



# 测试系统的特性分析

## General Characteristics of Measurement Systems





## 2.4 常见测试系统的动态特性分析

### 2.4.1 测试系统中环节的串联与并联

### 2.4.2 零阶系统动态特性分析

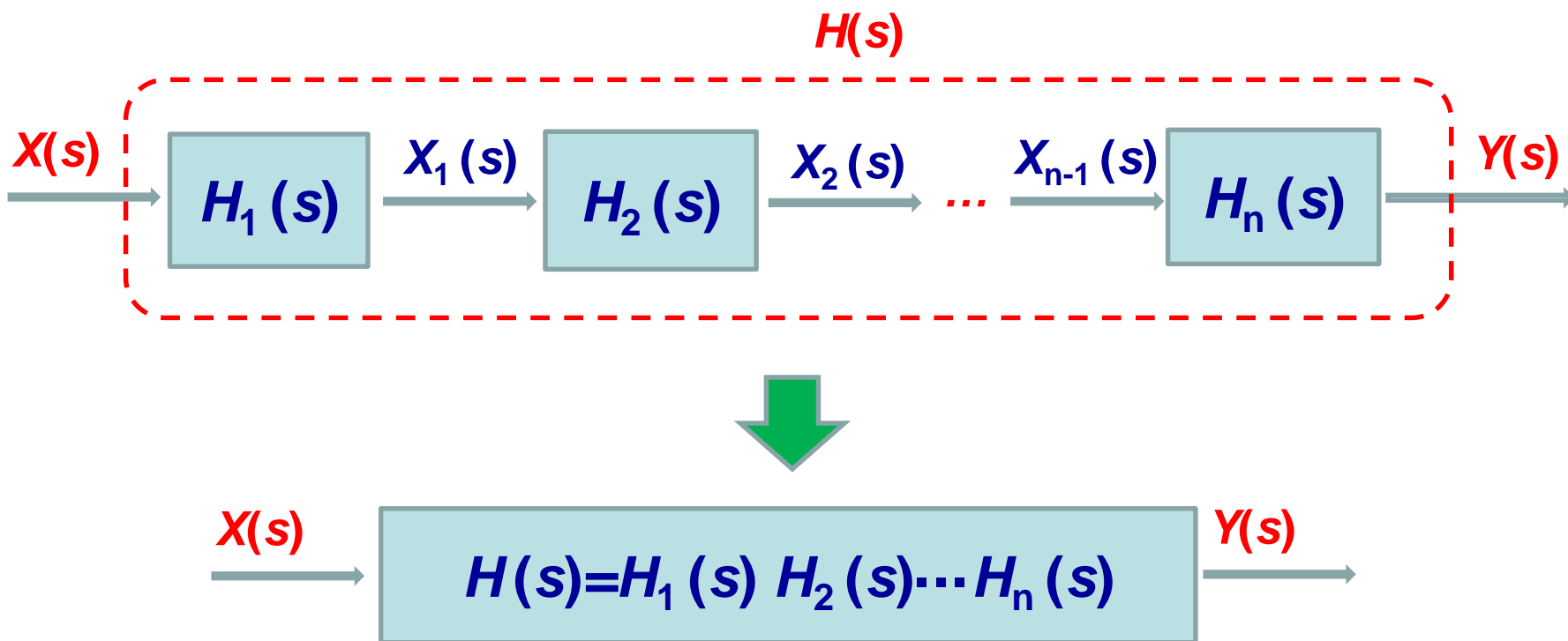
### 2.4.3 一阶系统动态特性分析

### 2.4.4 二阶系统动态特性分析



## 2.4.1 测试系统中环节的串联与并联

### □ 环节的串联





## 