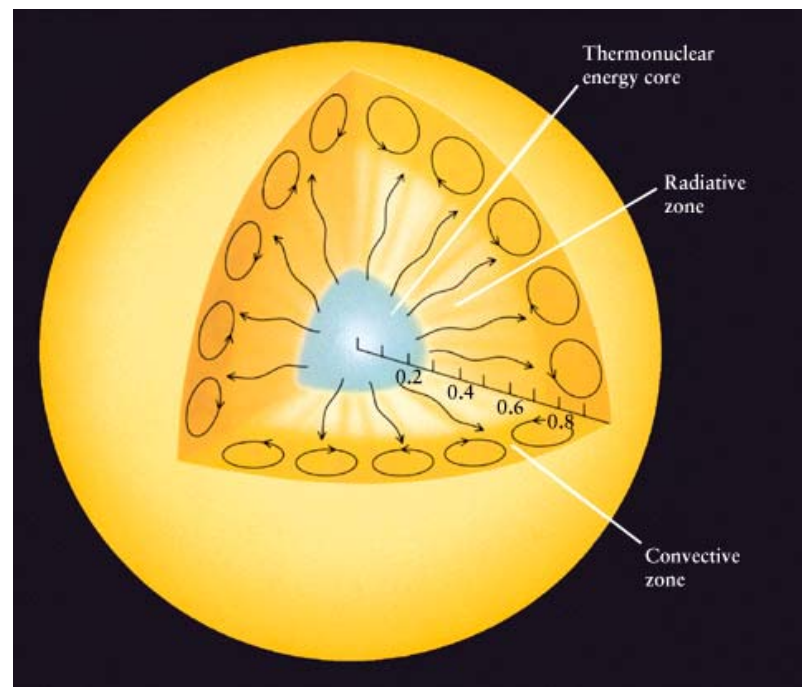
核心区:

PP链核反应 ($\varepsilon \sim T^4$)

→ 能量产生于较大的内核

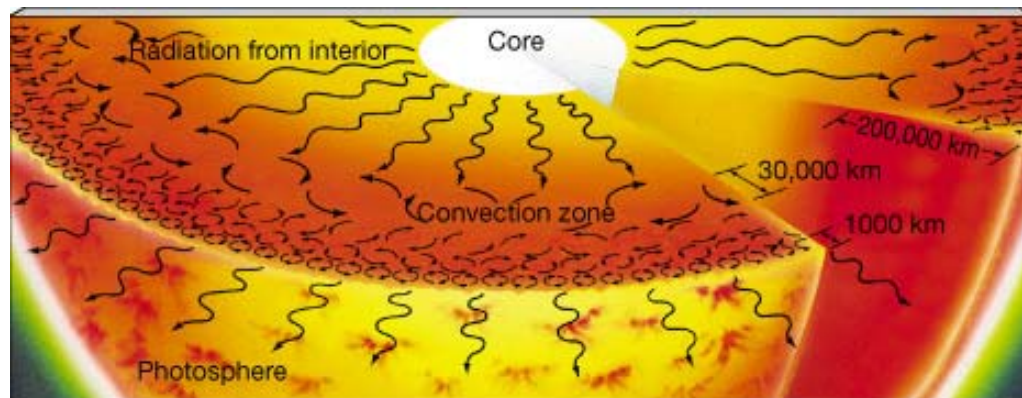
包层:

