

第九章 宇宙学

(Chapter 26-27)

§ 9.1 膨胀宇宙

§ 9.2 宇宙微波背景辐射

§ 9.3 宇宙的热演化

§ 9.4 暴胀宇宙

§ 9.5 宇宙大尺度结构的形成

§ 9.1 膨胀宇宙

1. 牛顿宇宙观

宇宙是永恒的、稳定的

问题：物质 \rightarrow 引力 \rightarrow 宇宙坍缩

可能的解决途径：

(1) 宇宙在空间和质量上是无限大的；

(2) 宇宙在膨胀；

(3) 宇宙有起点和终点。

(2)、(3)点违反宇宙永恒与稳定的性质，于是牛顿认为宇宙应该是无限的。

绝对空间，就其本性而论与任何外界情况无关，始终保持相似和不变。



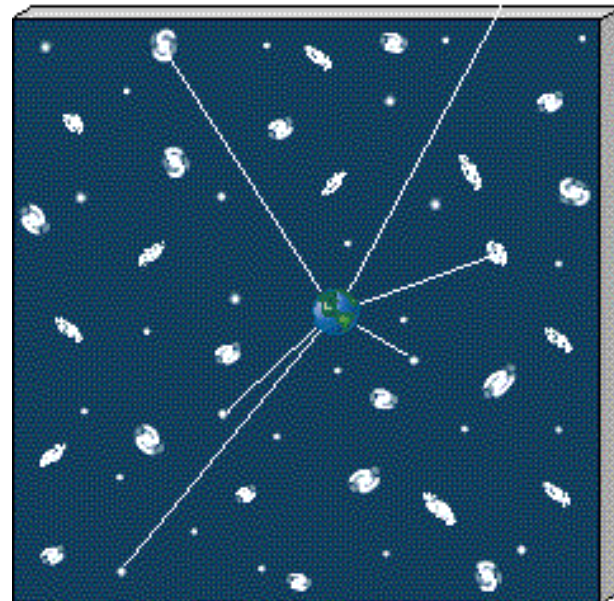
Isaac Newton

Olbers's Paradox

If the universe is infinite, unchanging, and uniformly populated with stars like the Sun.

→ Each line of sight must *eventually* encounter a star.

→ The entire night sky should be as brilliant as the surface of the Sun.



假设恒星数密度为 n ，则距离为 r 到 $r + dr$ 球壳内恒星数目为

$$dN = 4\pi r^2 n dr$$

令每颗恒星的光度为 L ，在地球上接收到壳层内一颗恒星的辐射流量为

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

宇宙中所有恒星照射到地球上的辐射应该从0到无穷，于是总的辐射流量为

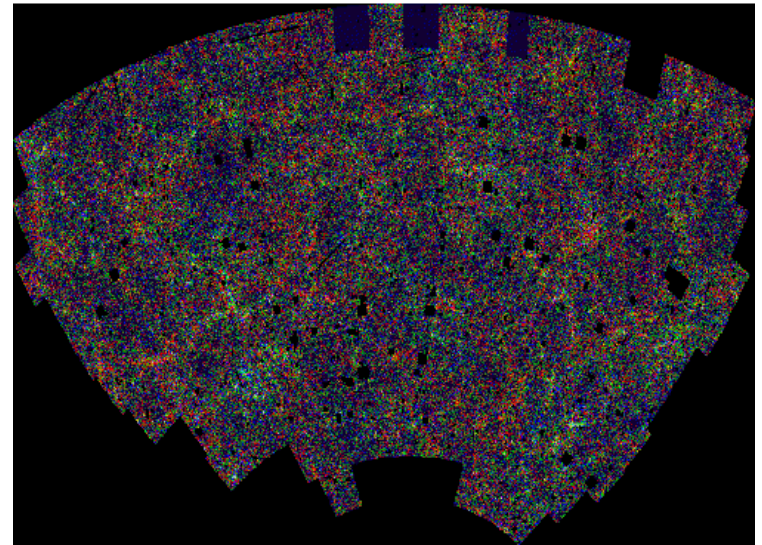
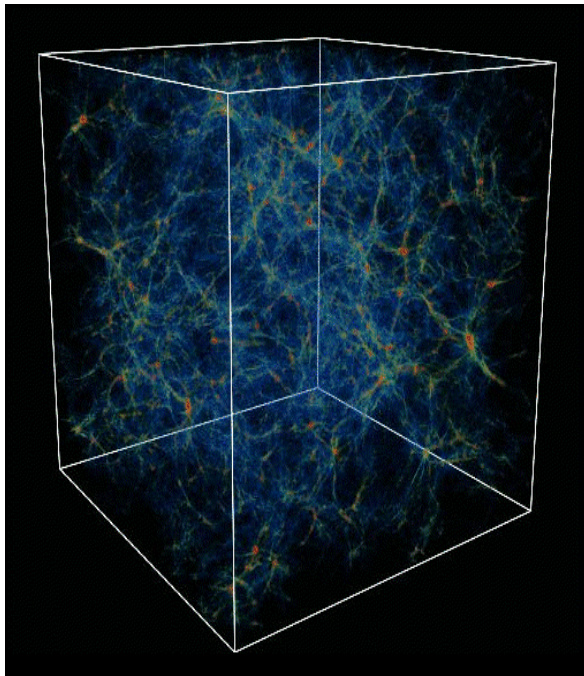
$$E = \int_0^\infty n \times \frac{L}{4\pi r^2} \times 4\pi r^2 dr = nL \int_0^\infty dr \rightarrow \infty$$

积累的星光使得黑夜应该亮如白昼！

2. The Cosmological Principal (宇宙学原理)

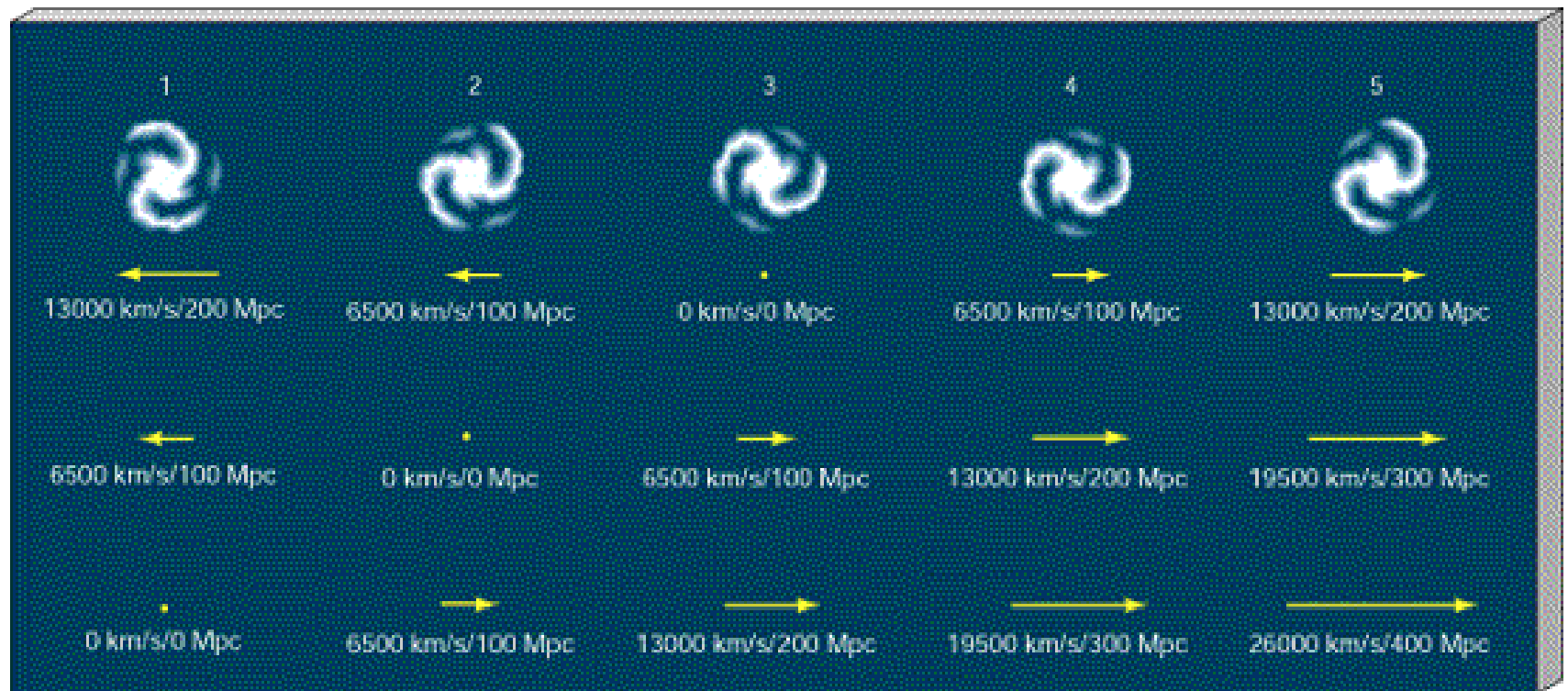
(1) The universe is homogeneous on scales greater than a few hundred megaparsecs

→ No edge to the universe

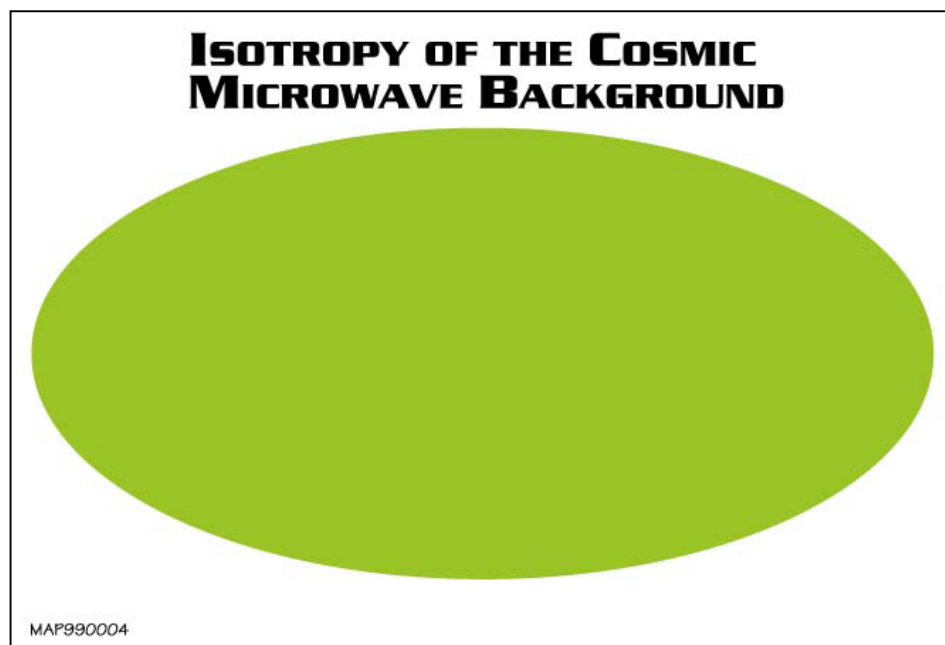
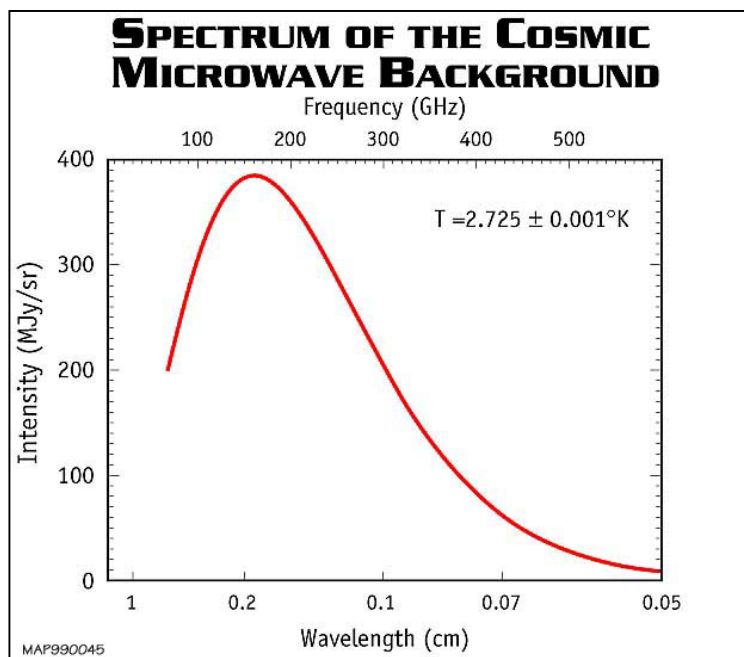


约100万个星系在30度天空范围和20亿光年距离内的分布

(2) The universe is isotropic
→ No center of the universe



- 宇宙微波背景辐射的观测为宇宙学原理提供了有力的支持。



Robertson-Walker度规

- 满足宇宙学原理的时空度规必可化为如下形式

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\}$$

其中 (r, θ, ϕ) 为共动坐标, r 为共动径向坐标, 不随时间变化, t 为宇宙时(cosmic time), $k = 1, 0, -1$ 分别对应于闭合宇宙、平坦宇宙和开放宇宙。 $R(t)$ 称为宇宙尺度因子(cosmic scale factor)。

3. 膨胀宇宙模型

- 1917年Einstein将广义相对论引力场方程应用于宇宙的结构，

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}$$

其中 Λ 为宇宙学常数， $T_{\mu\nu}$ 为宇宙介质的能量动量张量。在假设宇宙是无限大的、均匀的前提下，Einstein发现方程的解是不稳定的，表明宇宙在膨胀或者收缩。

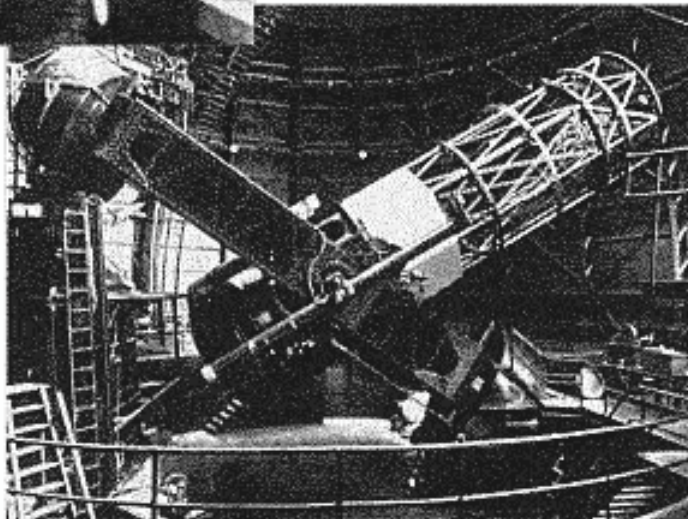
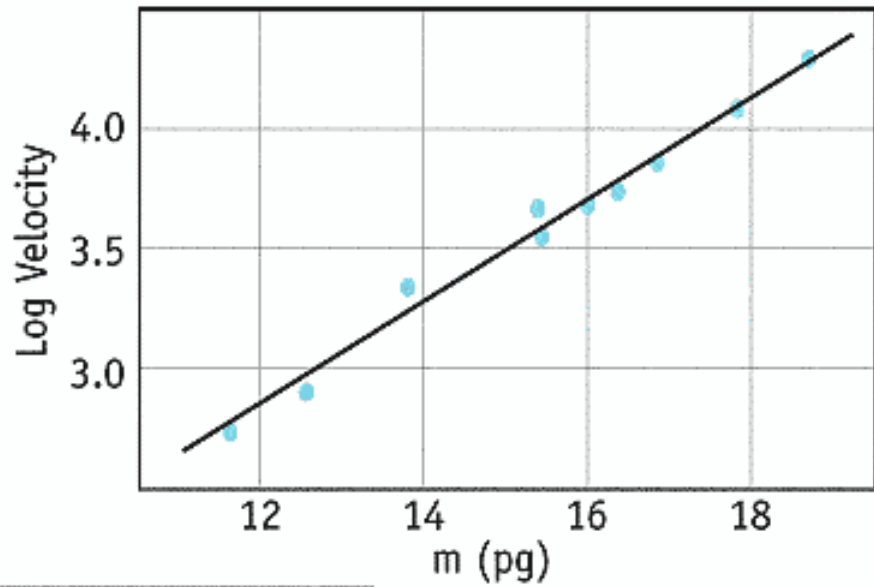
Einstein认为宇宙应该是永恒的、稳定的。

为求引力场方程的均匀的和各向同性的解，Einstein加入一个起斥力作用“宇宙学常数”(cosmological constant) Λ ，得到一个静态宇宙模型（有限无边，没有中心）。

DISCOVERY OF EXPANDING UNIVERSE



Edwin Hubble



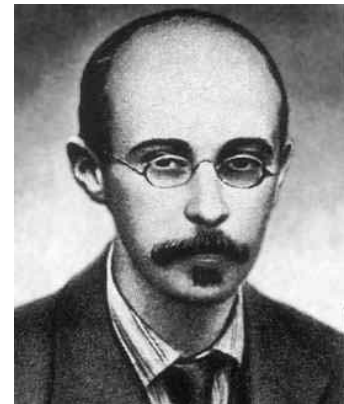
Mt. Wilson
100 Inch
Telescope

Friedman膨胀宇宙模型

- 1922年，俄国数学家A. Friedman求得不含“宇宙常数”项的引力场方程的均匀的和各向同性的通解。

由Einstein场方程可以得到

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P)R + \frac{\Lambda}{3}R$$
$$\dot{R}^2 + k = \frac{8\pi G}{3}\rho R^2 + \frac{\Lambda}{3}R^2$$



A. Friedman

第(2) 式可化为

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{R^2}$$

称为Friedman方程。它表示宇宙的膨胀实际上由三项来共同驱动：物质项、宇宙学常数项和曲率项。

Friedman膨胀宇宙模型

- 在该模型中 $\Lambda = 0$
- 宇宙是膨胀的，膨胀宇宙的演化取决于宇宙中的物质自引力或密度 ρ 的大小
- 宇宙总能量

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m V^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} m H^2 r^2 - \frac{Gm}{r} \frac{4\pi r^3 \rho}{3} \\ &= m r^2 \left(\frac{1}{2} H^2 - \frac{4}{3} \pi G \rho \right) \end{aligned}$$

当 $\rho = \rho_c = 3H^2/(8\pi G) \approx 9 \times 10^{-30} \text{ gcm}^{-3}$ 时, $E = 0$