2.4.1 测试系统中环节的串联与并联

当串联连接的环节间无能量交换时，串联后系统的传递函数：

$$H(s) = H_1(s) H_2(s) \cdots H_n(s) = \prod_{i=1}^n H_i(s)$$

频率响应函数：

$$H(j\omega) = \prod_{i=1}^n H_i(j\omega)$$

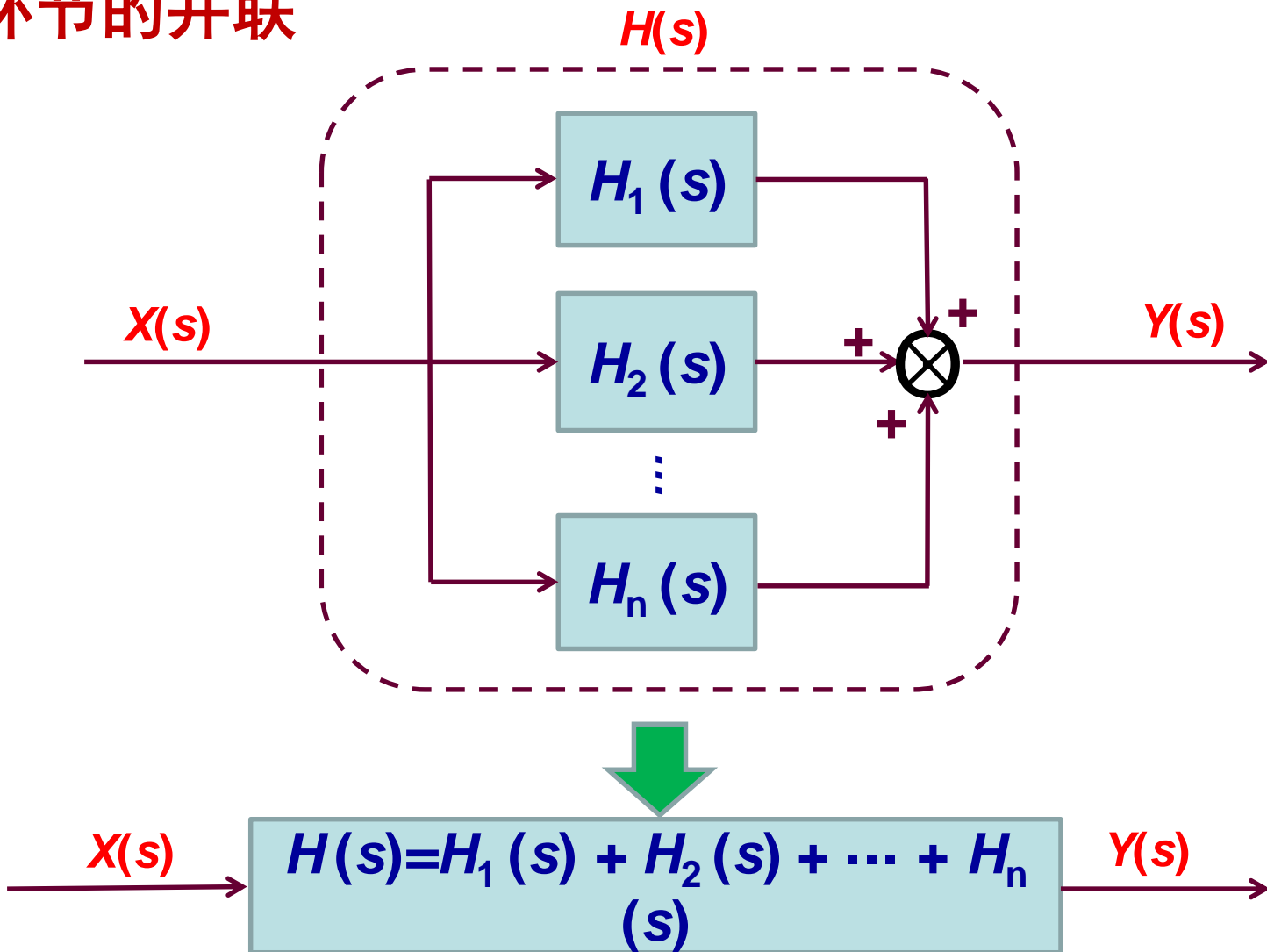
幅频特性：  $A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$