$T \downarrow \rightarrow \kappa \uparrow \rightarrow$ 对流

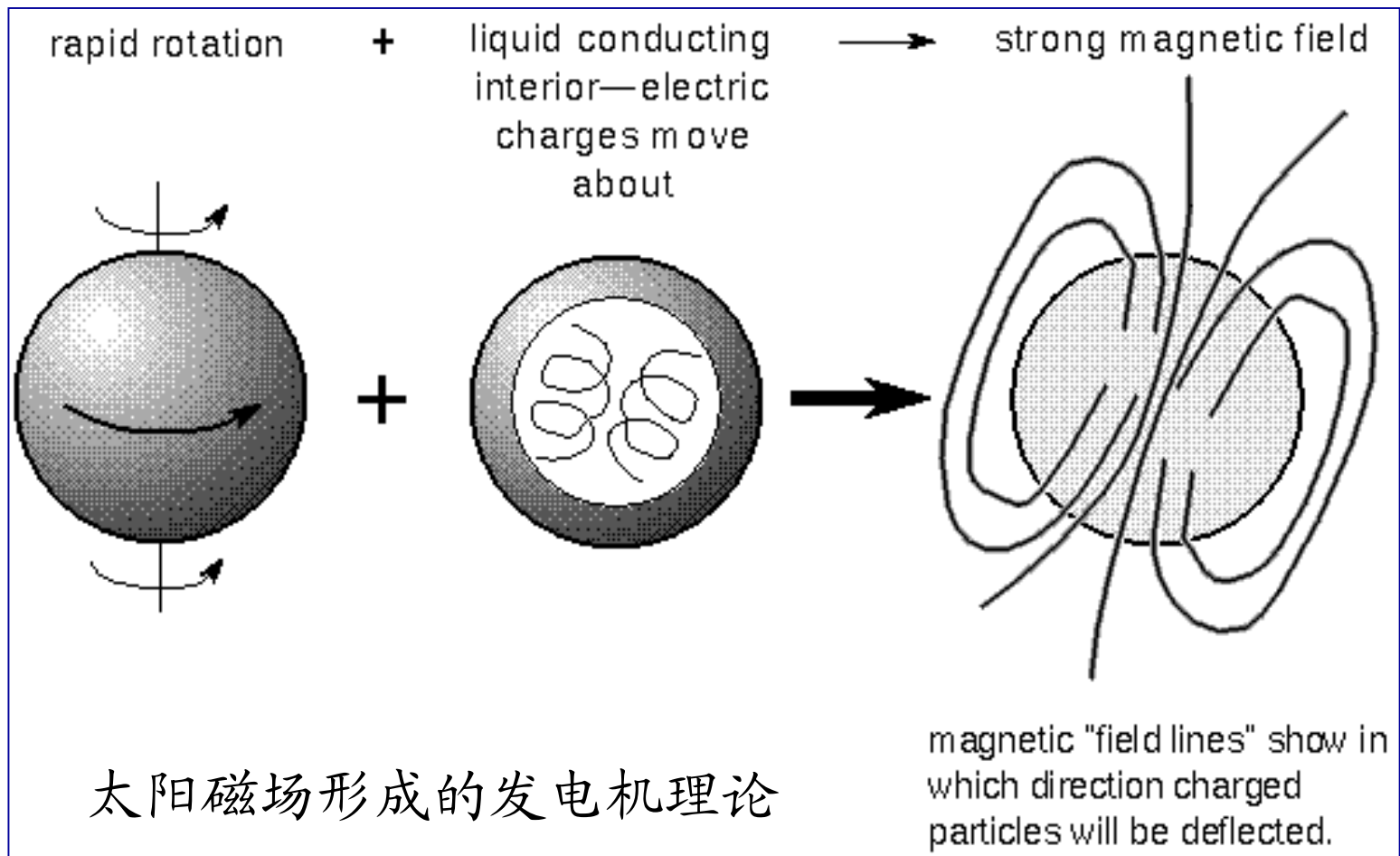


太阳内部的辐射与对流区

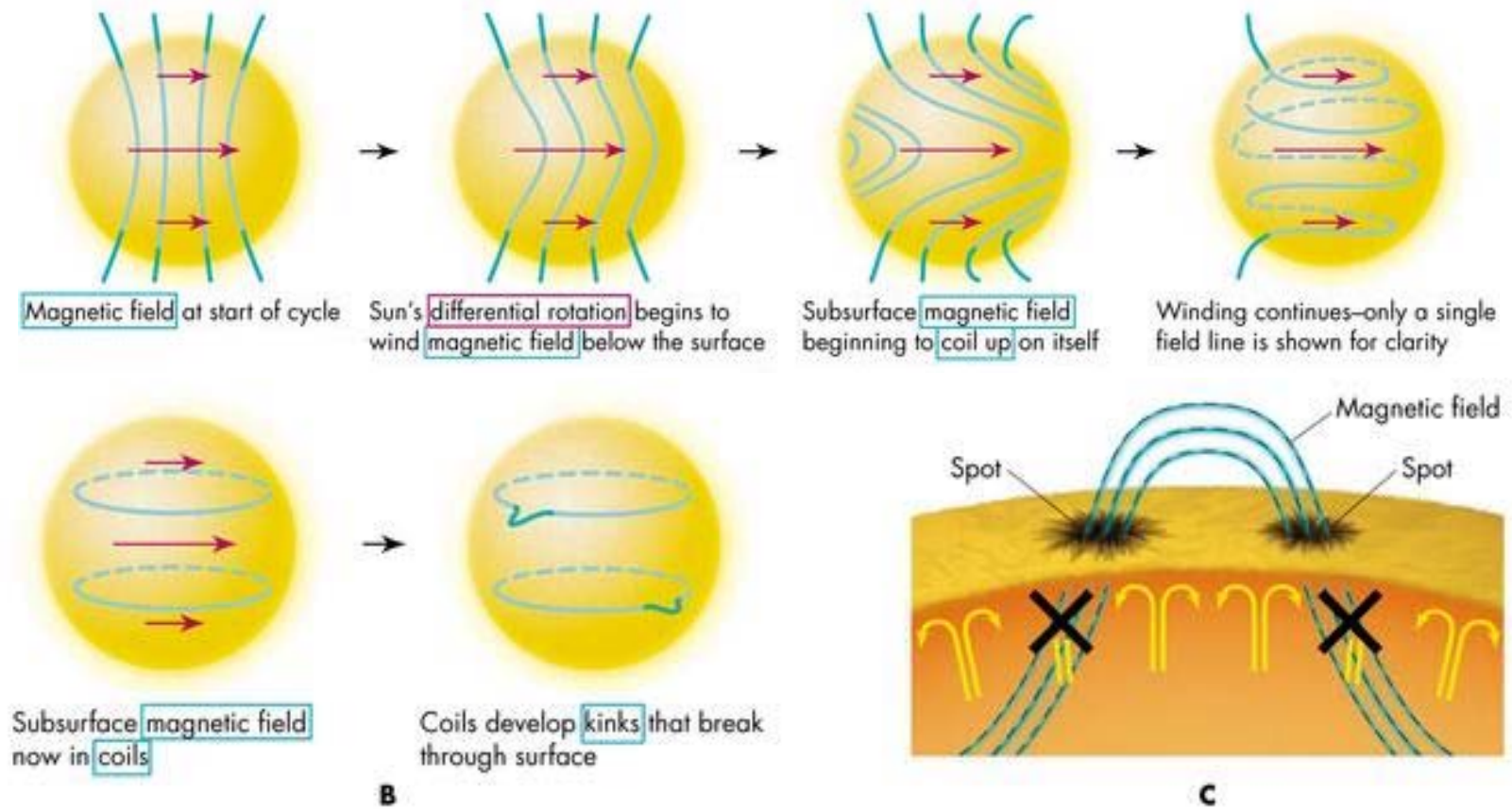
区域	$R/R(0)$	T (K)	ρ (g/cm ³)	能量传输
核心区	0.0 – 0.25	~ 15,000,000 – 8,000,000	~ 160 – 10	辐射
辐射区	0.25 – 0.85	~ 8,000,000 – 500,000	~ 10 – 0.01	辐射
对流区	0.85 – 1.0	~ 500,000 – 10,000	< 0.01	对流



太阳内部对流区与磁场形成

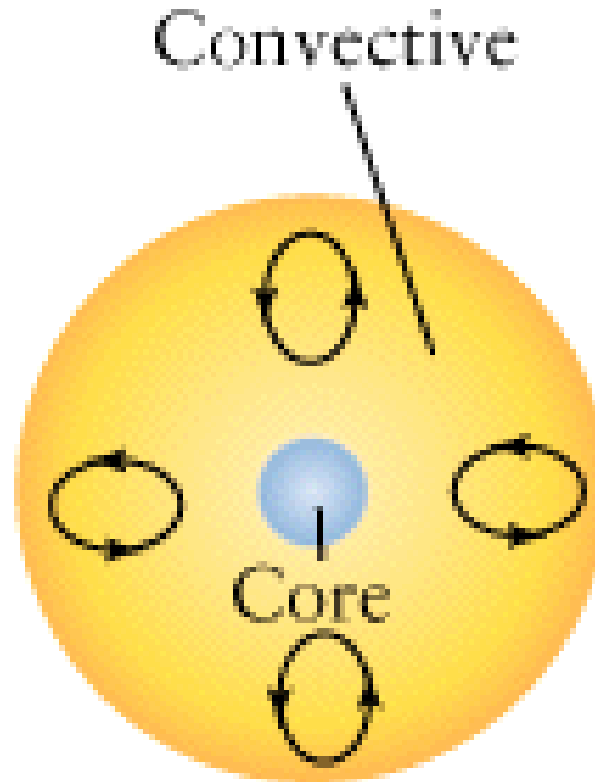


太阳磁场的演化



(3) 极低质量主序星 ($0.1 M_{\odot} < M < 0.8 M_{\odot}$)

- 低温
- 整体对流



3. 物态 (Physical State)

- 气体内部的总压强主要由两部分组成:

气体粒子运动产生的气体压强和光子产生的辐射压强 $P = P_g + P_{\text{rad}}$

- 非简并气体 (non-degenerate gas)

- 理想气体状态方程 $P_g = nkT = \rho kT / \mu m_H$

其中 μ : 平均分子量, m_H : H原子质量

- 对完全电离等离子体:

$$P_g = \rho kT (2X + 3Y/4 + Z/2) / m_H$$

- 辐射压 $P_{\text{rad}} = aT^4/3$

● 简并气体 (Degenerate Gas)