定义宇宙密度参数

$$\Omega_{\text{M}} = \rho / \rho_{\text{c}}$$

$$\Omega_{\Lambda} = \Lambda / (3H^2 \rho_{\text{c}})$$

$$\Omega_{\text{k}} = -k / (R^2 H^2)$$

Friedman方程

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{R^2}$$

可以表示为

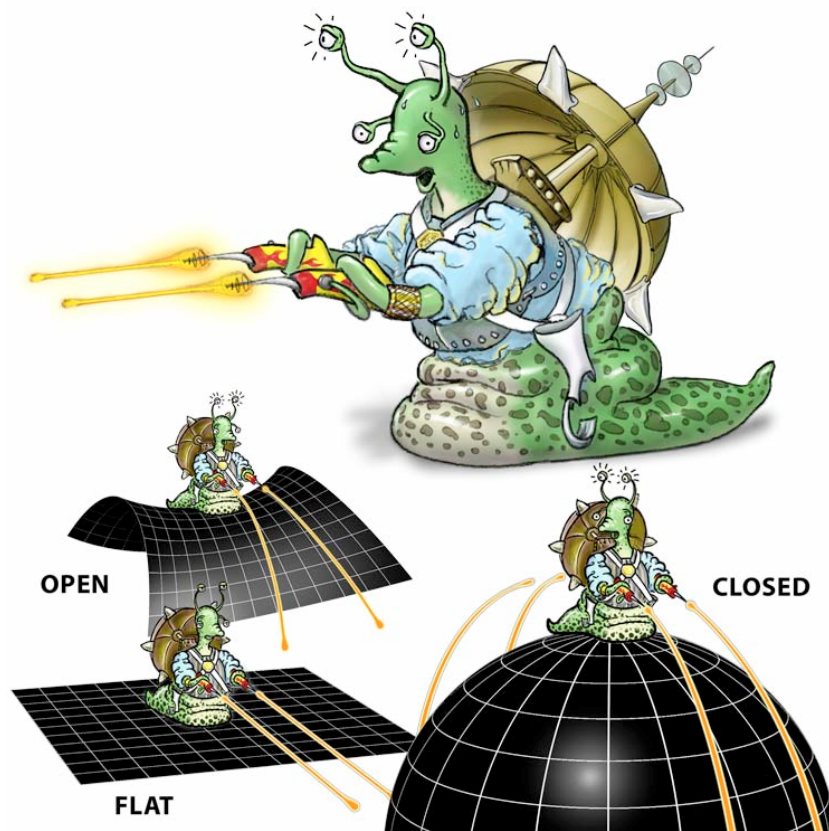
$$1 = \Omega_{\text{M}} + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{\text{k}} = \Omega_0 + \Omega_{\text{k}}$$

Geometry of the Universe

$\Omega_0 > 1$, $\Omega_k < 0$, $k > 0$,
正曲率, 封闭宇宙。

$\Omega_0 = 1$, $\Omega_k = 0$, $k = 0$,
零曲率, 平直宇宙。

$\Omega_0 < 1$, $\Omega_k > 0$, $k < 0$,
负曲率, 开放宇宙。



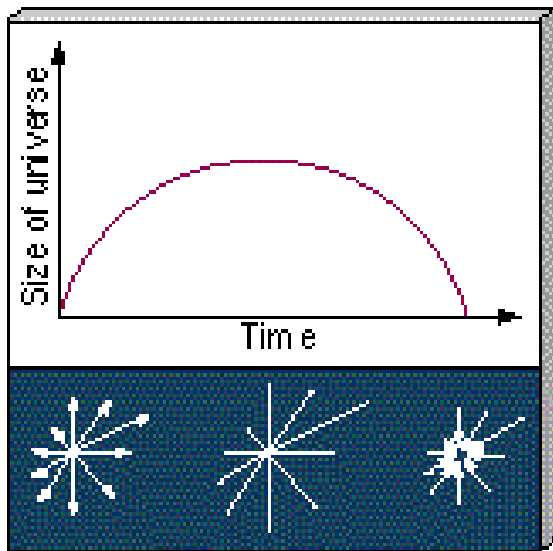
宇宙的未来

$\Omega_0 > 1$, 束缚宇宙, 膨胀 \rightarrow 收缩 \longrightarrow 热死亡/振荡

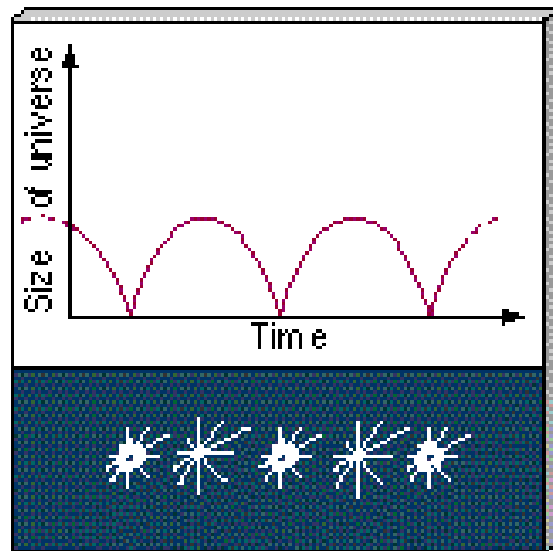
$\Omega_0 < 1$, 开放宇宙, 无限膨胀

$\Omega_0 = 1$, 临界束缚宇宙, 无限膨胀

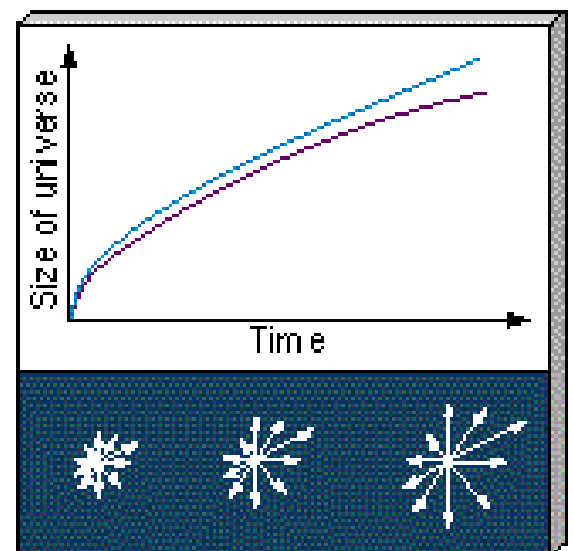
冷死亡



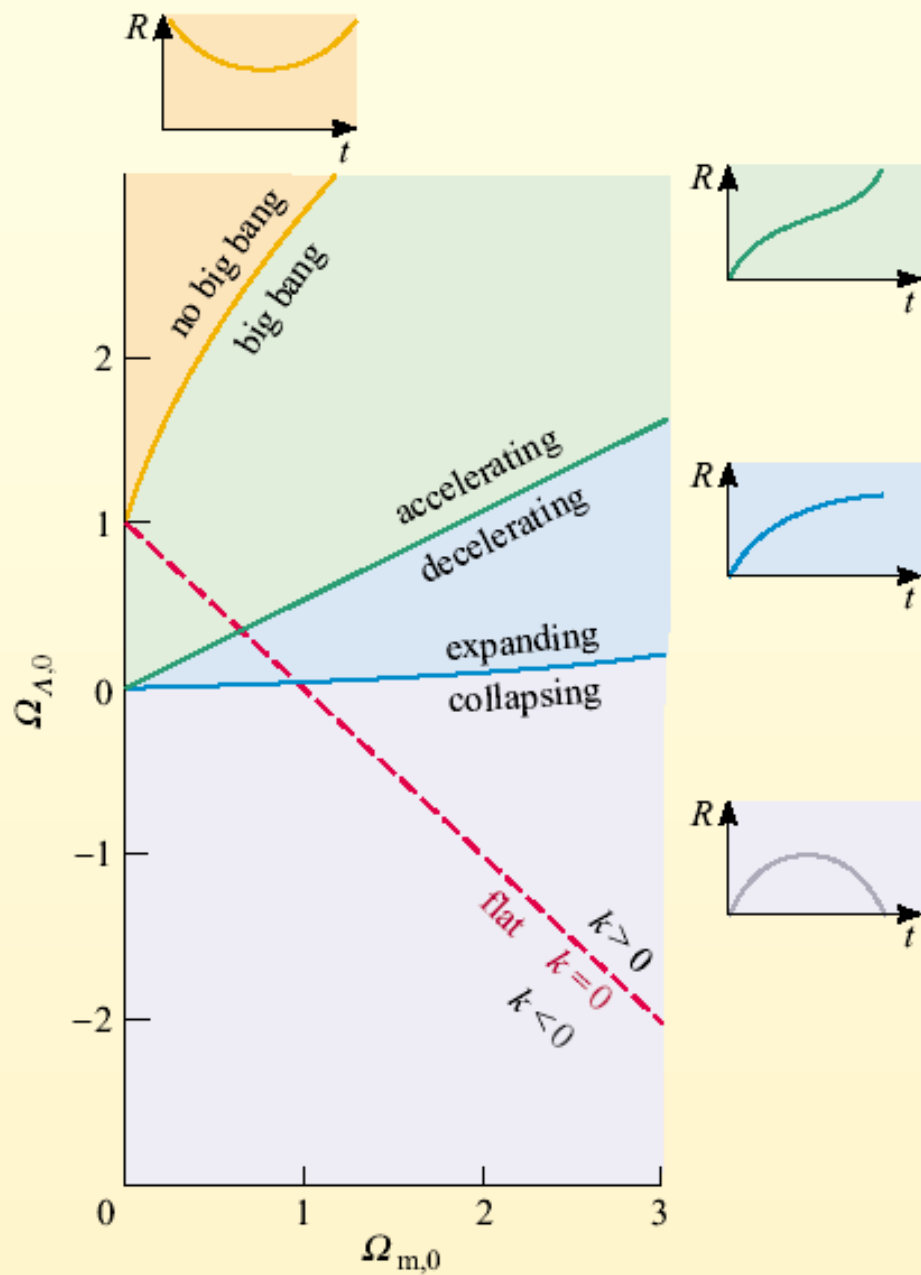
(a)



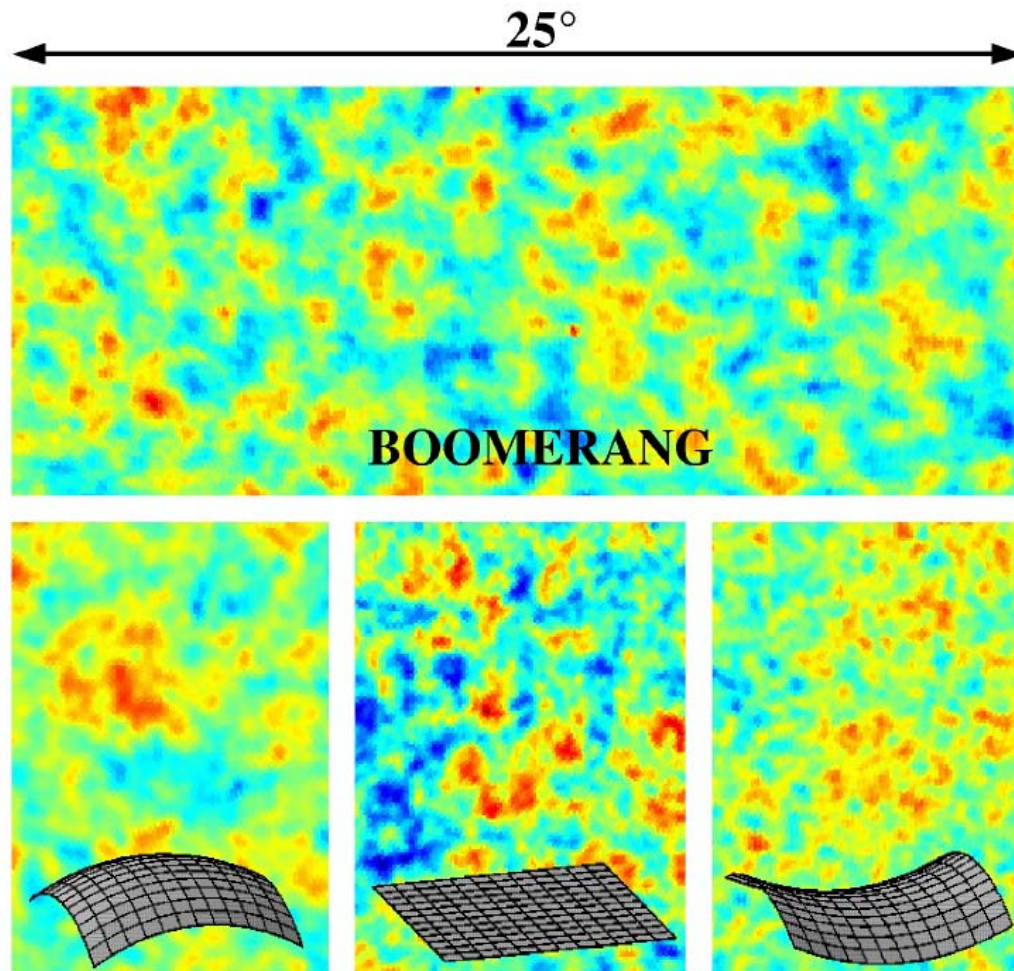
(b)



(c)



- 观测到的宇宙微波背景辐射的涨落表明宇宙的位形是平直的，即 $\Omega_k = 0$, $\Omega_0 = 1$.



宇宙的年龄

● 宇宙的年龄取决于哈勃常数的大小及其随时间的变化和宇宙内物质密度的大小。

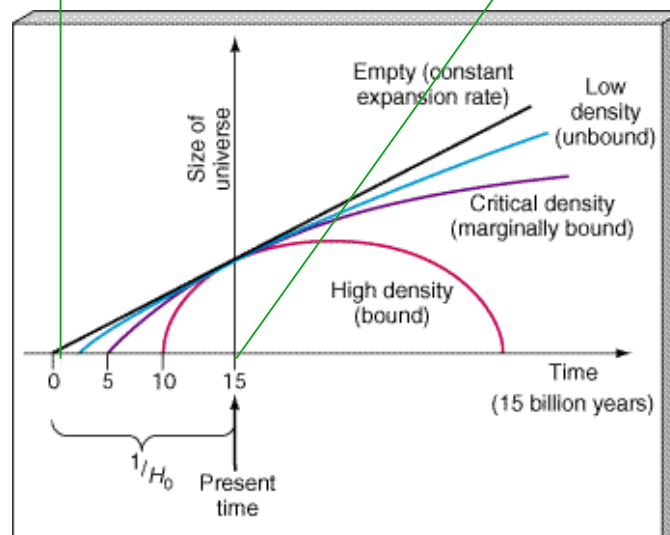
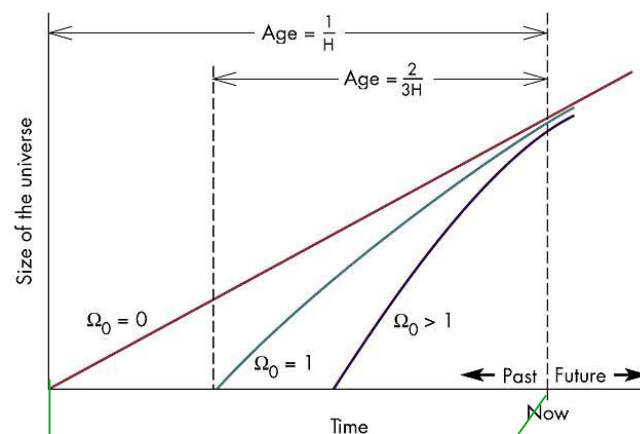
如果 $H_0 \approx 71 \text{ km/s/Mpc}$

(1) $\Omega_0 = 0$, V 不随时间变化,

$t = 1/H_0 \approx 140$ 亿年,

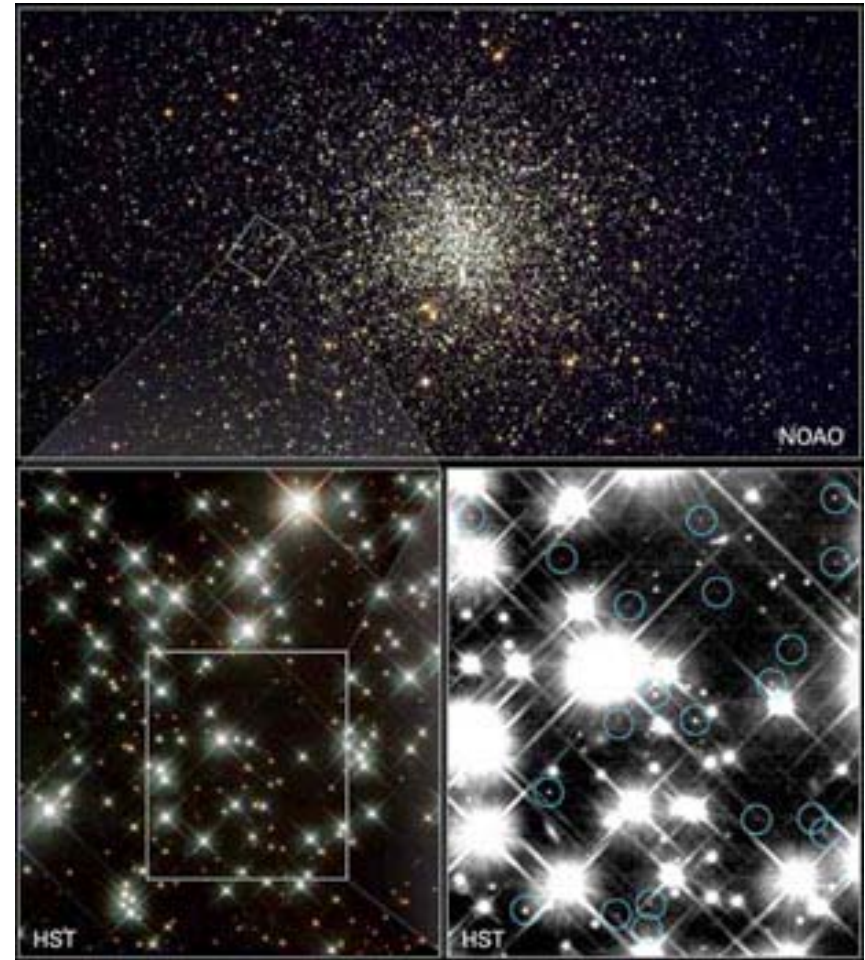
(2) $\Omega_0 = 1$, $t = 2/3H_0 \approx 90$ 亿年,

(3) $\Omega_0 > 1$, $t < 90$ 亿年。



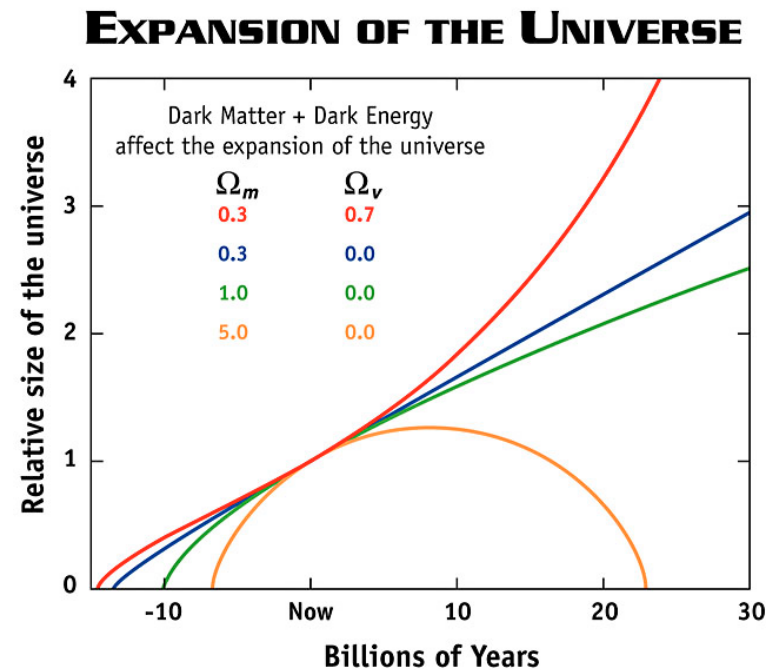
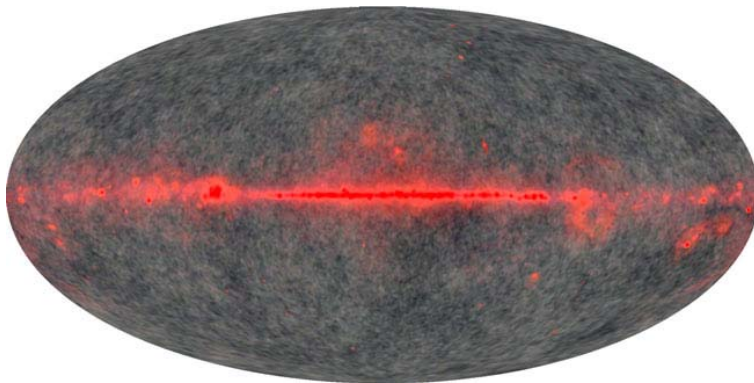
最年老的恒星年龄对宇宙年龄的限制

- The oldest white dwarf stars in our Galaxy turn out to be 12 to 13 billion years old.
- The first stars formed less than 1 billion years after the universe's birth in the big bang.