相频特性：  $\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$



## 2.4.1 测试系统中环节的串联与并联

### □ 环节的并联





## 2.4.1 测试系统中环节的串联与并联

N个环节并联后系统的传递函数：

$$H(s)=H_1(s)+H_2(s)+\cdots+H_n(s)=\sum_{i=1}^n H_i(s)$$

频率响应函数：

$$H(j\omega)=\sum_{i=1}^n H_i(j\omega)$$



## 2.4.1 测试系统中环节的串联与并联

$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

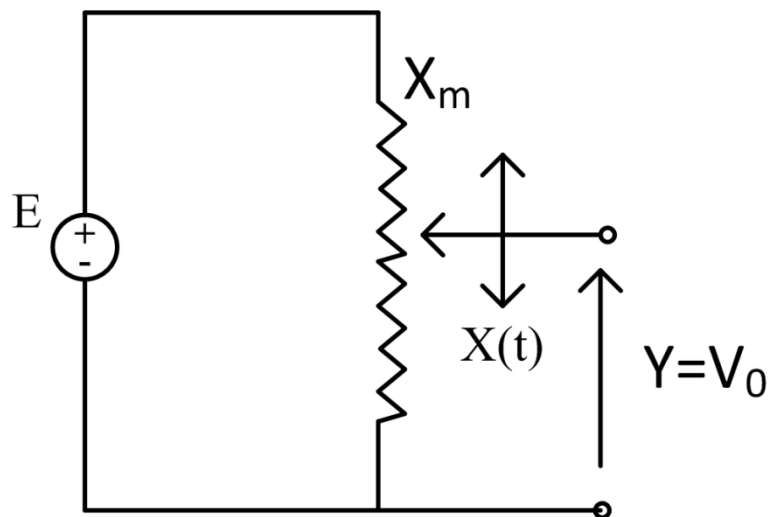
$$H(s) = \sum_{i=1}^r \frac{q_i}{s + p_i} + \sum_{i=1}^{(n-r)/2} \frac{\alpha_i s + \beta_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_{ni} s + \omega_{ni}^2}$$

一阶系统

二阶系统



## 2.4.2 零阶系统动态特性分析



线性电位计  
(位置传感器)

### □ 微分方程

$$y(t) = \frac{x(t)}{x_m} E = \frac{E}{x_m} x(t)$$

### □ 传递函数

$$H(s) = \frac{E}{x_m} = K$$

### □ 频率响应函数

$$H(j\omega) = K$$

静态灵敏度

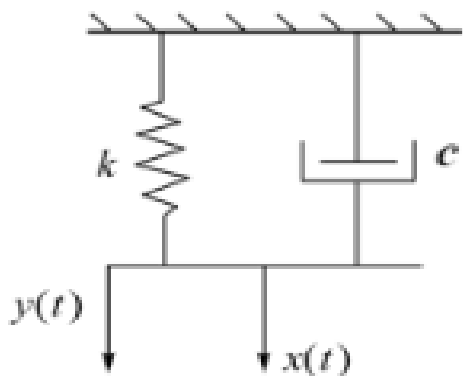
零阶传感器的输出和输入**同步变化**，因此不存在动态误差和延迟——理想情况。（无惯性系统，比例系统）