(1) 电子简并条件：高密、低温。

(2) 电子简并压的物理成因：

- Pauli不相容原理：电子不可能占据两个相同的能态
- Heisenberg测不准原理 $\Delta x \Delta p_x > h$

(3) 电子简并压

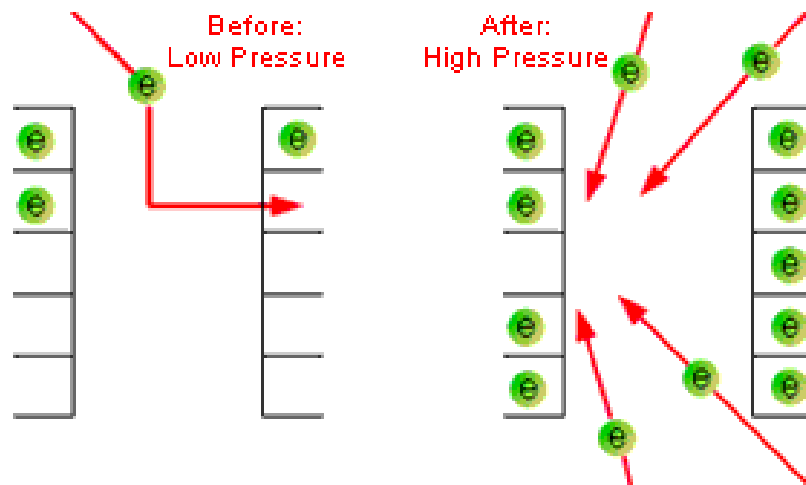
非相对论性电子 ($v \ll c$) : $P_e \sim \rho^{5/3}$

相对论性电子 ($v \leq c$) : $P_e \sim \rho^{4/3}$

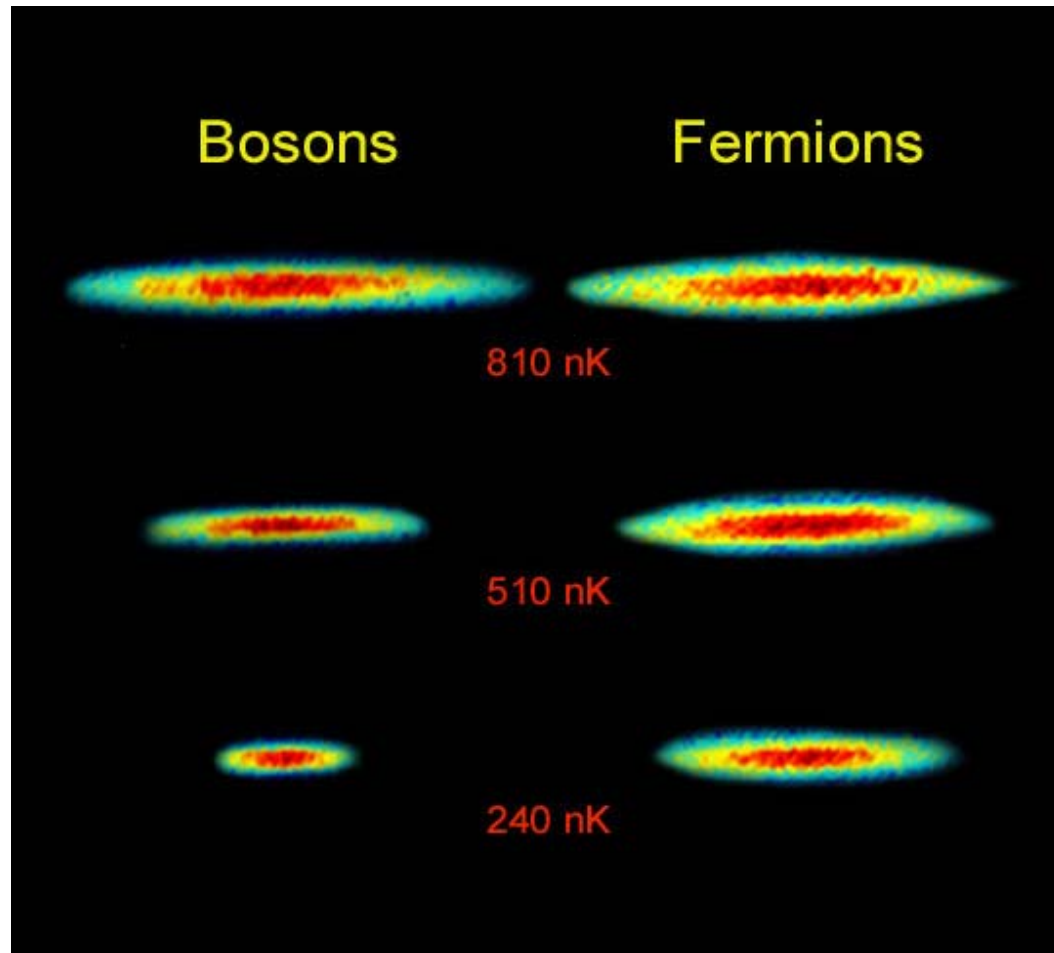
抗压缩性，与温度无关

(4) 离子压强

$$P_I = \rho kT (X + Y/4) / m_H$$



Experiment on Degeneracy



§ 2.3 标准太阳模型

(16.2)