Universe Age from CMB

- The sky map taken by the WMAP satellite tells that the universe is 13.7 billion years old.



Lemaitre的原始原子理论

- 1927年，比利时教士和天文学家 G. Lemaitre 重新求得 Einstein 引力场方程的 Friedman 解。
- Lemaitre 指出哈勃观测到的宇宙膨胀现象正是 Einstein 引力场方程所预言的。因此，过去的宇宙必定比今天的宇宙占有更小的空间的尺度。并且，宇宙有一个起始点，称为“原始原子”。



Abbe George LeMaitre

大爆炸宇宙学 (The Big Bang Cosmology)

- 1940s Gamov和Alpher首先提出宇宙起源于约100-150亿年前一次猛烈的巨大爆炸。
- 宇宙的爆炸是空间的膨胀，物质则随着空间膨胀（宇宙是无中心的）。
- 随着宇宙膨胀和温度降低，构成物质的原初元素相继形成。



George Gamov

About the Big Bang and Expansion

- The Big Bang did not occur at a single point in space as an "explosion".
- it is beyond the realm of the Big Bang model to postulate what the universe is expanding into.
- It is beyond the realm of the Big Bang model to say what gave rise to the Big Bang.

奥伯斯佯谬的现代解释

- 每颗恒星仅在有限的时间内产生辐射。
- 宇宙的年龄不是无限的，遥远恒星的光子迄今尚未到达地球。
- 我们只可能观测到宇宙视界（天体的退行速度达到光速处）内的天体的辐射。
- 由于宇宙膨胀，星系在离我们远去，发出的光子发生红移。

4. 宇宙的加速膨胀与暗能量

- 由于物质（引力）的存在，宇宙的膨胀应该减慢。
- 宇宙减速因子 (deceleration factor)

$$q = -\frac{\ddot{R}R}{\dot{R}^2} = \frac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda$$

$q > 0$ 表示宇宙的膨胀在不断减速。

The Magnitude-Redshift Relation

For standard candles with absolute magnitude M , the Hubble's law

$$r = cz/H, \text{ or more accurately } r = (cz/H)[1+(1-q)z/2]$$

and the apparent-absolute magnitude relation

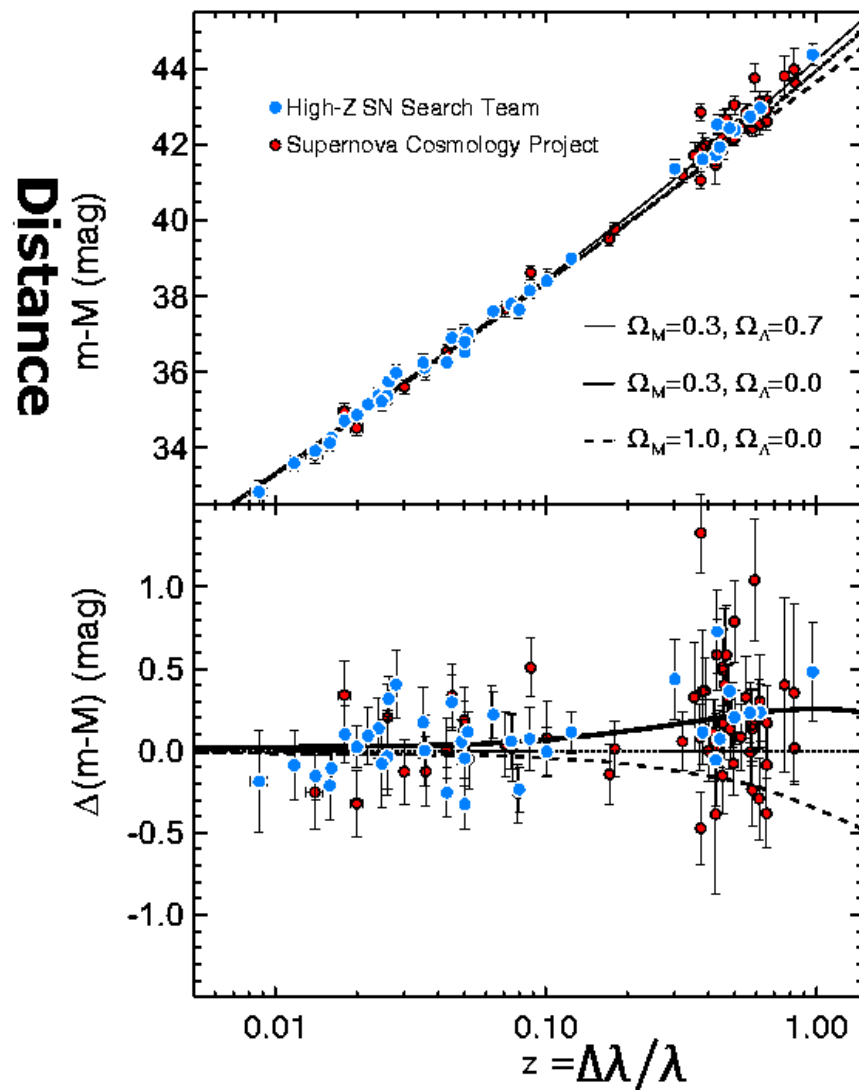
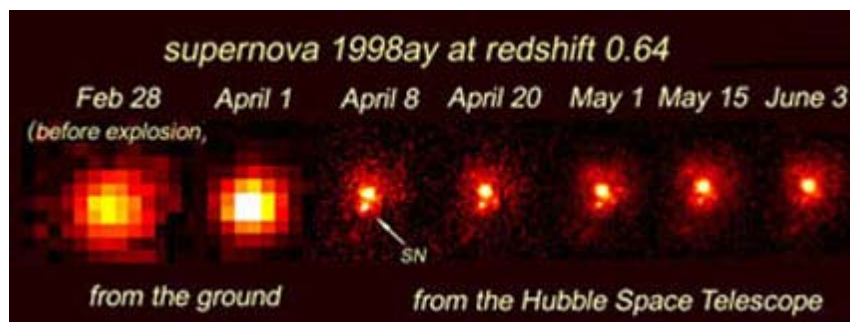
$$m = M + 5\log (r/10\text{pc})$$

yield

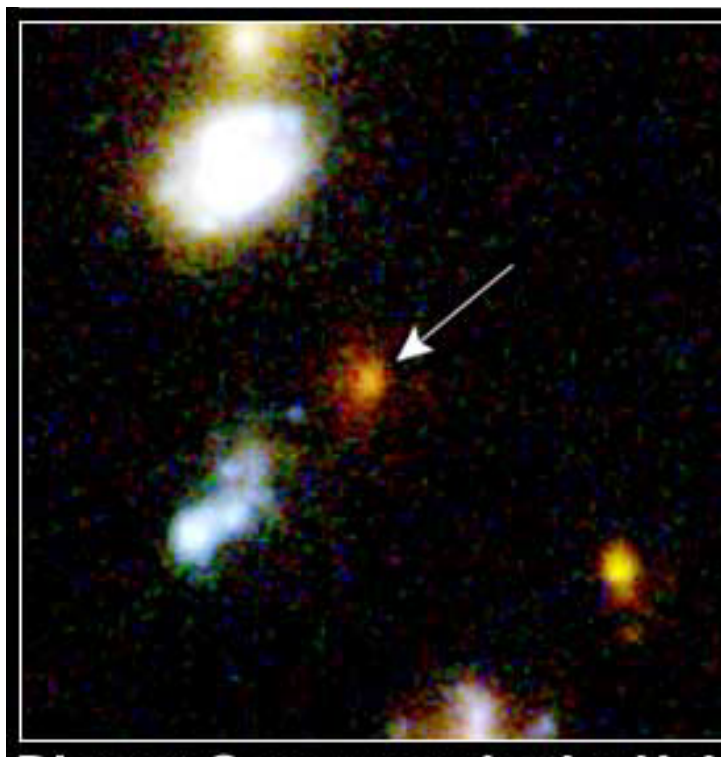
$$m - M = 5\log (cz/H) - 5 = 5\log z + C$$

where the constant C depends on H and q .

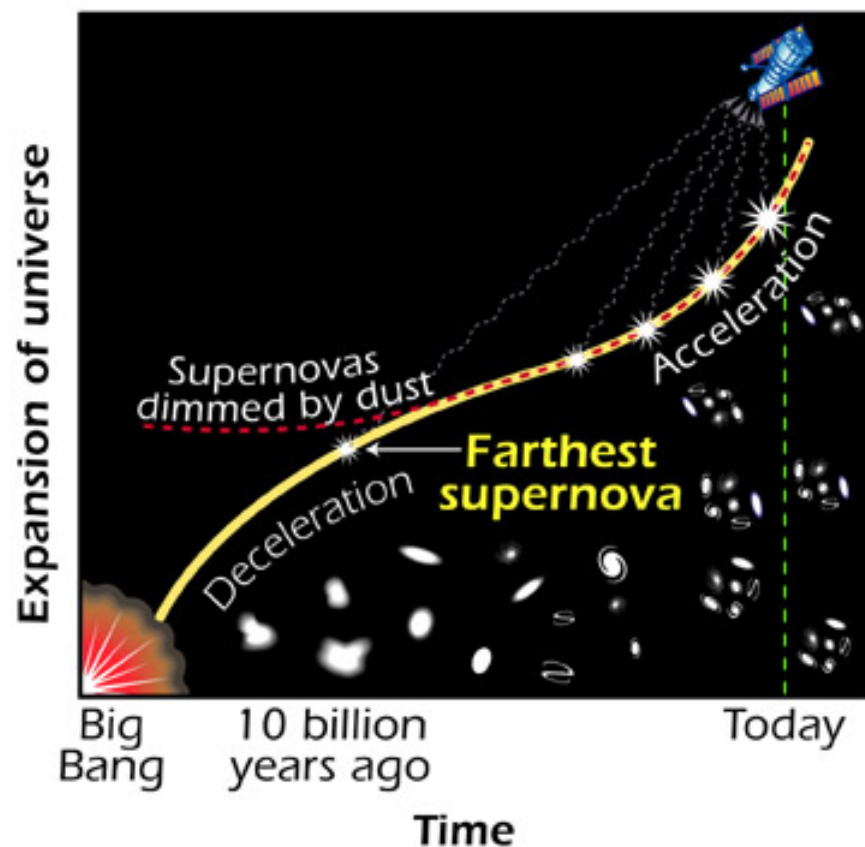
- 对高红移Ia型超新星的观测发现宇宙在加速膨胀。
- 造成今天宇宙加速膨胀的必定是某种超过引力的长程斥力，这正是宇宙学常数当初被引进的作用，即 $\Lambda \neq 0$ 。
- 天文学家称它为暗能量 (dark energy)。



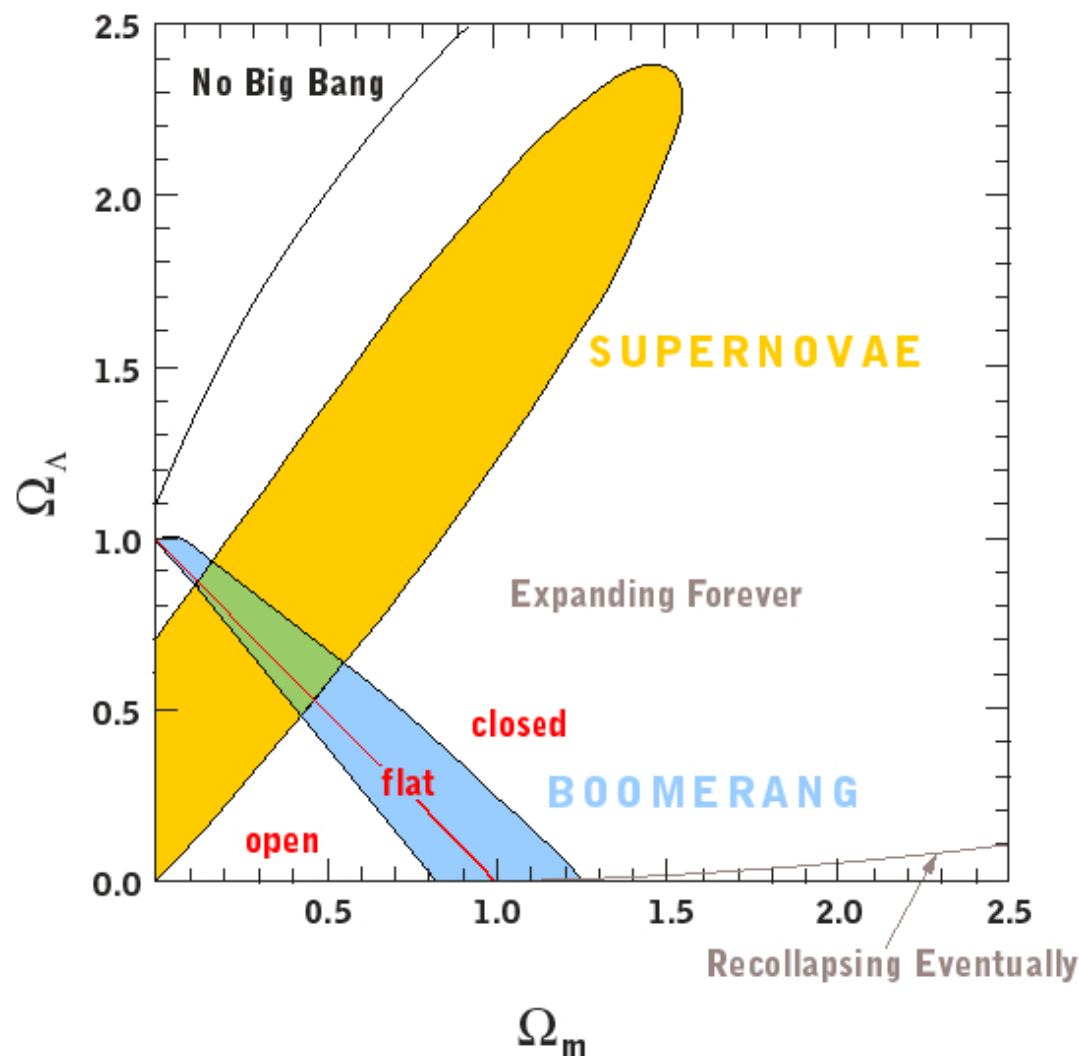
- HST对目前已知的最大红移 ($z \sim 1.7$) 的Ia型超新星的观测发现它的亮度比按照今天的宇宙膨胀的预计值更高, 说明在宇宙演化初期的确经历过减速膨胀。



SN 1997ff

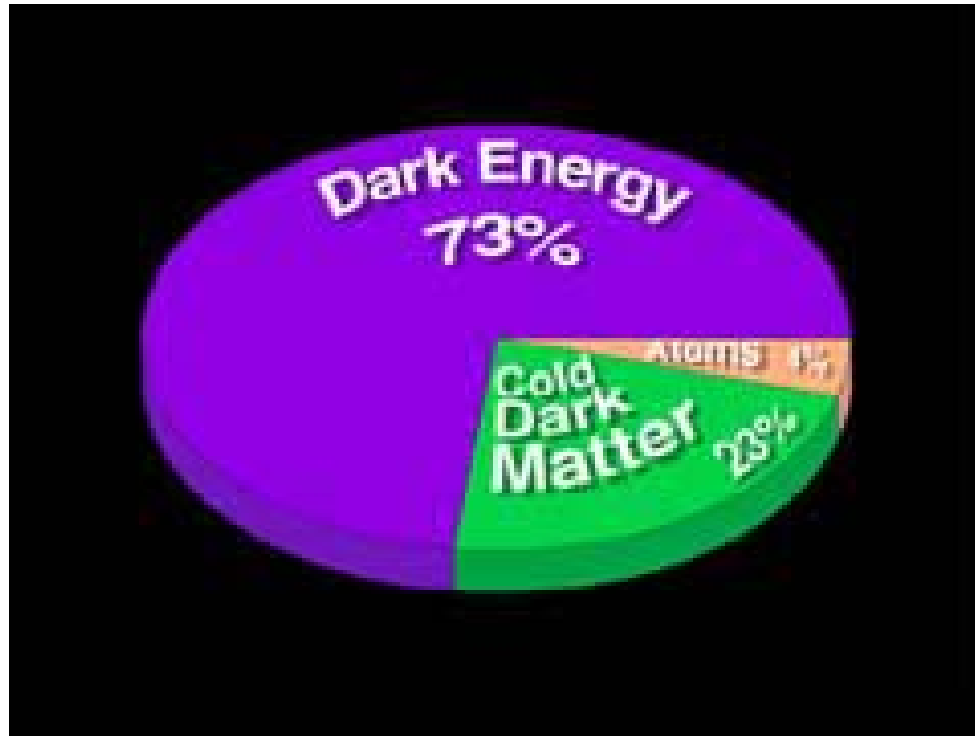


- 综合高红移超新星与宇宙微波背景辐射的观测可以估计暗能量的大小。

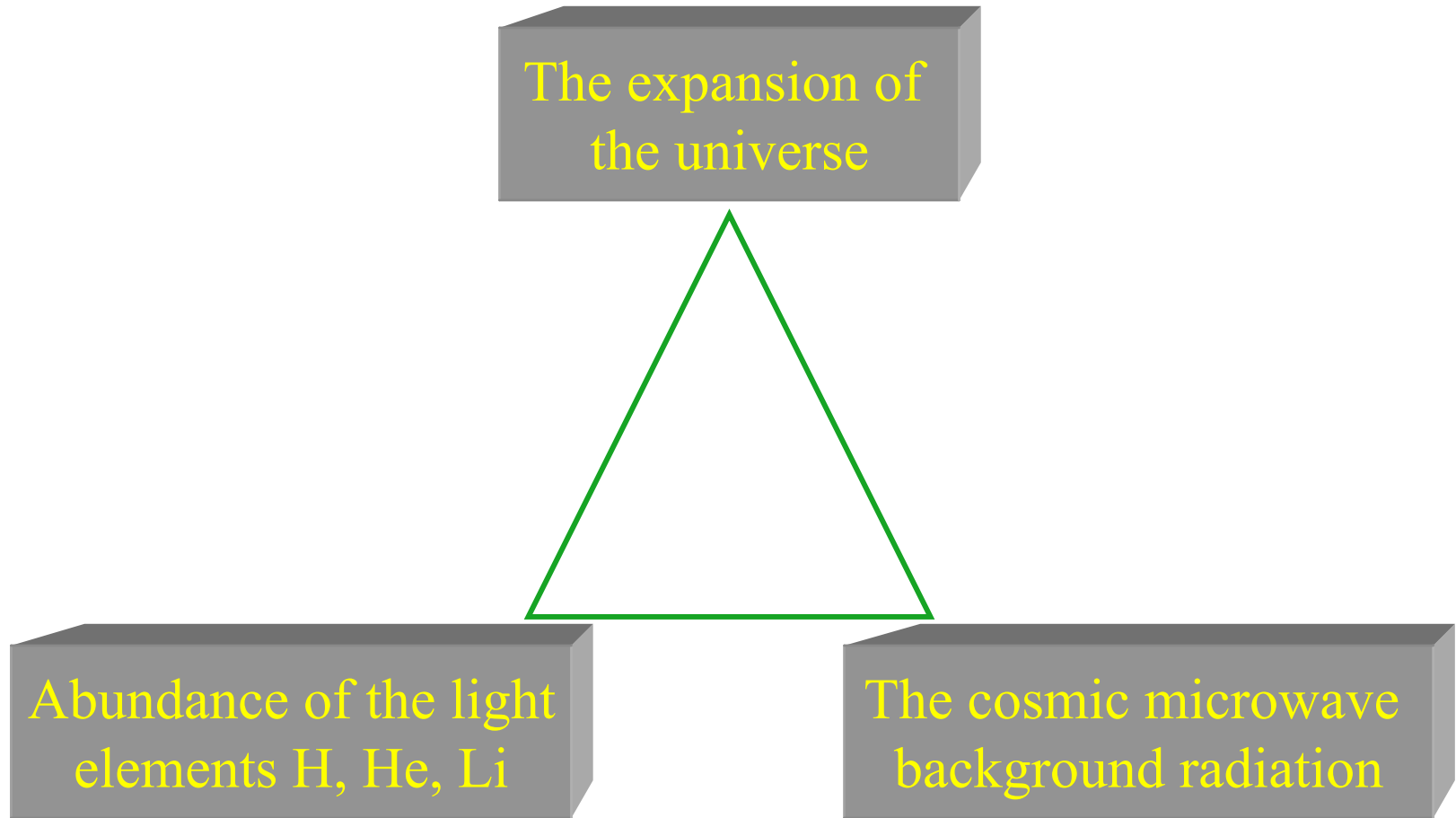


宇宙中的成分

- 宇宙中最可能的能量分布是 $\Omega_M \approx 0.23$, $\Omega_\Lambda \approx 0.73$.