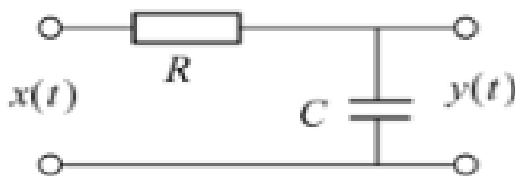


## 2.4.3 一阶系统动态特性分析

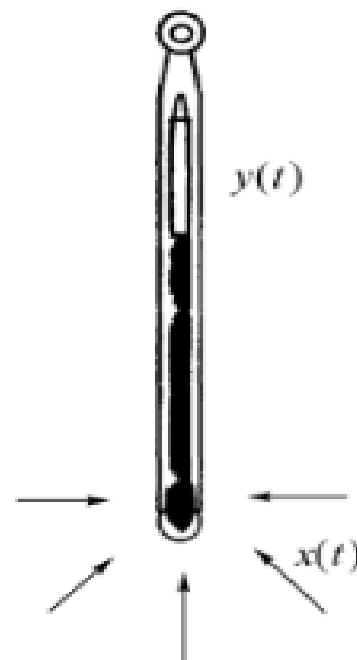
### 1. 传递函数



(a) 弹簧-阻尼系统



(b) RC电路



(c) 液体温度计



$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$



## 2.4.3 一阶系统动态特性分析

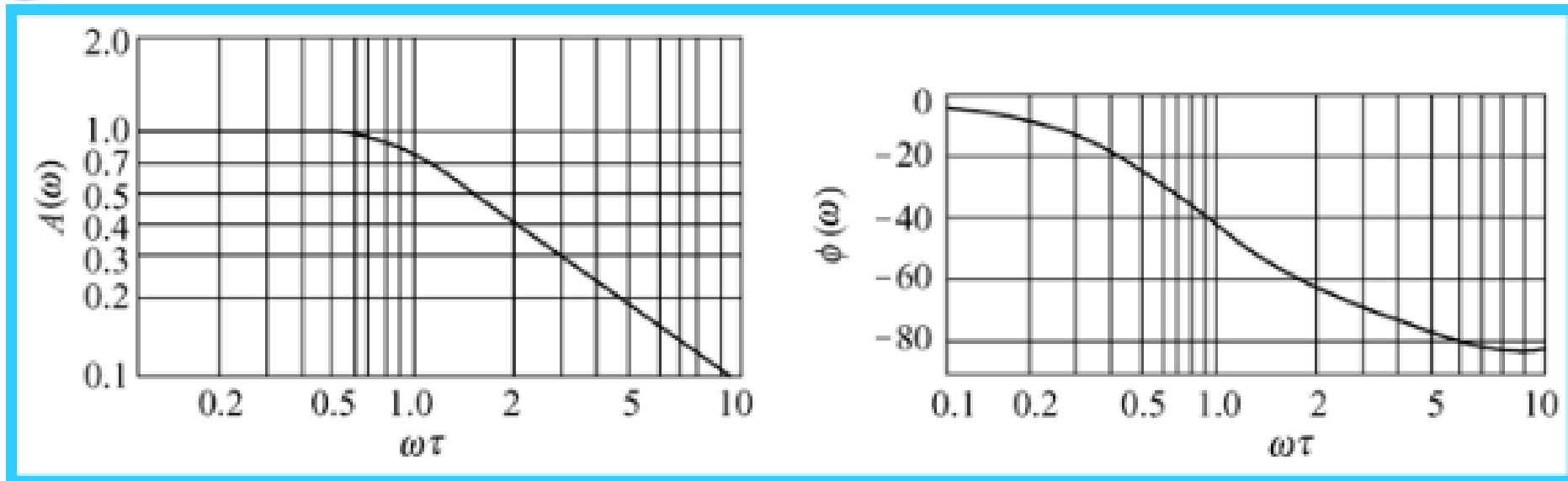
### 2. 频率响应函数

将  $s=j\omega$  代入传递函数的表达式，可得：

$$\left\{ \begin{array}{l} H(j\omega) = \frac{1}{j\omega\tau + 1} \\ A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}} \\ \varphi(\omega) = -\arctan(\omega\tau) \end{array} \right.$$



## 2.4.3 一阶系统动态特性分析



- 一个低通环节。当 $\omega$ 远小于 $1/\tau$ 时，幅频响应才接近于1。
- 当 $\omega = 1/\tau$ 幅频特性降为原来的0.707（即-3dB），相位角滞后 $45^\circ$ ，时间常数 $\tau$ 决定了测试系统适应的工作频率范围。
- 为了减小系统的动态误差，增大工作频率范围，应尽可能采用时间常数小的测试系统。