● 恒星内部的平衡条件

(1) 质量连续性方程

考虑质量为 M 、半径为 R 的气体球，

半径为 r 、厚度为 dr 的球壳所包含的质量为：

$$dM(r) = 4\pi r^2 \rho dr$$

$$\rightarrow dM(r)/dr = 4\pi r^2 \rho$$

(2) 流体静力学平衡 (Hydrostatic Equilibrium)

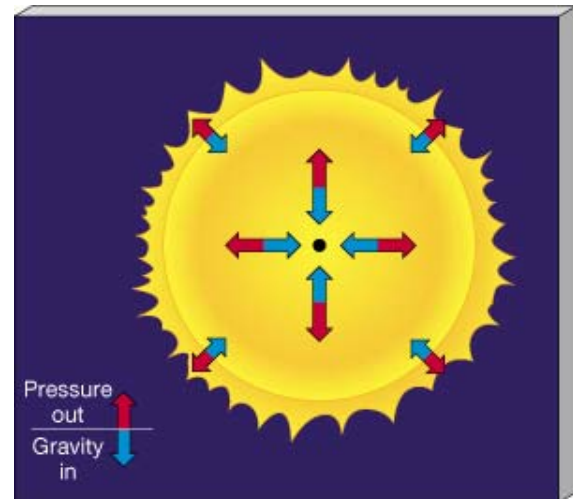
对半径为 r 、厚度为 dr 的球壳内面积为 dA 的气体元,

$$\text{重力 } dF_g = -GM(r) dM/r^2 = -GM(r)\rho dA dr/r^2$$

$$\text{压力 } dF_p = PdA - (P + dP) dA = -dPdA$$

$$0 = dF_g + dF_p = -GM(r)\rho dA dr/r^2 - dPdA$$

$$\rightarrow dP/dr = -GM(r)\rho/r^2$$



(3) 能量守恒

$L(r)$ —单位时间通过半径为 r 的球面的能量

$\varepsilon(r)$ —单位物质在单位时间产生的能量

半径为 r 、厚度为 dr 的球壳两侧的能量差

$$dL = L(r+dr) - L(r) = \varepsilon dM = 4\pi r^2 \rho \varepsilon dr$$

$$\rightarrow dL/dr = 4\pi r^2 \rho \varepsilon$$

(4) 能量的传输

$$dT/dr = dT/dr|_{\text{rad}} + dT/dr|_{\text{con}}$$

恒星模型 (Stellar Model)

- 假设恒星是球对称的,
- 给定恒星的初始质量 M 和化学组成 X, Y, Z ,
- 对某一特定半径 r 处的球壳, 求解由:
 - (1) 流体静力学平衡方程,
 - (2) 质量连续性方程,
 - (3) 能量守恒方程,
 - (4) 能量传输方程,

和

(5) 物态方程（理想气体、简并气体），

(6) 产能率公式，

(7) 不透明度公式，

组成的方程组，

以及边界条件：

当 $r = 0$ 时， $M(0) = 0$ ， $L(0) = 0$ ；

当 $r = R$ 时， $M(R) = M$ ， $T(R) = 0$ ， $P(R) = 0$.