Tests of the Big Bang Cosmology



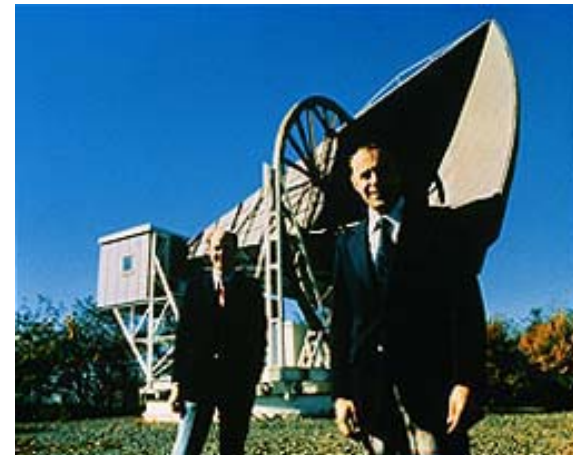
§ 9.2 宇宙微波背景辐射

1. Discovery

- The Big Bang theory predicts that the early universe was a very hot place and that as it expands, the gas within it cools.
- Thus the universe should be filled with radiation that is literally the remnant heat left over from the Big Bang, called the “cosmic microwave background radiation”, or CMBR.

- In 1948 Alpher and Herman predicted the CMBR at a temperature of 5 K.
- In 1964 Peebles obtained the blackbody temperature of 10 K. Dicke, Peebles, Roll, and Wilkinson planned searching for the relic radiation.
- In 1964 Arno Penzias and Robert Wilson detected homogeneous 3.5 K blackbody radiation at the wavelength of 7.35 cm. This was proved to be the afterglow of the Big Bang, i.e. CMBR.

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{0.29 \text{ cmK}}{T} \sim 0.1 \text{ cm}$$

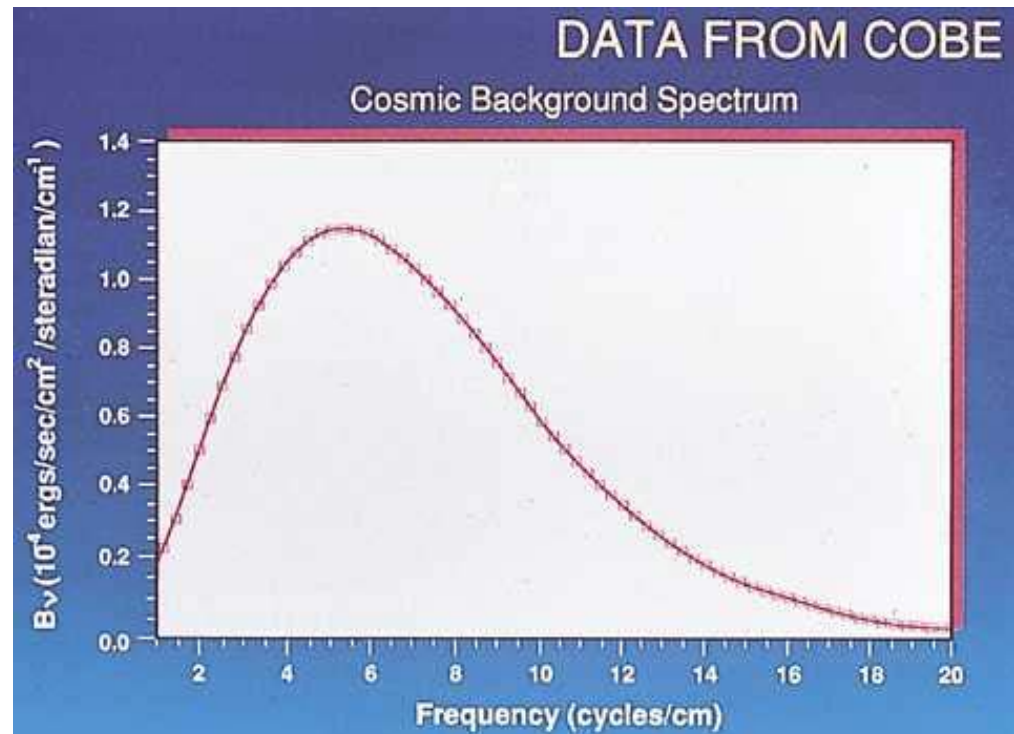


2. Observations

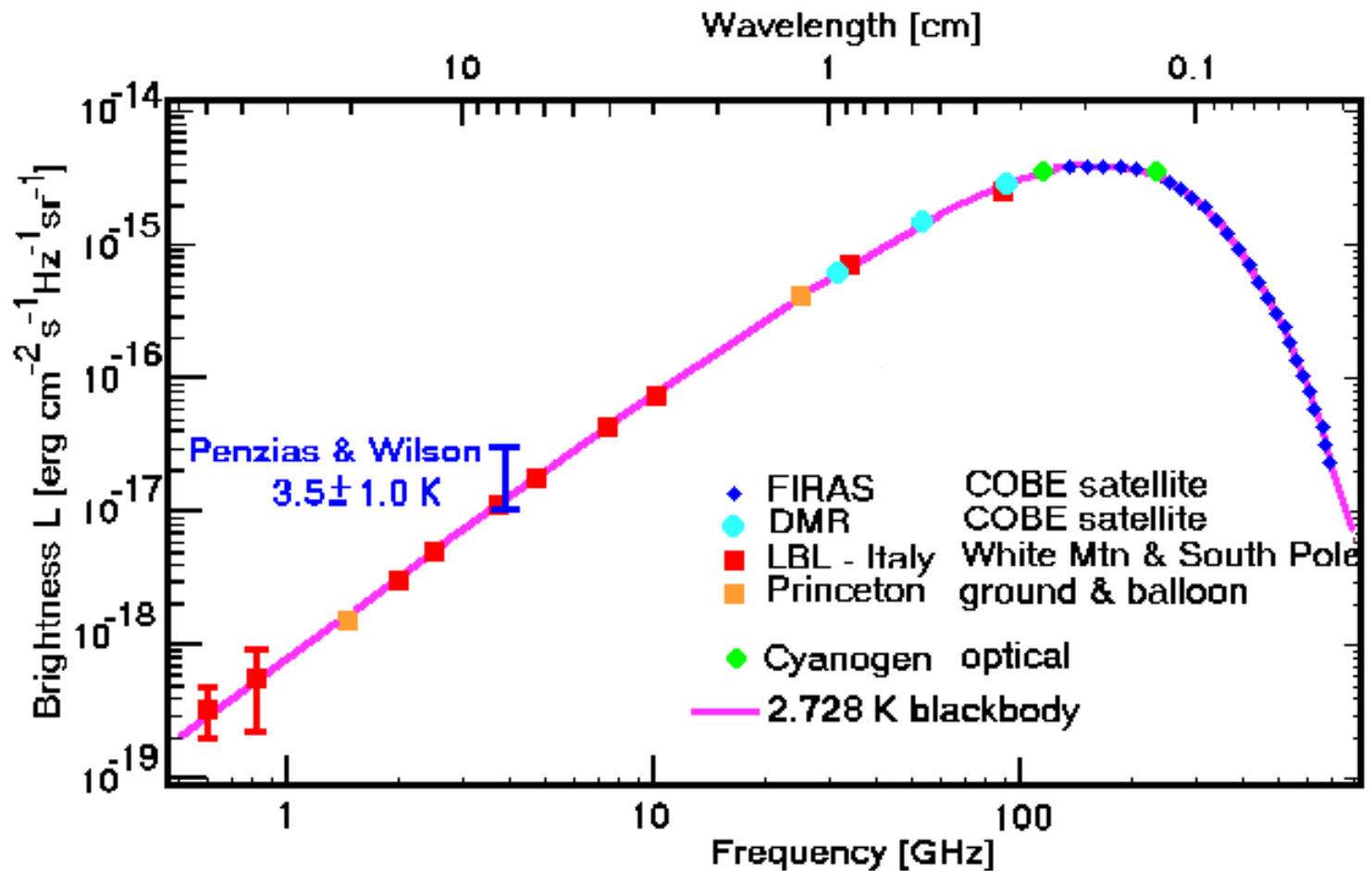
- 1989年发射的宇宙背景探测仪（COBE）对0.5毫米-10厘米波段的宇宙背景辐射进行观测
 - 高度各向同性
 - 2.73 K黑体辐射



Cosmic Background
Explorer



CMBR Spectrum

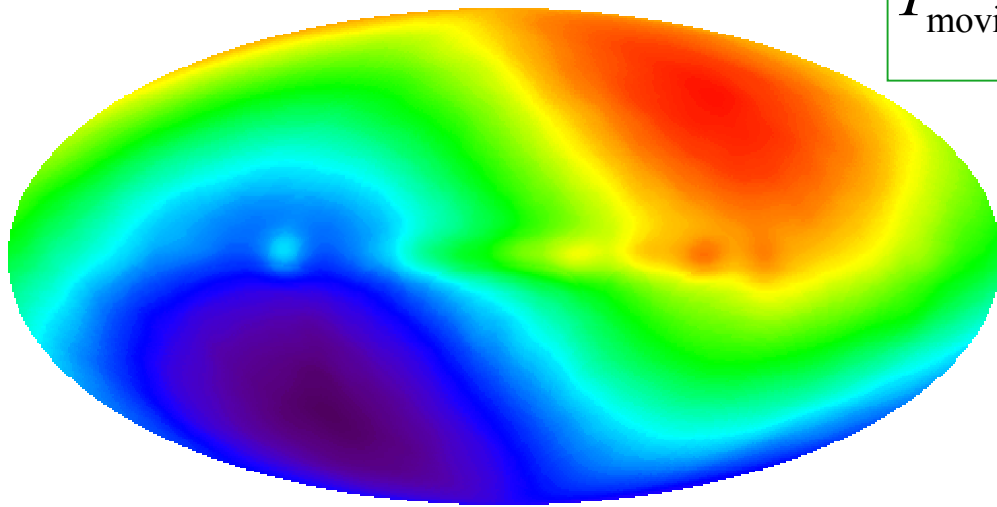


3. 微波背景辐射的各向异性

- 偶极不对称性 (dipole anisotropy)

由本星系群 ($\sim 620 \text{ km/s}$) 运动引起的背景辐射温度的涨落。

$$T_{\text{moving}} = T_{\text{rest}} \left(1 \pm \frac{V}{c} \cos \theta \right)$$



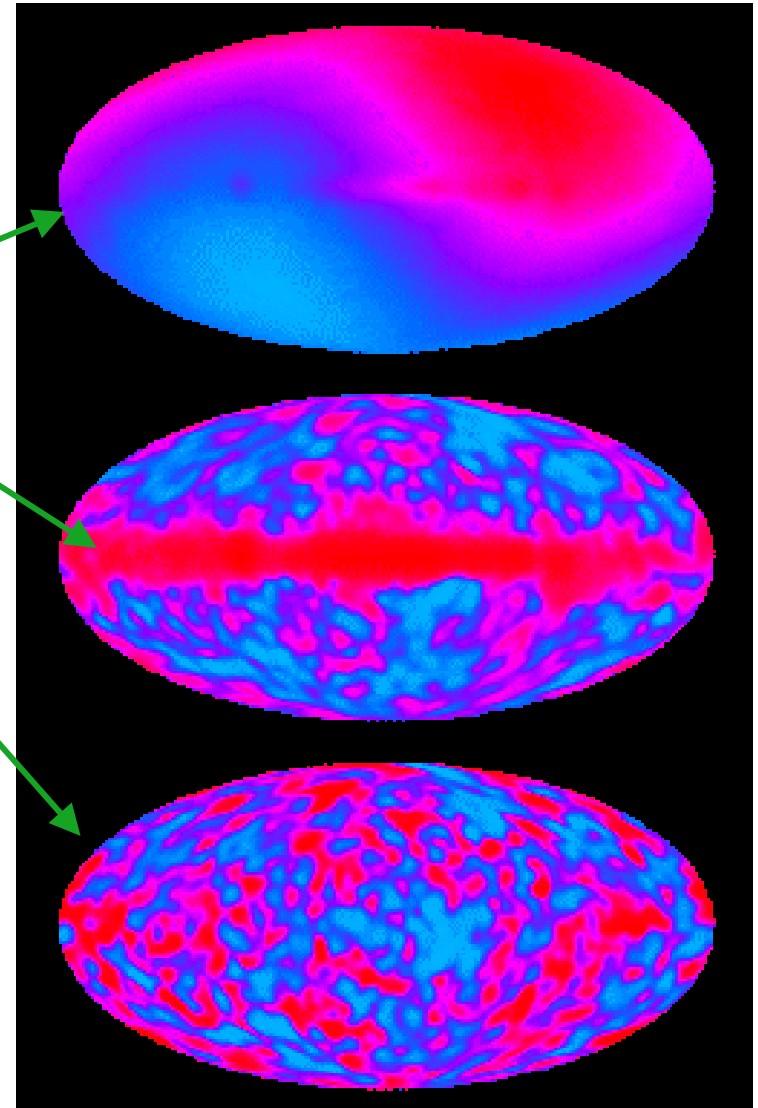
$$\Delta T = 3.353 \text{ mK}$$

宇宙微波背景辐射温度变化 (蓝色: 2.724 K , 红色: 2.732 K .)

太阳运动的朝向与被向方向的温度分别变化约 10^{-3} 。

微波背景辐射的各向异性

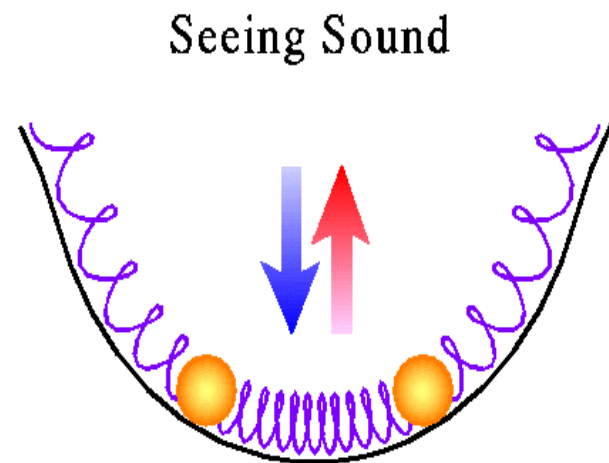
- 扣除微波背景辐射的偶极不对称和银河系尘埃辐射的影响后，微波背景辐射表现出大小为十万分之几的温度变化。
- 这种细微的温度变化表明宇宙演化早期存在微小的不均匀性，正是这种不均匀性导致了星系的形成。



$$\Delta T = 18 \mu\text{K}$$

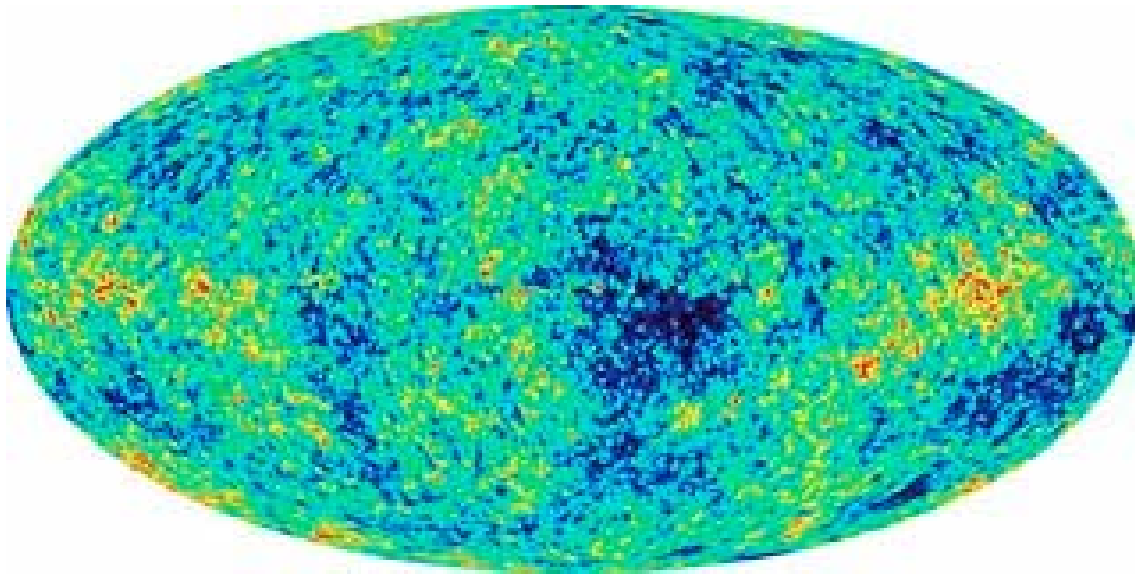
微波背景辐射的各向异性

- 在复合时如果宇宙物质存在微弱的扰动，宇宙中的等离子体将在扰动的引力势中振荡。
- 这种振荡是一种声频振荡。振荡所产生的密度和温度的起伏表现为微波背景辐射的各向异性。
- COBE的分辨率为 7° ，超过最大的结构的大小。也超过复合时的视界($\sim 2^\circ$)。
- 观测尺度更小、或与今天我们看到的结构直接有关的起伏需要更高的分辨率。



The Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)

- Launched on June 30, 2001
- Five wavebands ranging from 3.2 to 13 mm.
- Can measure fluctuations in CMB on a scale of 0.2° - 1°



The First Detailed Full Sky Picture of the Oldest Light in the Universe

微波背景辐射的各向异性

宇宙学理论认为CMB的温度涨落 $\Theta \equiv \Delta T(\hat{r}) / T$ 是随机变量，其统计平均值为零。

两点相关函数给出这些随机变量的方差

$$C(\theta) = \langle \Theta(\hat{r}_1) \Theta(\hat{r}_2) \rangle$$

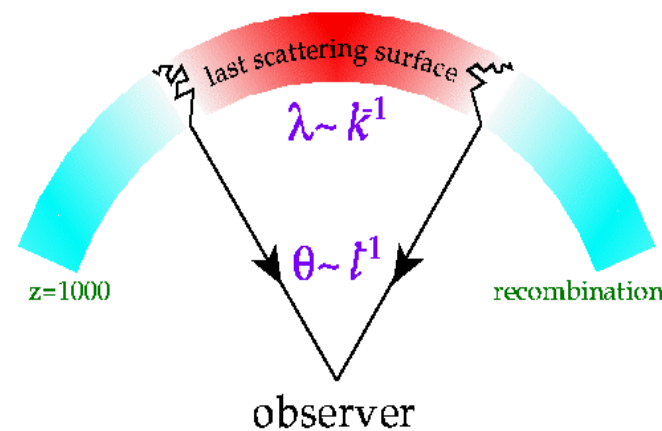
其中 $\cos \theta = \hat{r}_1 \cdot \hat{r}_2$

将 $\Theta(\hat{r})$ 按球谐函数展开

$$\Theta(\hat{r}) = \sum_{l,m} a_{lm} Y_{lm}(\hat{r})$$

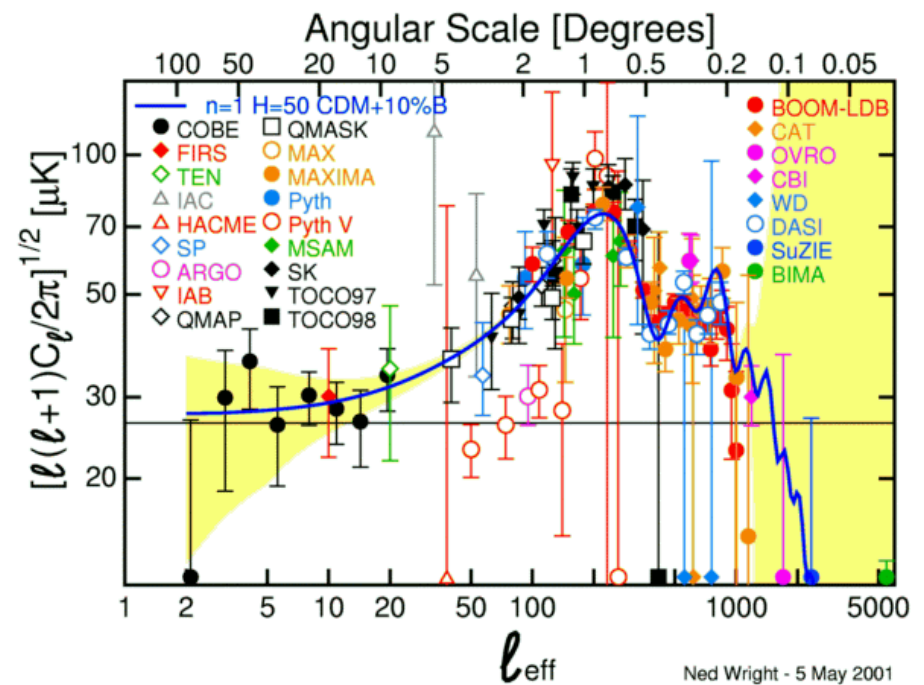
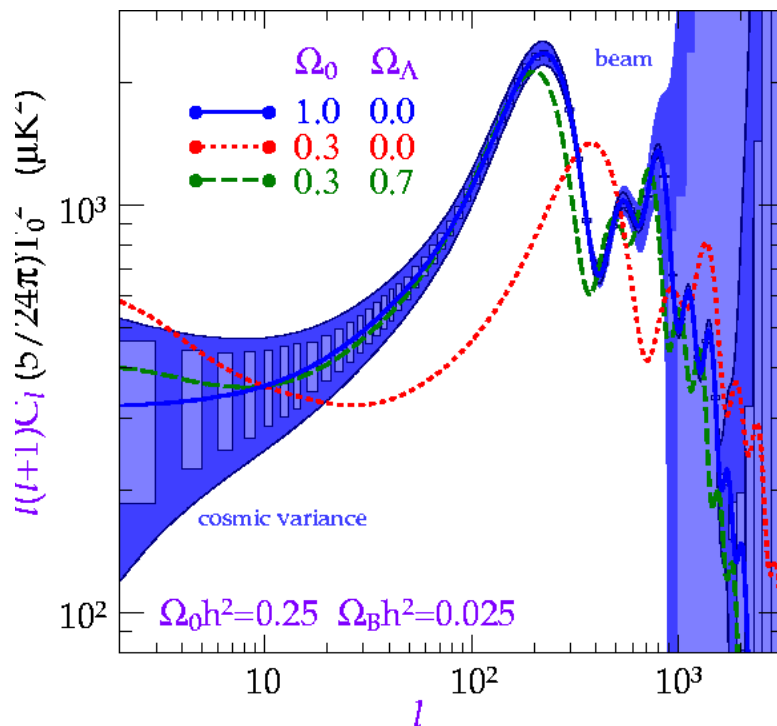
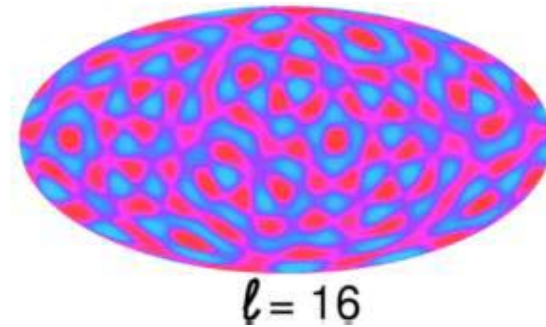
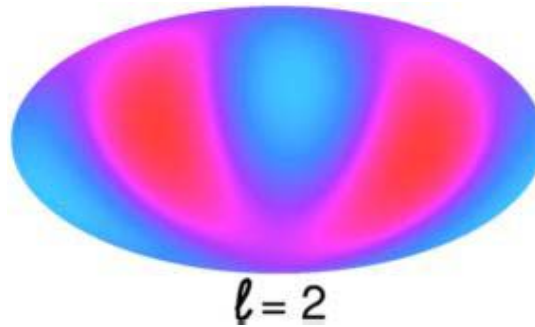
得到
$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_l (2l+1) C_l P_l(\cos \theta)$$

$$l = 180^\circ / \theta$$



$$C_l = \langle |a_{lm}|^2 \rangle$$

The Angular Power Spectrum of CMB



Precision Cosmology

- Universe is 13.7 billion years old with a margin of error of close to 1%.
- First stars ignited 200 million years after the Big Bang.
- Light in WMAP picture from 380,000 years after the Big Bang.
- Content of the Universe:
 - 4% Atoms, 23% Cold Dark Matter, 73% Dark energy.
- Hubble constant: $H_0 = 71$ km/sec/Mpc (with a margin of error of about 5%)
- New evidence for Inflation (in polarized signal)
- For the theory that fits the data, the Universe will expand forever.

§ 9.3 宇宙的热演化

1. 物质与辐射

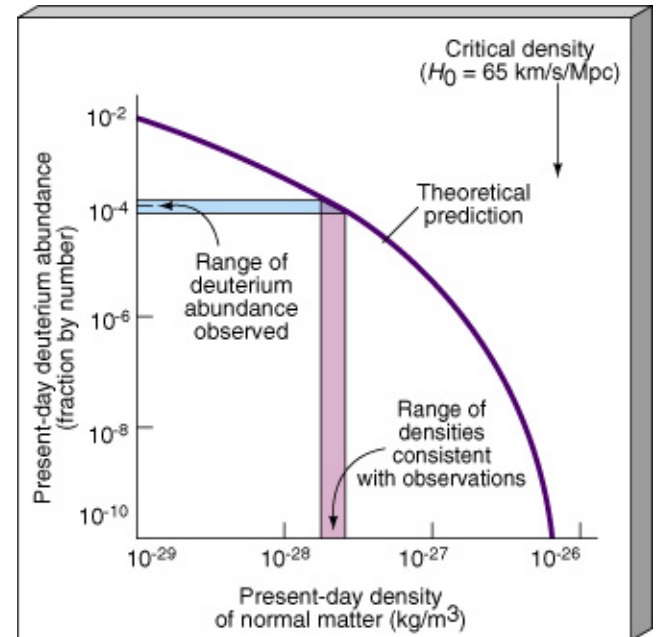
(1) 物质主导与辐射主导宇宙

- 宇宙中的物质包括可见物质与暗物质
- 辐射主要来自微波背景辐射

$$\begin{aligned}\rho_M &\approx 0.3 \rho_c \\ &= 0.3 \times 10^{-29} \text{ gcm}^{-3}\end{aligned}$$

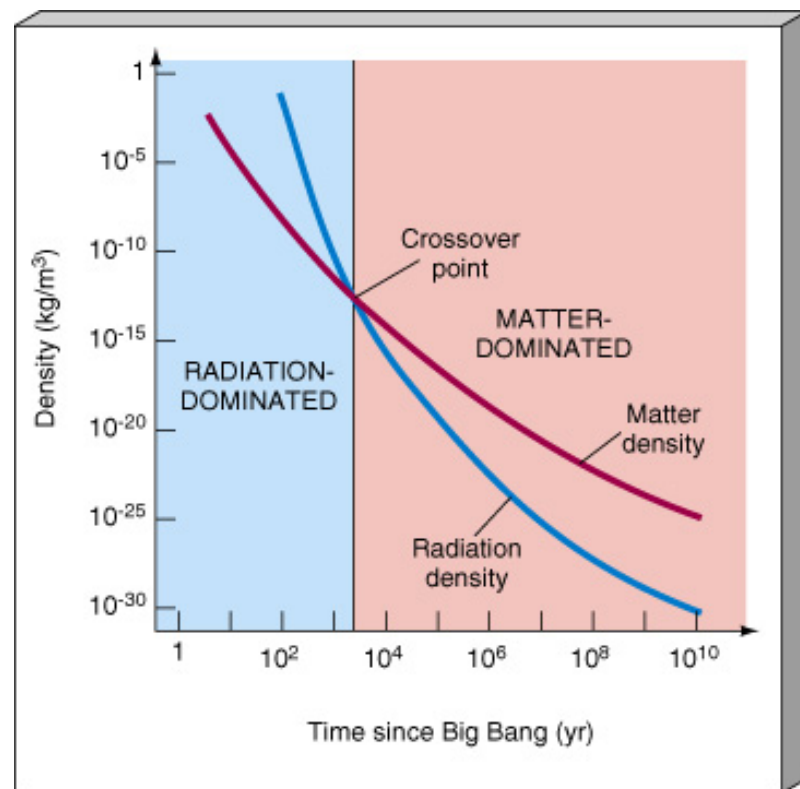
$$> \rho_R \approx 4 \times 10^{-34} \text{ gcm}^{-3}$$

→ 目前的宇宙是物质主导的



● 物质与辐射密度的演化

- 宇宙膨胀导致物质与辐射密度随时间减小。
- 同时辐射还由于宇宙膨胀发生红移。
- 因此辐射密度比物质密度随时间减小得更快。
- 在宇宙早期是辐射主导的。
- 辐射主导与物质主导时期的分界约在宇宙年龄几千年左右。



$$\rho_M \propto R^{-3}, \quad \rho_R \propto R^{-4}$$

- 物质的创生

- 在极高温下，高能光子的相互碰撞会产生正负粒子对
起点温度:

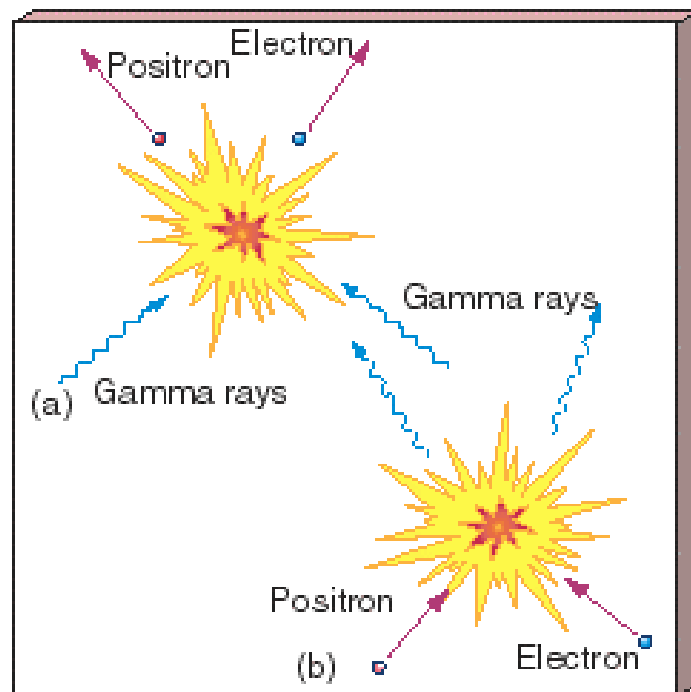
电子 $\sim 6 \times 10^9 \text{ K}$

质子 $\sim 10^{13} \text{ K}$

- 正负粒子对湮灭产生光子

- 如果正负粒子对产生的速率与湮灭速率相等，称它们处于热平衡状态。

- 正负粒子存在微小的不对称性，随着宇宙的膨胀与冷却，绝大部分粒子湮灭，极少量多余的正粒子构成了今天的物质世界。



2. 宇宙的热演化历史

● 辐射相

(1) Planck时代

未知物理理论（量子引力论）

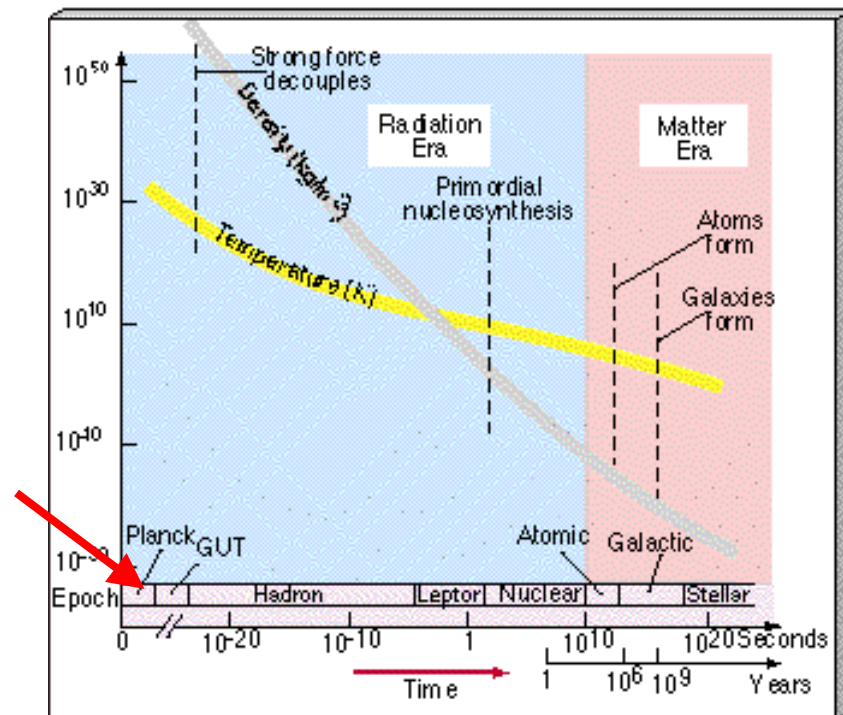
宇宙大小约为0.01cm。

引力、强相互作用力、弱相互作用力、电磁力统一为一种力。

$$t \sim 0 - 10^{-43} \text{ s}$$

$$\rho \sim \infty - 10^{92} \text{ gcm}^{-3}$$

$$T \sim \infty - 10^{32} \text{ K}$$



● 辐射相

$$t \sim 10^{-43} - 10^{-34} \text{ s}$$

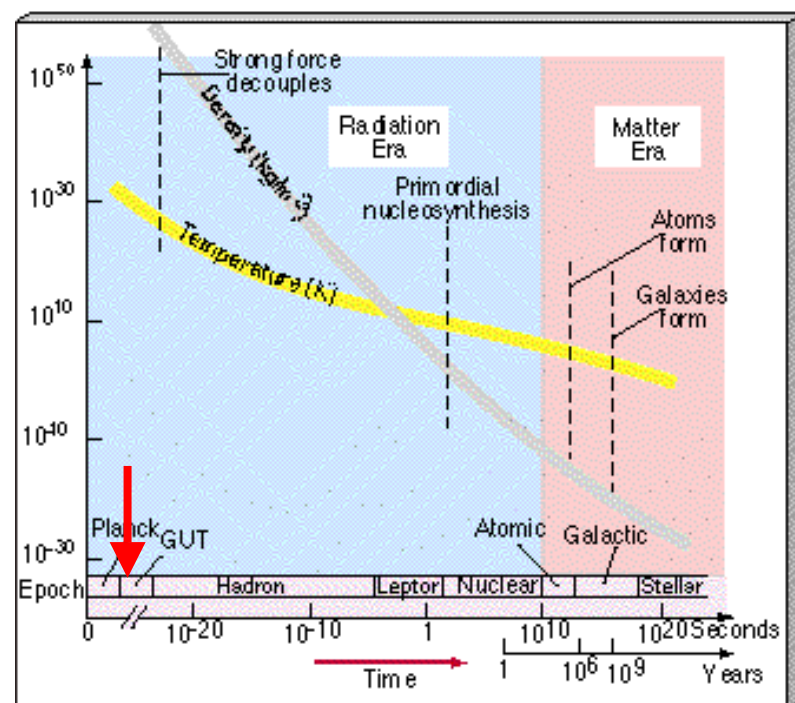
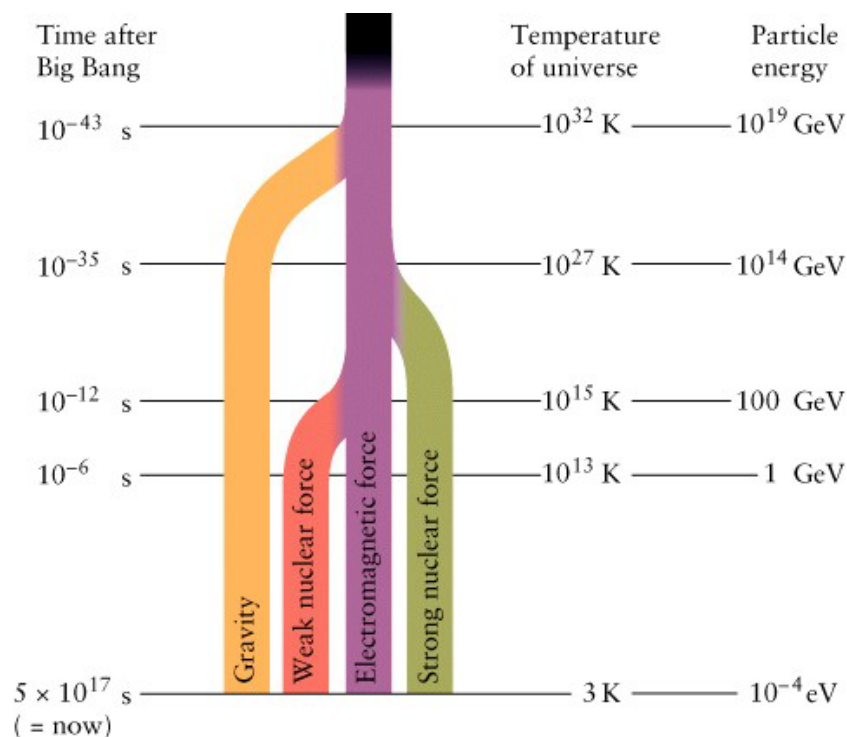
$$\rho \sim 10^{82} - 10^{72} \text{ gcm}^{-3}$$