## 2.4.3 一阶系统动态特性分析

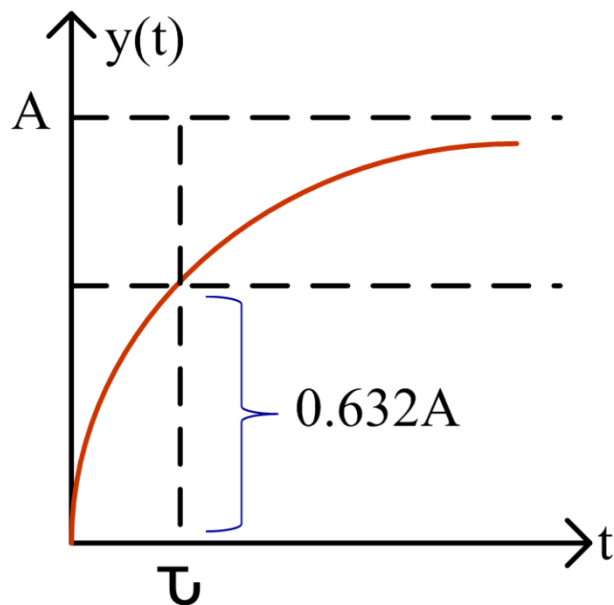
### 3. 对阶跃输入信号的响应

输入  $X(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq 0) \\ A & (t > 0) \end{cases}$

$$X(s) = \frac{A}{s}$$

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \cdot \frac{A}{s} = A \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/\tau} \right)$$

$$y(t) = A(1 - e^{-t/\tau})$$



$$t = \tau, y(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 0.632A$$

$$t = 4\tau, y(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 0.982A$$



## 例 题

**例1** 用某一阶系统测量100Hz的正弦信号。

(1) 如果要求限制振幅误差在5%以内，则时间常数 $\tau$ 应取多少？

即要求 $1-A(\omega) \leq 0.05$

$$\delta = \left| \frac{A_1 - A_0}{A_1} \right| = |1 - A(\omega)| \quad \text{【答案】 } \tau \leq 5.23 \times 10^{-4} \text{ s}$$

(2) 若用具有该时间常数的同一系统作50Hz信号的测试，此时的振幅误差和相角差各是多少？

$$\delta = 1 - \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau)^2 + 1}}$$

【答案】  $\delta = 1.32\%$ ;  $\varphi = -9^\circ 19' 50''$

$$\varphi = \arctan(-\omega\tau) = \arctan(-2\pi f\tau)$$



## 例 题

**例2** 设一阶系统的时间常数 $\tau=0.1\text{s}$ ，问：输入信号频率 $\omega$ 为多大时其输出信号的幅值误差不超过6%？

$$\delta = \left| \frac{A_1 - A_0}{A_1} \right| = |1 - A(\omega)| \quad \text{【答案】 } \omega \leq 3.63 \text{ rad/s}$$

**结论：**一阶系统 $\tau$ 确定后，若规定一个允许的幅值误差，则可确定其测试的最高信号频率 $\omega_h$ ，该系统的可用频率范围为 $0 \sim \omega_h$ 。

反之，若要选择一阶系统，必须了解被测信号的幅值变化范围和频率范围，根据其最高频率 $\omega_h$ 和允许的幅值误差去选择或设计一阶系统。



## 例 题

**例3** 已知某测试系统传递函数为  $H(s)=\frac{1}{1+0.5s}$  当输入信号为  $x_1=4\sin\pi t$  时，求系统稳态输出。

**【解】**

$$\begin{aligned} y(t) &= A(\omega) \times 4\sin[\pi t + \varphi(\omega)] \\ &= 0.537 \times 4\sin(\pi t - 57.52) \\ &= 2.15\sin(\pi t - 57.52) \end{aligned}$$