可以得到：

恒星的结构，即恒星从中心到表面不同半径 r 处的
压强 P ，

密度 ρ ，

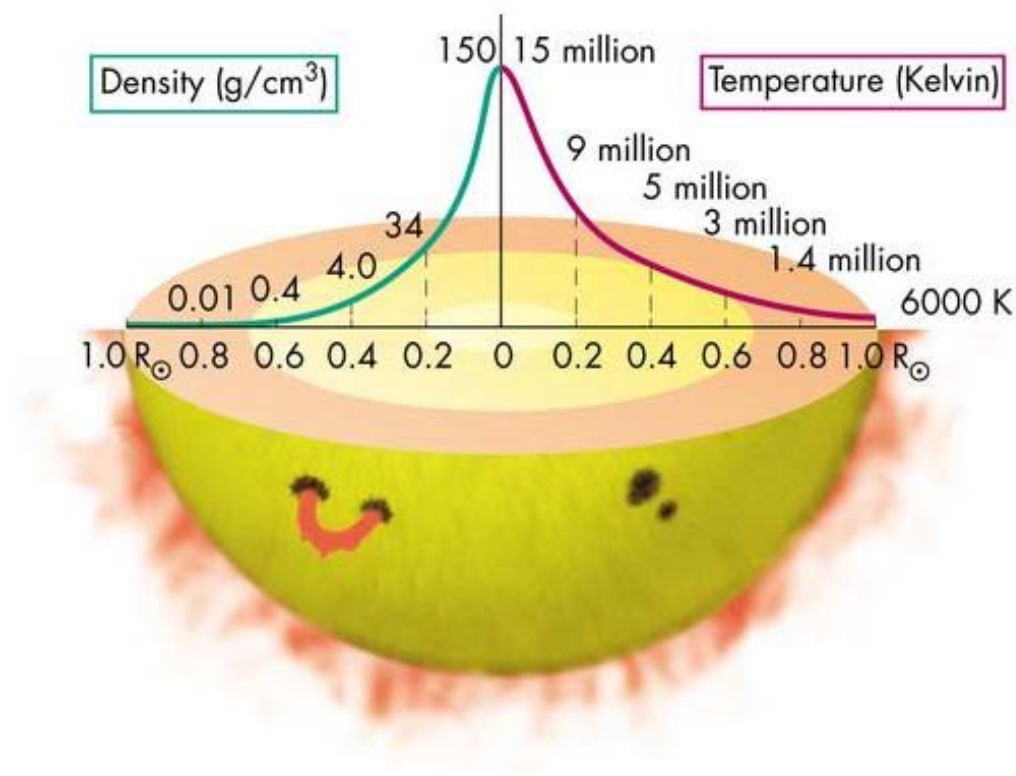
温度 T ，

质量 M ，

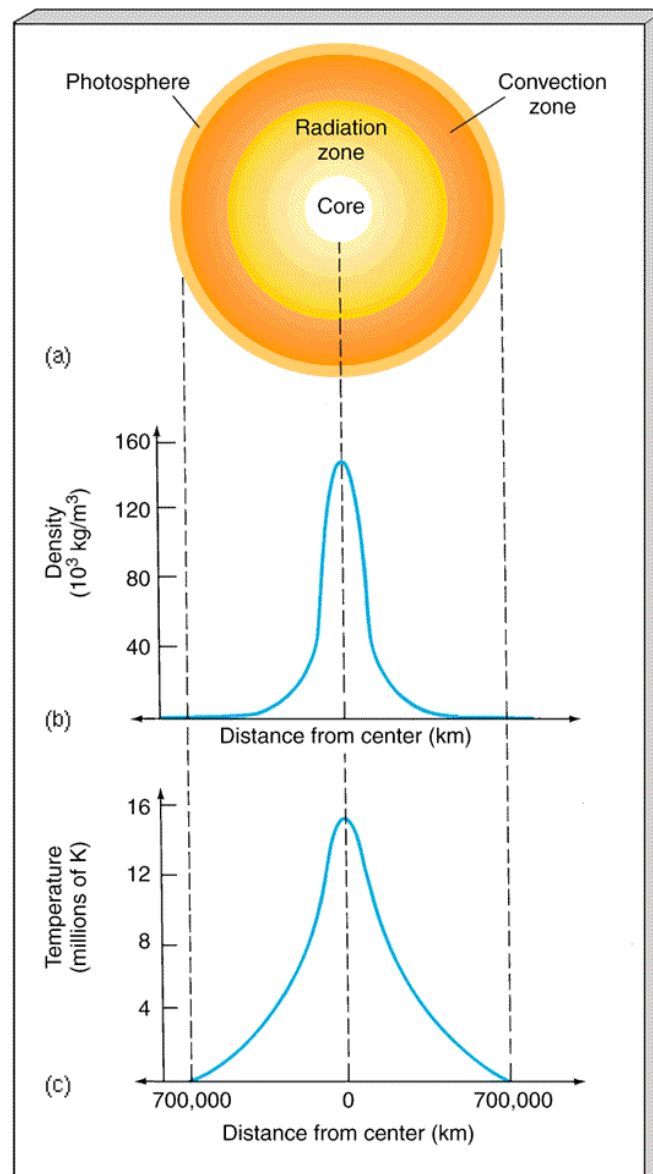
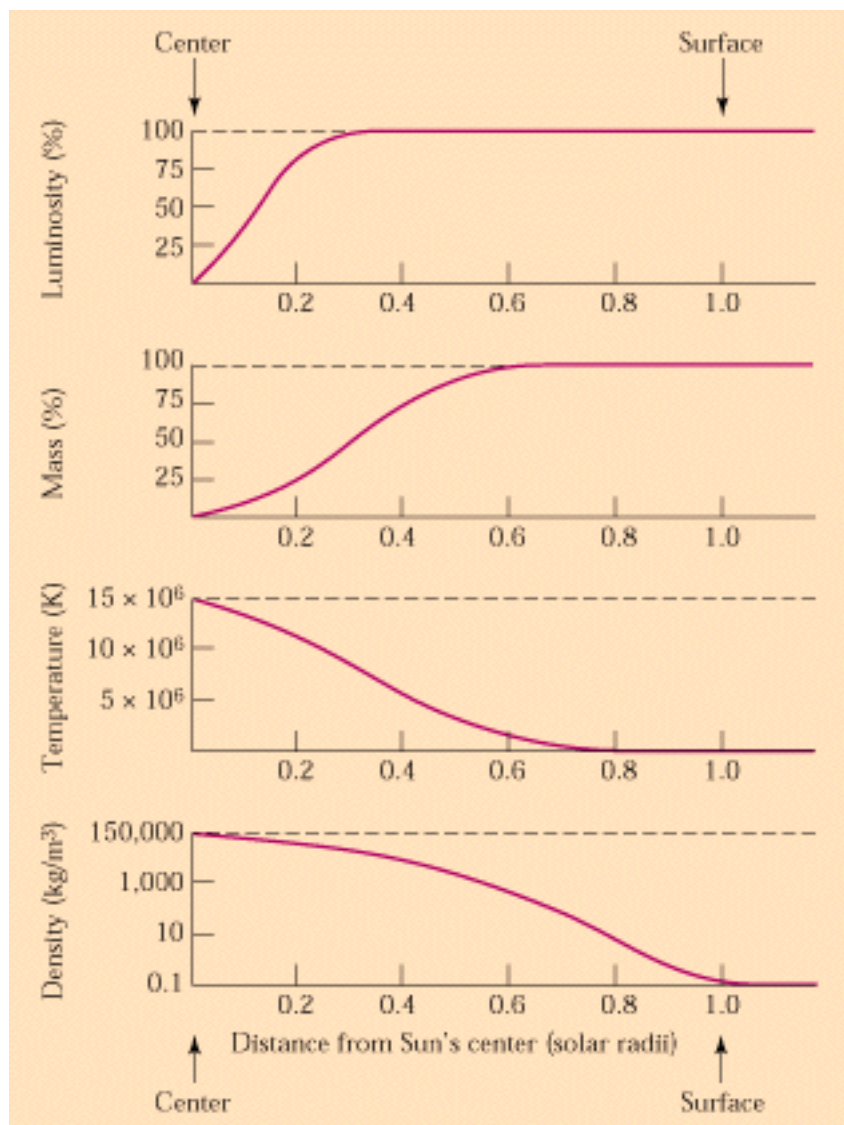
光度 L ，