$$T \sim 10^{32} - 10^{27} \text{ K}$$

(2) 大统一理论时代

当 $t = 10^{-43} \text{ s}$, $T = 10^{32} \text{ K}$, 引力与其他力分离。

强相互作用力、弱相互作用力、电磁力统一 (GUT)。



● 辐射相

(3) 重子时代

重子和轻子处于热平衡状态

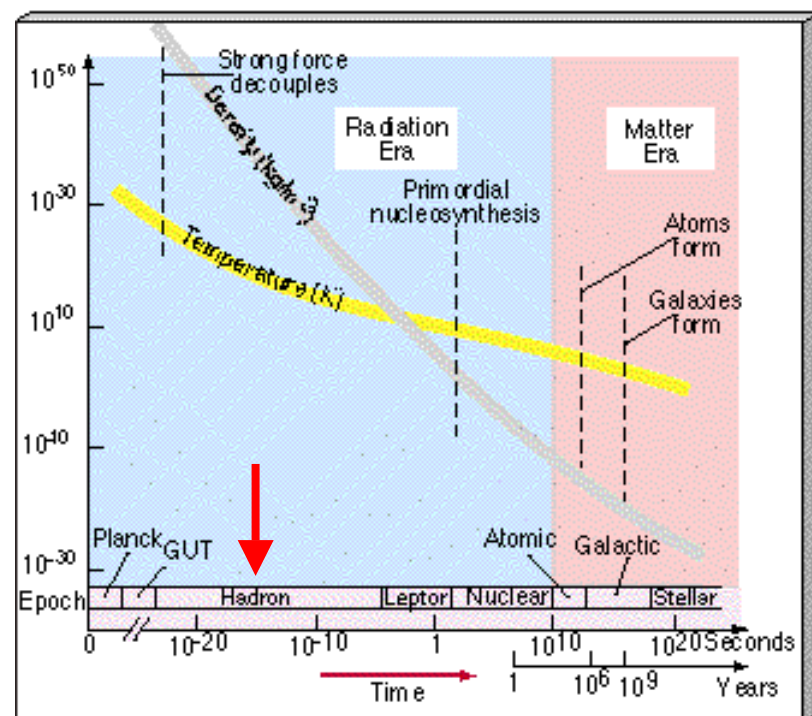
$t = 10^{-10} \text{ s}$, $T = 10^{15} \text{ K}$, 弱相互作用力与电磁力分离。

$t = 10^{-4} \text{ s}$, $T < 10^{13} \text{ K}$, 重子形成过程结束。

$$t \sim 10^{-35} - 10^{-4} \text{ s}$$

$$\rho \sim 10^{72} - 10^{13} \text{ gcm}^{-3}$$

$$T \sim 10^{27} - 10^{12} \text{ K}$$



● 辐射相

(4) 轻子时代

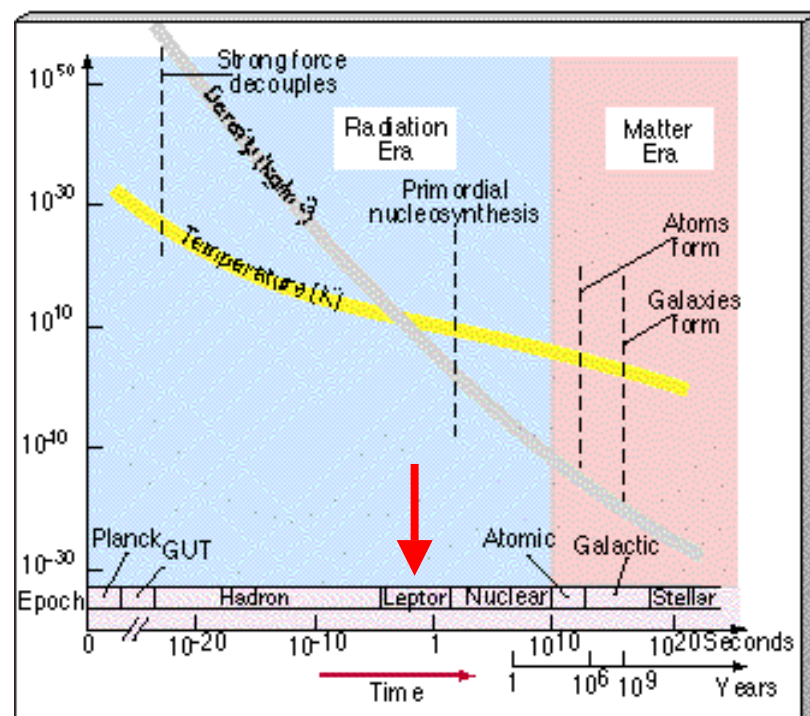
轻子处于热平衡状态。

当 $t = 10^2 \text{ s}$, $T < 10^9 \text{ K}$, 正负电子对形成过程结束。

$$t \sim 10^{-4} - 10^2 \text{ s}$$

$$\rho \sim 10^{13} - 10^1 \text{ gcm}^{-3}$$

$$T \sim 10^{12} - 10^9 \text{ K}$$



● 辐射相

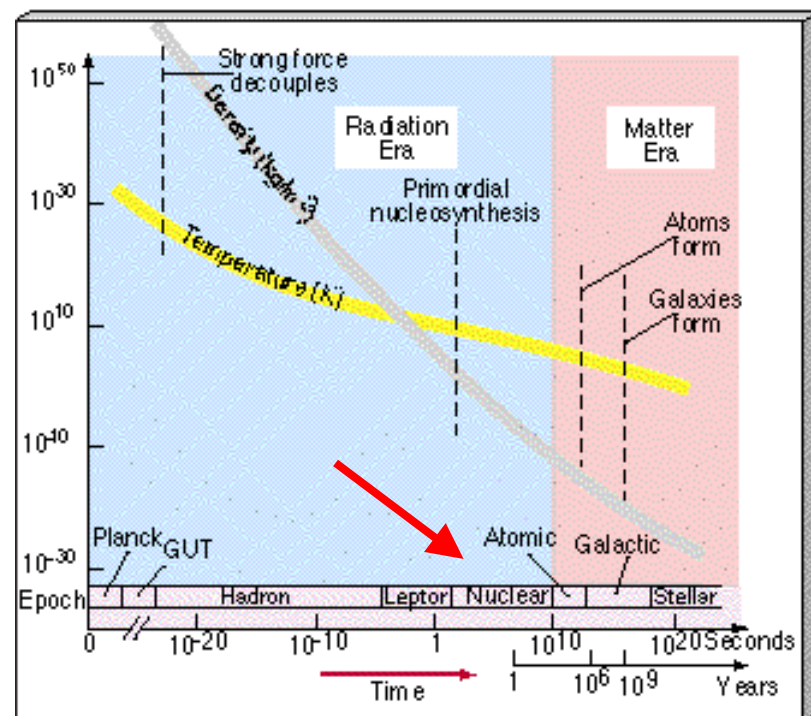
(5) 核时代

- 恒星演化理论可以较好地解释宇宙中重元素的丰度。但轻元素丰度的理论与观测值不符，特别是氦元素丰度比理论预计高25%。
- 这部分氦元素丰度被认为是宇宙早期的原初丰度。
- 通常将宇宙早期比氢元素更重的元素形成过程称为**原初核合成** (primordial nucleosynthesis)。

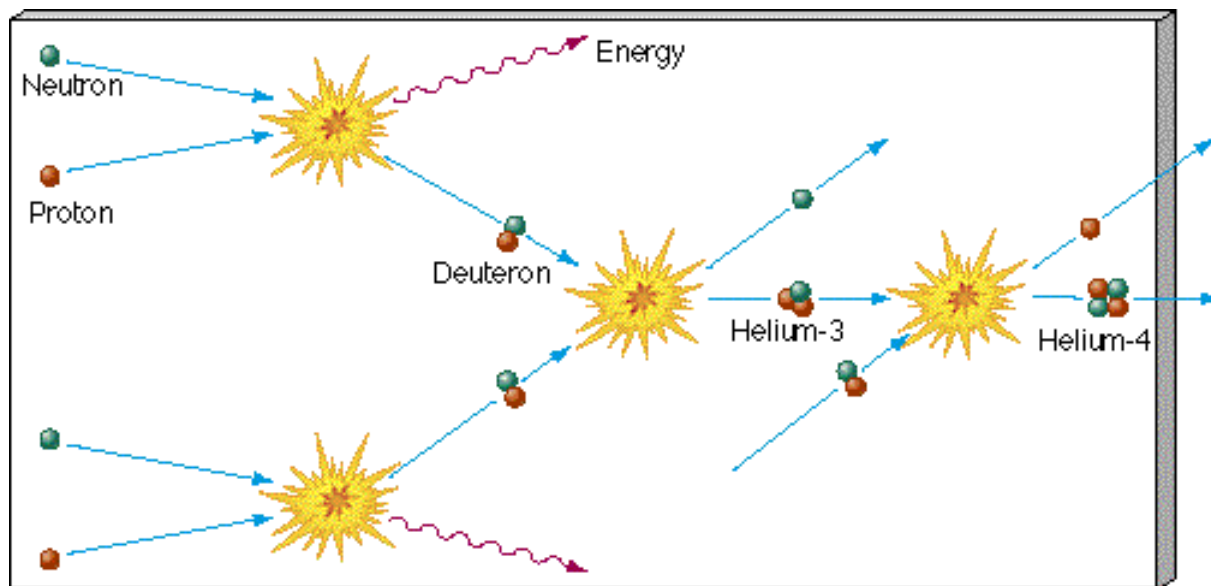
$$t \sim 10^2 \text{ s} - 10^3 \text{ yr}$$

$$\rho \sim 10^1 - 10^{-16} \text{ gcm}^{-3}$$

$$T \sim 10^9 - 6 \times 10^4 \text{ K}$$



- 当 $t = 10^2 \text{ s}$, $T = 10^9 \text{ K}$, 宇宙中的可见物质包括电子、质子和中子, 其中质子与中子数目比为5:1。
- 质子与中子结合形成氘核
$$p + n \rightarrow {}^2\text{H} + E$$
- 但氘核一旦形成, 就被高能光子瓦解, 这个阶段称为氘瓶颈。
- 当 $t = 2 \text{ min}$, $T = 9 \times 10^8 \text{ K}$, 氘核可以稳定地形成, 并通过核反应迅速生成氦核。

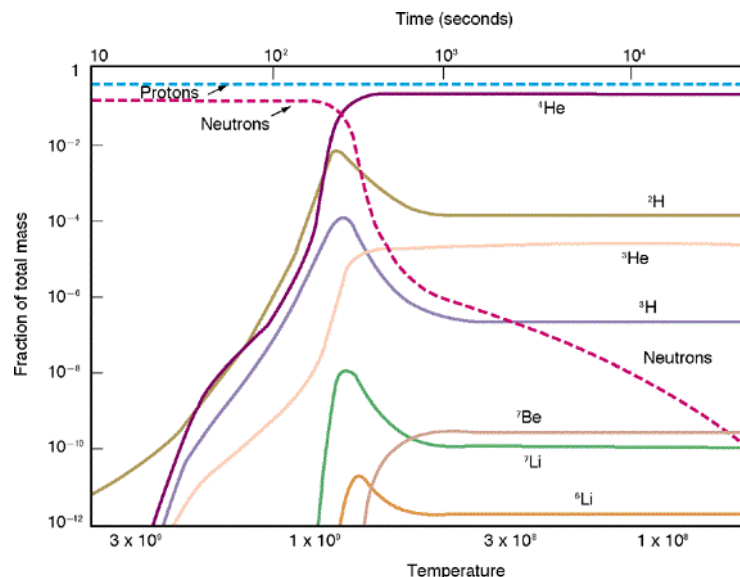


- 核反应的结果是，在几分钟内，几乎所有的中子被消耗光，宇宙中的可见物质只有质子、氦核和电子。
- 由于宇宙的膨胀和冷却，氦核无法通过核反应生成更重的元素。
- 当 $t = 10^3 \text{ s}$, $T = 3 \times 10^8 \text{ K}$ ，宇宙元素丰度确定。

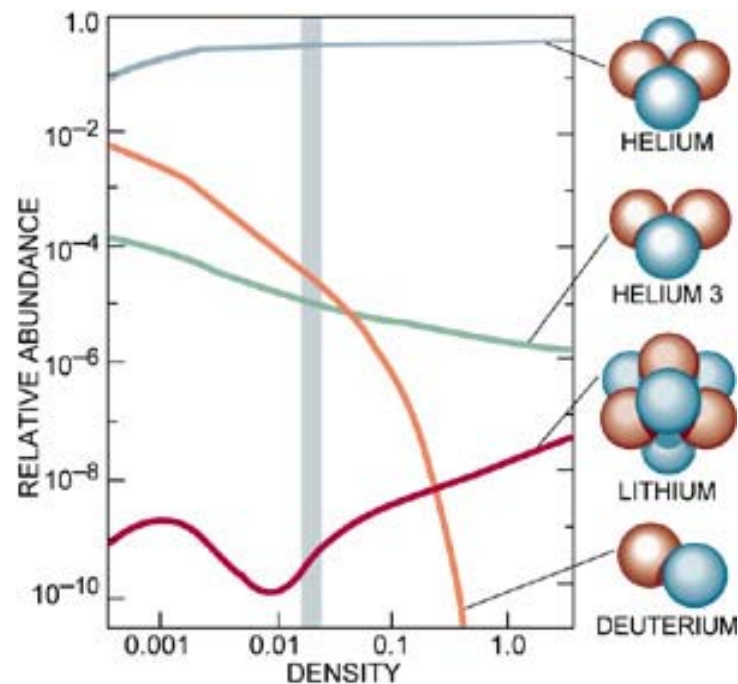
核合成开始时质子与中子数目比为7:1

→ 质子与氦核的数目比为12:1

→ 氦丰度25%



- 恒星内部核合成产生极少量的氦，因此观测到的宇宙中的氦主要来自原初核合成。
- 宇宙密度越高，粒子与氦的反应越多，氦丰度越低。
- 目前对理论与观测的氦与氢的丰度比为 10^{-5} - 10^{-4} ，要求重子物质的密度为临界密度的2%-3%。
- 考虑暗物质 $\Omega_M \approx 0.3$
→ 暗物质不可能主要由重子物质构成。

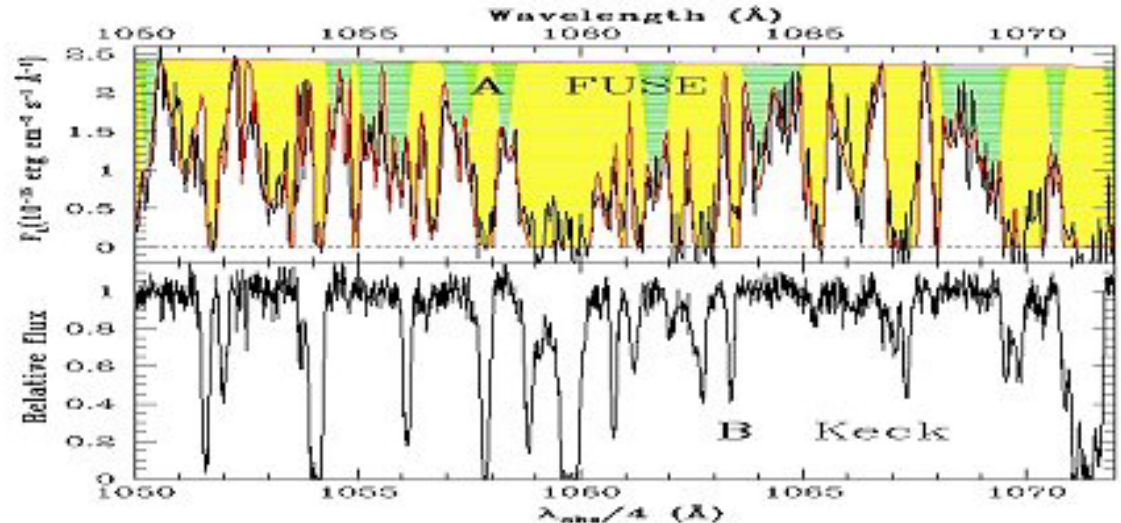


原初核合成的元素丰度

New View of Primordial Helium Traces the Structure of Early Universe



An artist's concept of FUSE peering into a distant and foggy past.



(top) The helium absorption spectrum of quasar HE2347-4342 as observed by FUSE.
(bottom) The hydrogen absorption spectrum of the same quasar captured by Keck. Green-shaded areas denote helium absorption lines with no corresponding hydrogen.

● 物质相

(6) 原子时代

物质开始在宇宙中占主导地位。

高温使得氢和氦处于电离状态，大量的自由电子导致光子的自由程极短。

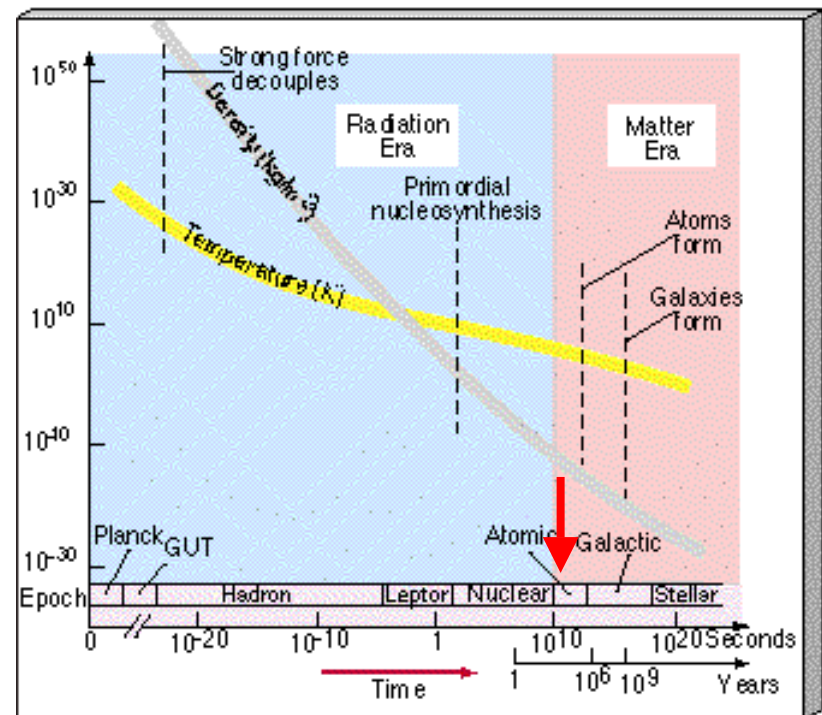
当温度降至约几千 K，电子与原子核结合形成原子。

当 $T \approx 4500 \text{ K}$ ，宇宙主要由原子、光子和暗物质构成。

$$t \sim 10^3 - 10^6 \text{ yr}$$

$$\rho \sim 10^{-16} - 10^{-21} \text{ gcm}^{-3}$$

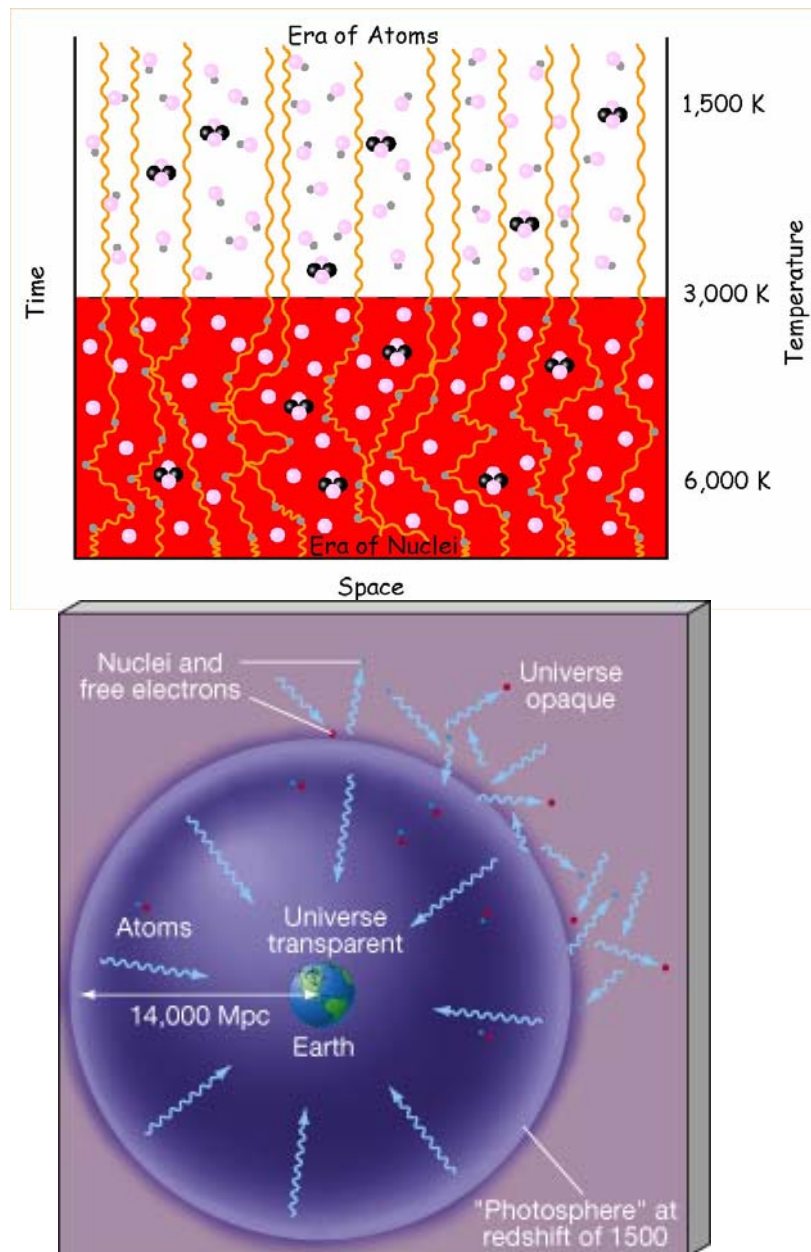
$$T \sim 6 \times 10^4 - 10^3 \text{ K}$$



自由电子与原子核结合形成原子（**复合 recombination**）使得光子可以自由地运动（仅有特定波长的光子被吸收），称为辐射与物质（重子）退耦，宇宙变得透明。

今天观测到的微波背景辐射就是辐射与物质脱耦最后时期的宇宙辐射。

$$T \propto \frac{1}{\lambda_{\text{peak}}} \propto \frac{1}{R(t)}$$



● 物质相

(7) 星系时代

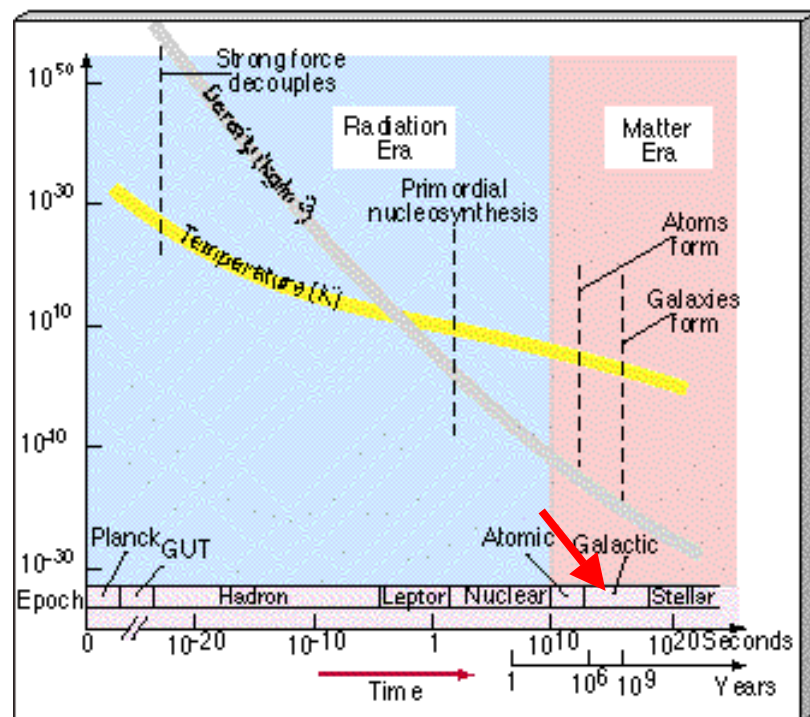
星系与大尺度结构形成，宇宙在宏观上开始表现不均匀性。

类星体和第一代恒星开始出现。

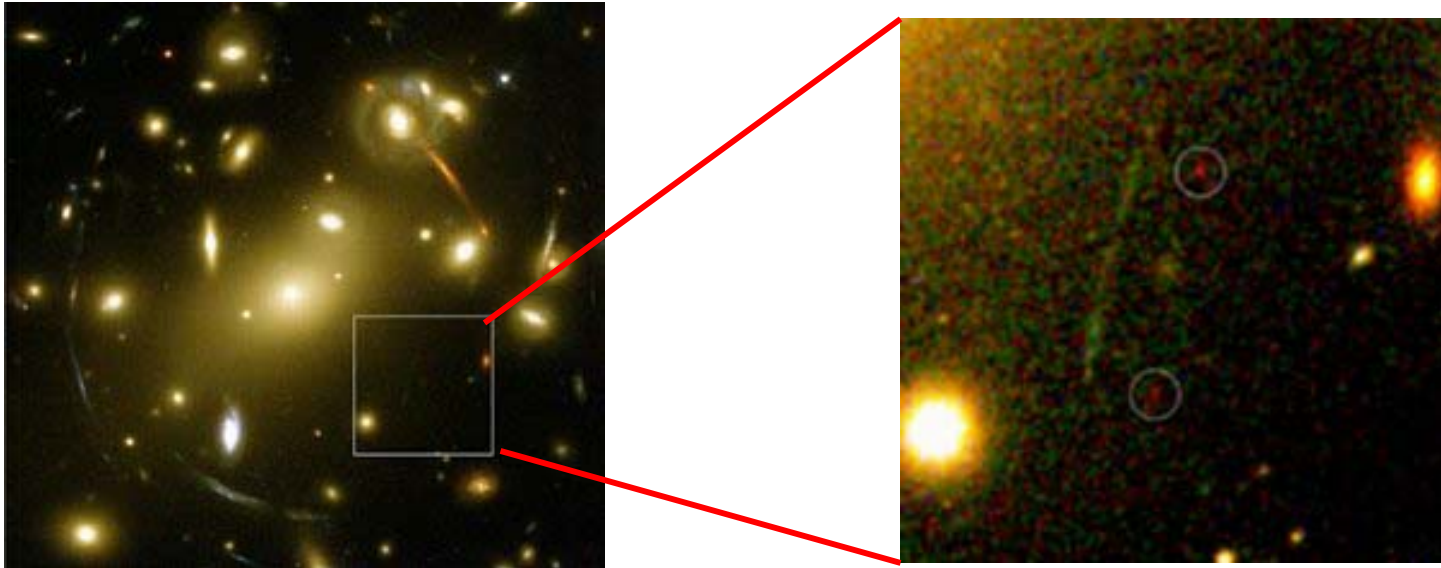
$$t \sim 10^6 - 10^9 \text{ yr}$$

$$\rho \sim 10^{-21} - 3 \times 10^{-28} \text{ gcm}^{-3}$$

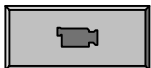
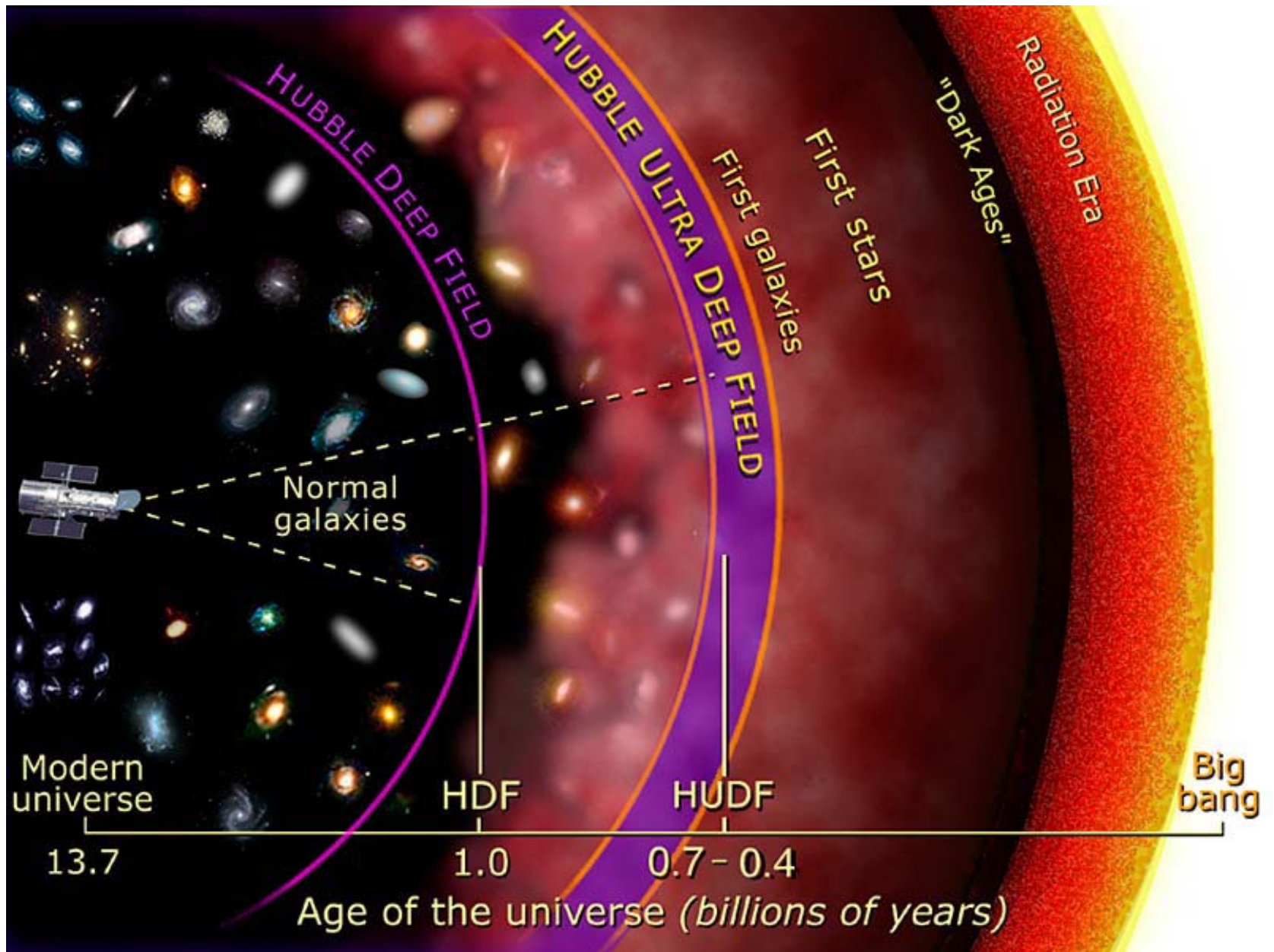
$$T \sim 10^3 - 10 \text{ K}$$



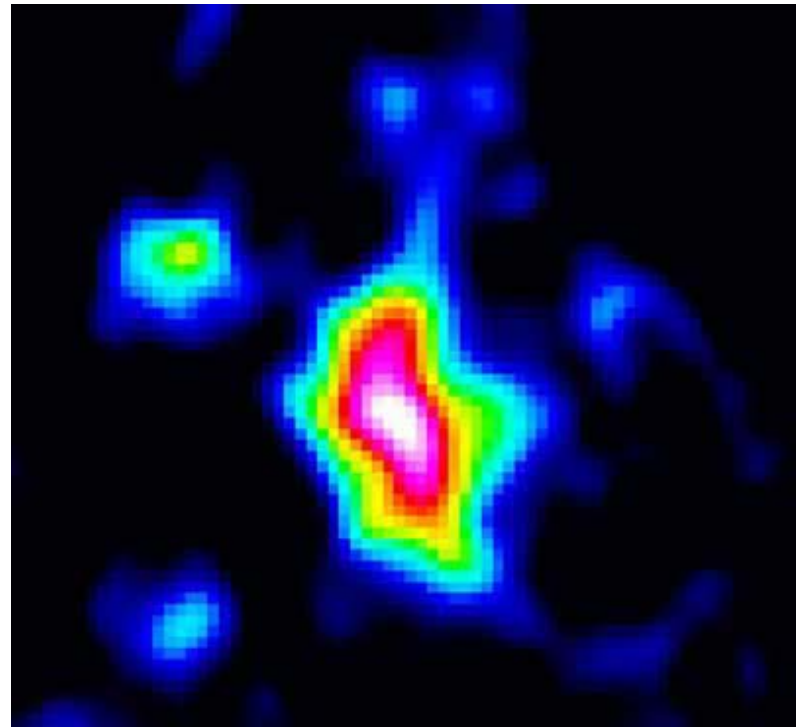
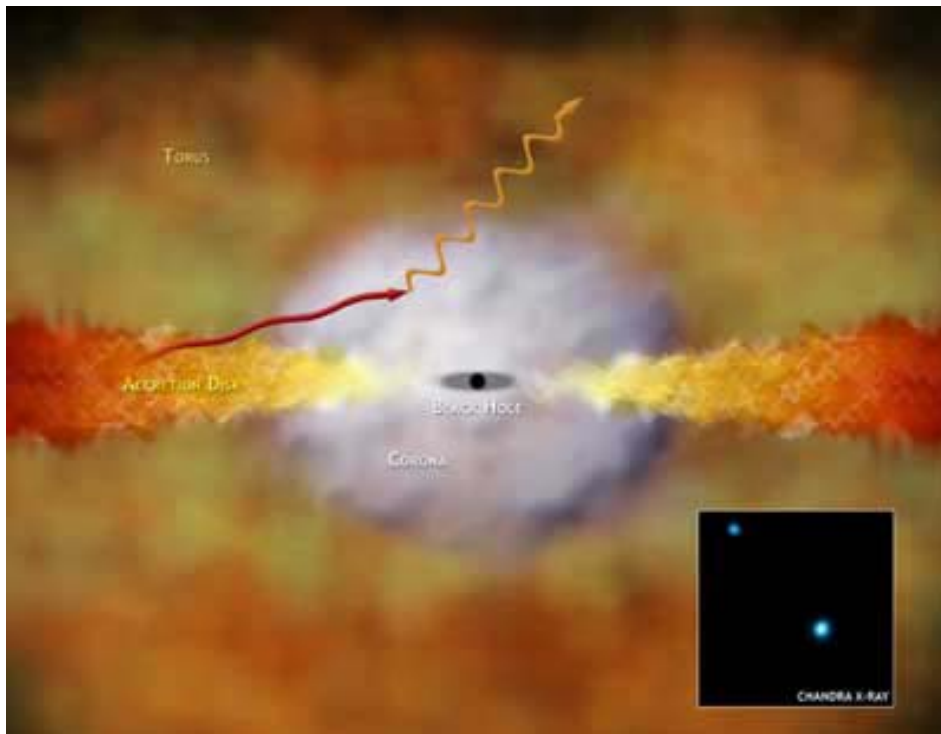
The First Starlight



A blow-up of the boxed area in the Hubble image of the cluster of galaxies, named Abell 2218. Circled are the faint, twin images of the star cloud.