产能率 ε ，

和不透明度 κ 等。



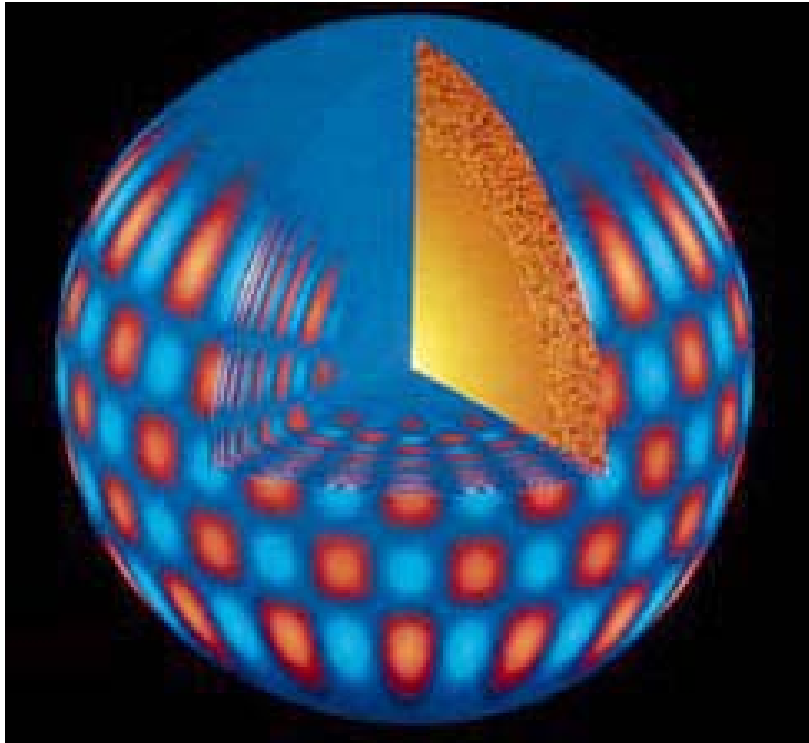
标准太阳模型 (The Standard Solar Model)



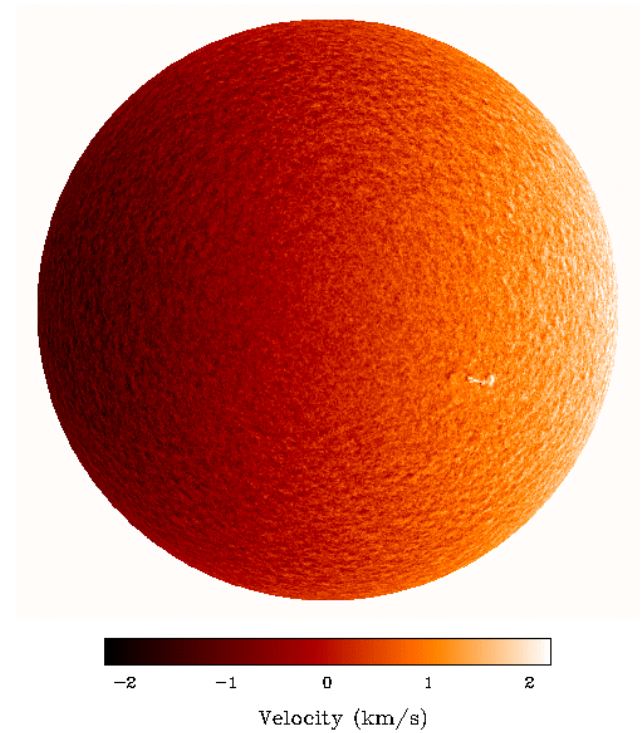
Helioseismology (日震学)

- The science studying wave oscillations in the Sun.
- Perturbations in the convective regions generate waves.
- On the Sun's surface, the waves appear as up and down oscillations of the gases with amplitudes of several kms and periods of 5 - 10 minutes.
- The oscillations can be observed as Doppler shifts of spectrum lines.

Helioseismology



Computer generated oscillations



Velocity picture of the Sun

恒星质量-光度关系的解释

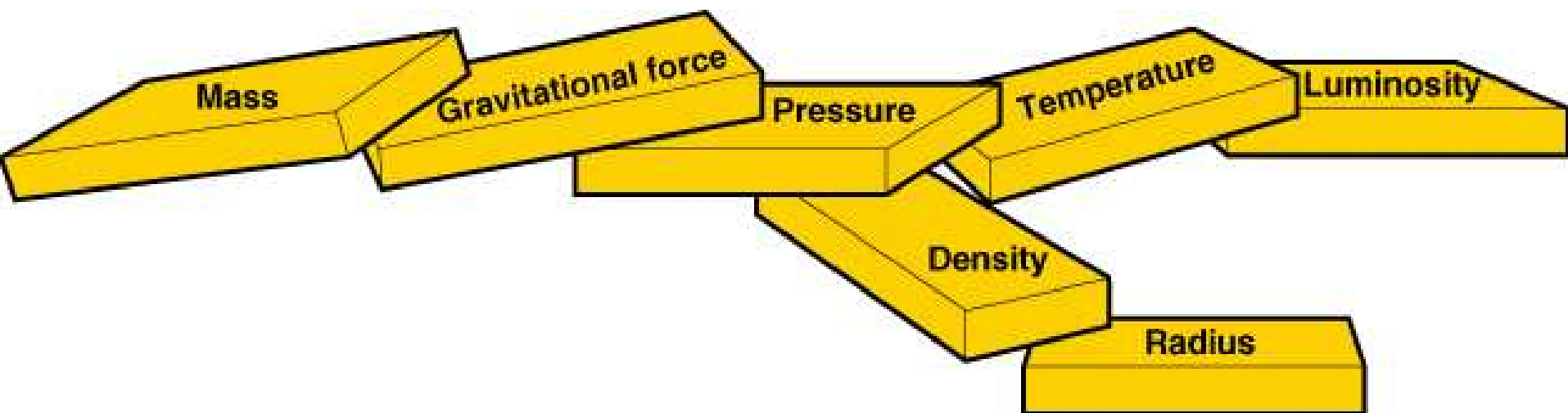
质量越大的恒星引力越大

→ 流体静力学平衡要求内部压强越大

→ 状态方程表明内部温度越高

→ 产能率越高

→ 光度越高



恒星的结构与演化

- 由于核反应的进行，恒星内部的化学组成发生变化，如经过 Δt 时间H元素丰度的变化为 $\Delta X \propto -\varepsilon \Delta t$ 。将新的化学组成作为初始条件重新代入上述方程组求解，得到恒星在时间 Δt 后的结构。依次类推，可以求得恒星的结构随时间的变化，即恒星的演化。