Supermassive Black Holes Early On



●物质相

$$t \sim 10^9 - > 10^{10} \text{ yr}$$

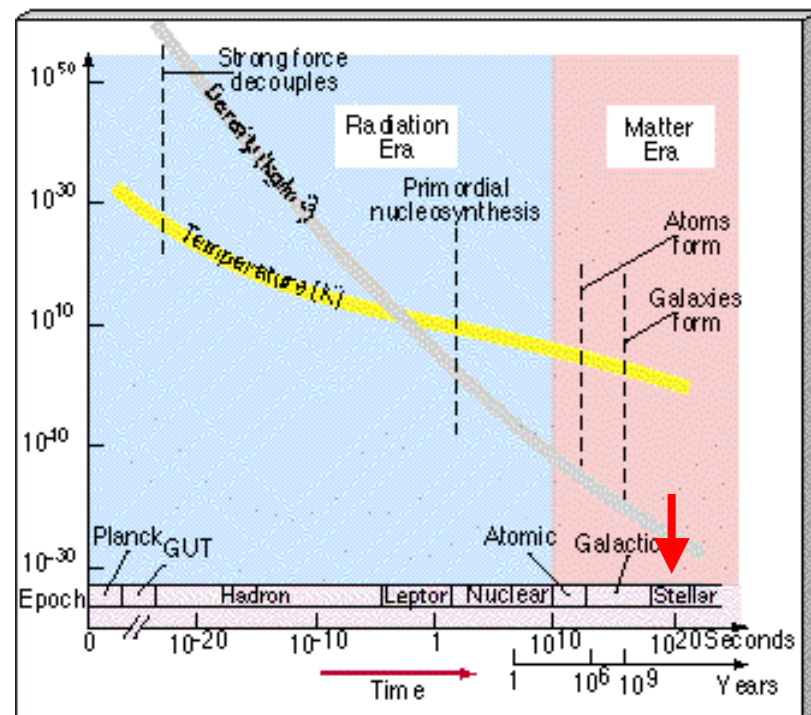
$$\rho \sim 3 \times 10^{-28} - 10^{-29} \text{ gcm}^{-3}$$

$$T \sim 10 - 3 \text{ K}$$

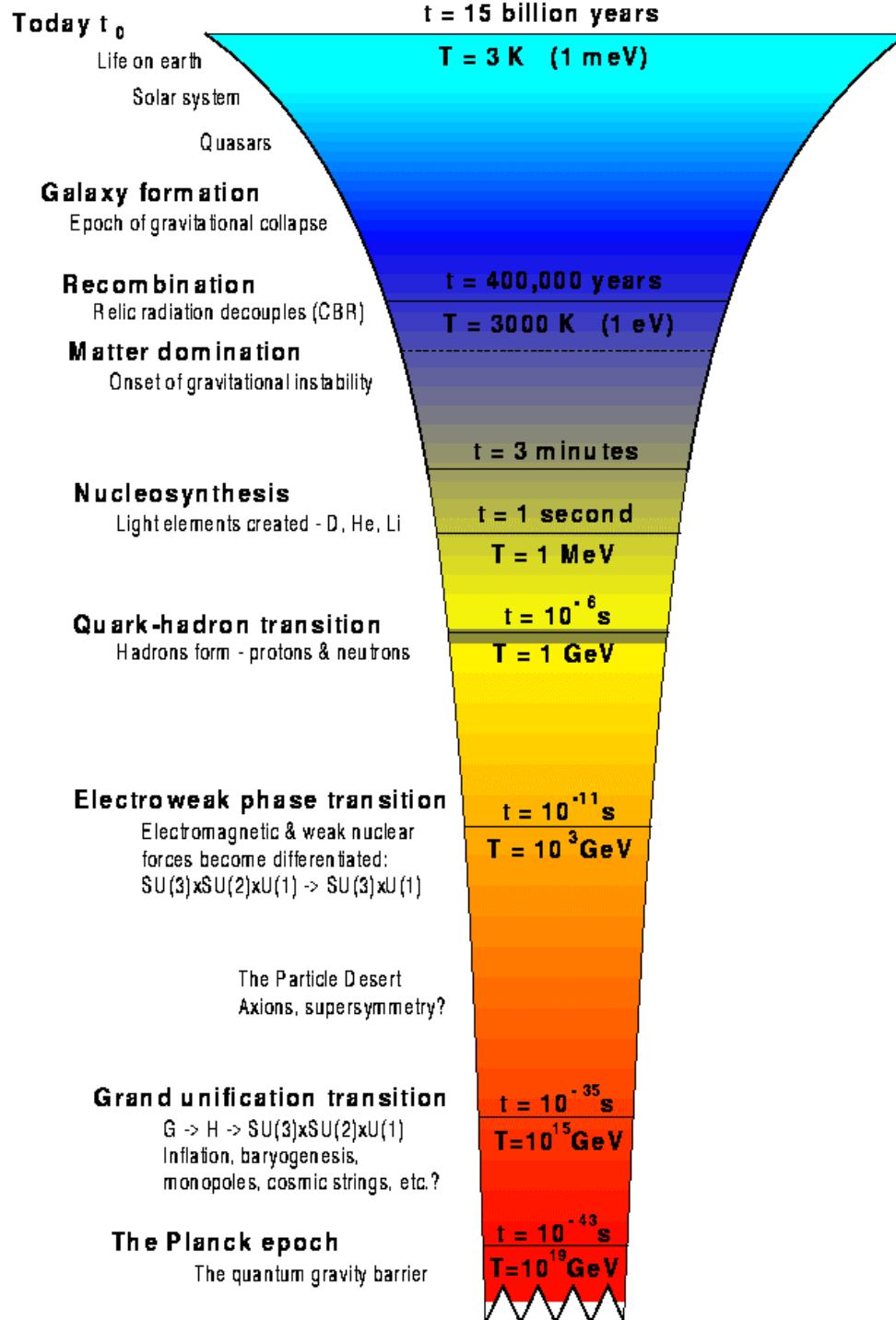
(8) 恒星时代

恒星持续形成。

行星和生命开始出现。



宇宙演化史



§ 9.4 暴胀宇宙

1. 视界与平直问题

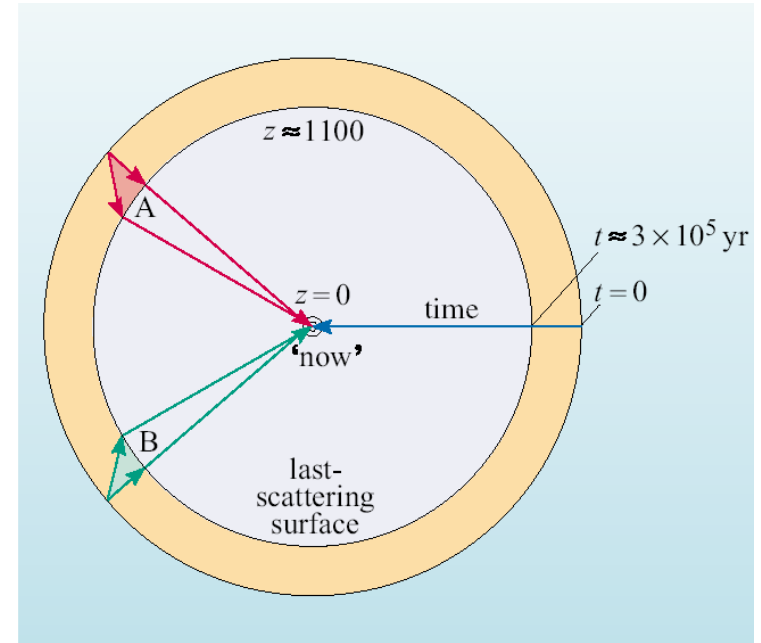
● 视界问题

微波背景辐射是高度各向同性的，

→ 整个宇宙应该具有相同的温度。

但宇宙的不同区域处于各自的视界之外，如何进行信息交换？

如大统一时代的视界为 3×10^{-26} cm，远小于当时的宇宙尺度3 cm。

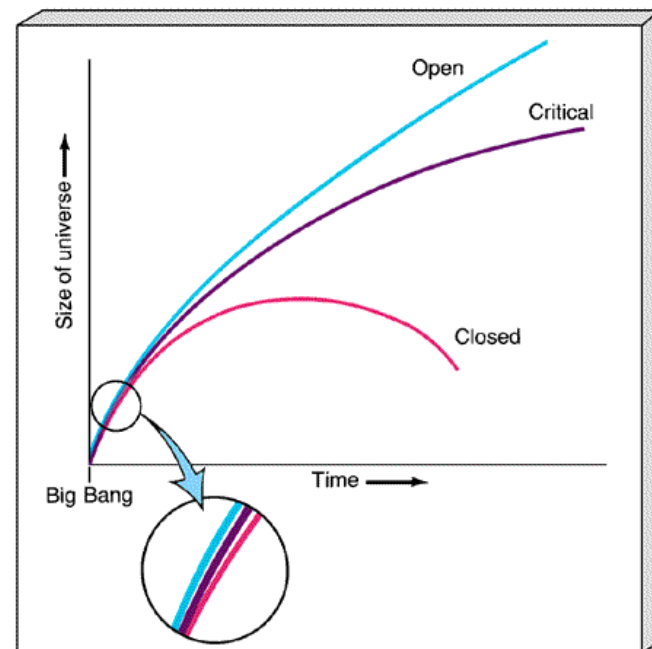


● 平直问题

目前宇宙密度参数 Ω_0 的值接近于1, 说明宇宙是平直的。

→ 在宇宙早期, Ω_0 应该**极其**接近于1.

为什么宇宙是平直的?



由标准宇宙学基本方程

$$k = \dot{R}^2(t)[\Omega(t) - 1] = \dot{R}^2(t_0)[\Omega(t_0) - 1]$$

$$\Omega(t) \sim 1 + 4 \times 10^{-15} \left(\frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^{-2} (\Omega_0 - 1)$$

在Planck时代, $T \sim 10^{19} \text{ GeV}$, $\Omega \sim 1 \pm O(10^{-58})$

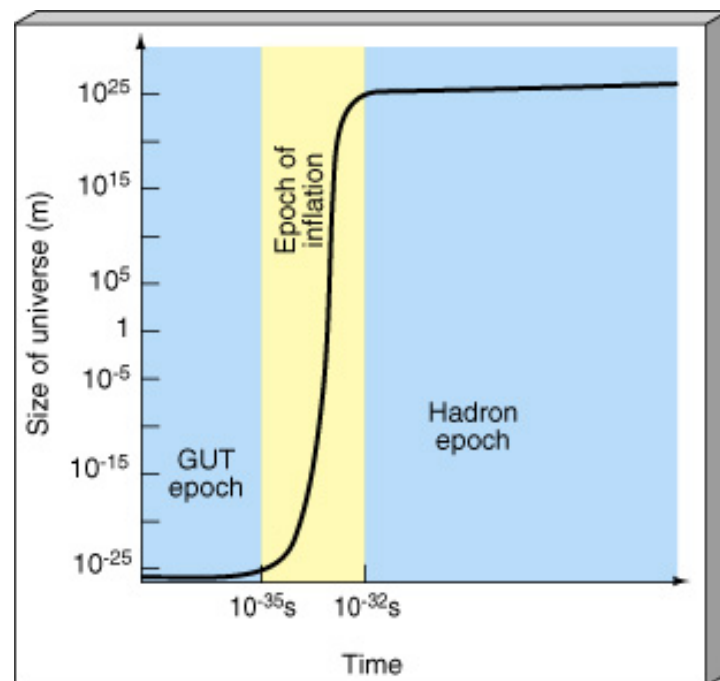
2. 暴胀宇宙

● 物质相互作用的四种力

	强度	作用	范围(m)
强相互作用力	1	束缚核子	10^{-15}
电磁力	1/137	束缚原子	∞
弱相互作用力	10^{-5}	引起放射性	10^{-17}
重力	6×10^{-39}	束缚宏观物体	∞

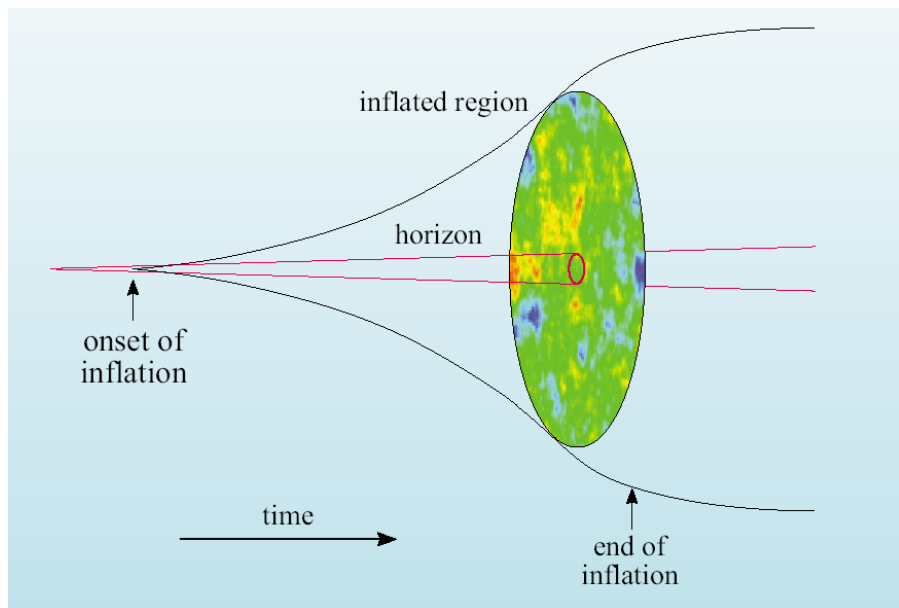
暴胀宇宙理论

- Guth和Linde在20世纪80年代初相继提出了宇宙暴胀 (inflation) 的观念。
- 宇宙极早期 $t \approx 10^{-36}$ s 时, 相互作用是统一的, 存在高度对称。
- 当 $t = 10^{-35}$ s, T 降至 10^{28} K以下, 强相互作用力与其他力分离。出现相变和对称性破缺。这时, 宇宙真空具有很高能量 (伪真空)。
- 真空能量导致宇宙指数膨胀。在 $t = 10^{-35} - 10^{-32}$ s阶段, 宇宙经历暴胀, 尺度增大 $\sim 10^{50}$ 倍。

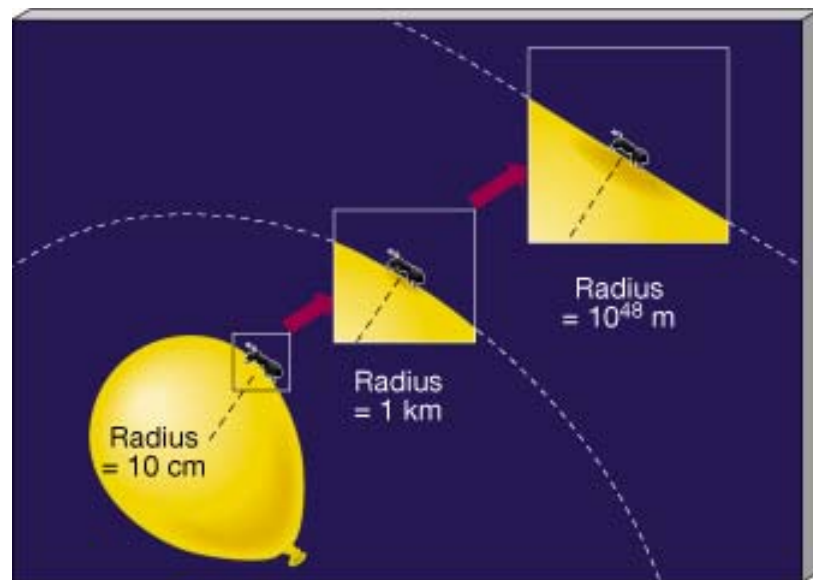


● 对视界和平直问题的解释

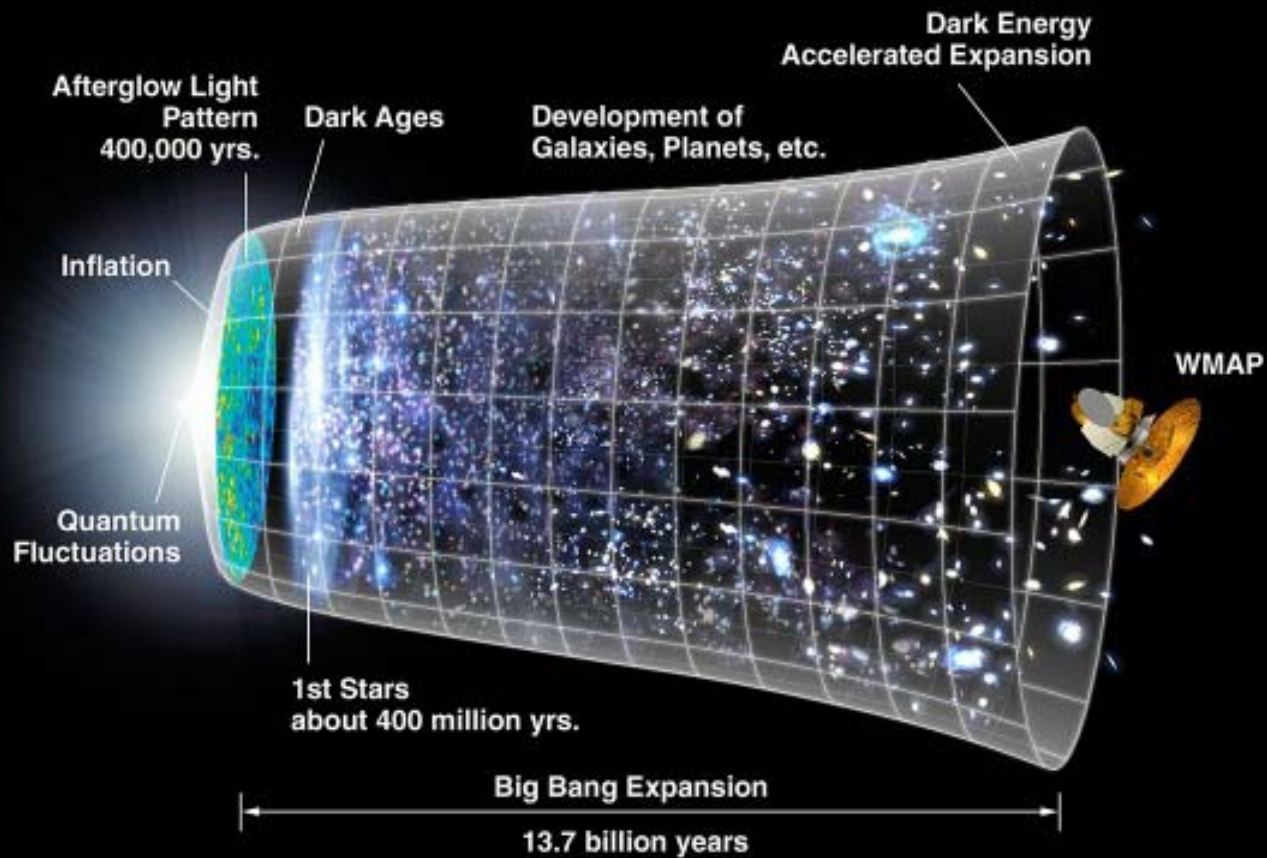
在暴胀前宇宙的大小远小于视界大小，因而具有相同的温度，导致暴胀后的宇宙依然具有相同的温度。



© The Open University



即使宇宙早期位形是高度弯曲的，经过暴胀会变为平直。



Multiverse?



§ 9.5 宇宙大尺度结构的形成

1. 物质不均匀性的形成条件

Baryonic matter could not give rise to the structure that we see in the present-day Universe.

- 在脱耦前，辐射和正常（重子）物质是冻结在一起的。
 - (1) 强烈的辐射阻碍物质的引力收缩；
 - (2) 如果星系起源于宇宙早期正常物质的密度涨落，这种涨落也应该造成微波背景辐射的涨落。
- 正常物质的密度扰动必须在复合时代才能开始增长。
- 由微波背景辐射允许的密度不均匀根本不足以在已有的时间内形成星系和星系团。

2. 暗物质

- 暗物质是宇宙中物质的主要成分，暗物质的密度涨落应该在宇宙大尺度结构的形成中其主要作用。
- 暗物质只有弱作用和引力作用。
- 由于暗物质与辐射场之间没有耦合，因此暗物质的凝聚可以在辐射与正常物质脱耦前发生，暗物质的密度涨落也不会影响微波背景辐射的各向同性。

● 暗物质的成分

热暗物质 (HDM): 粒子质量很小, 速度接近光速 (如中微子)

→ 宇宙大尺度结构 (自上而下)

冷暗物质 (CDM): 粒子质量较大、速度较慢

→ 宇宙小尺度结构 (自下而上)

暗物质很可能同时包括热暗物质和冷暗物质

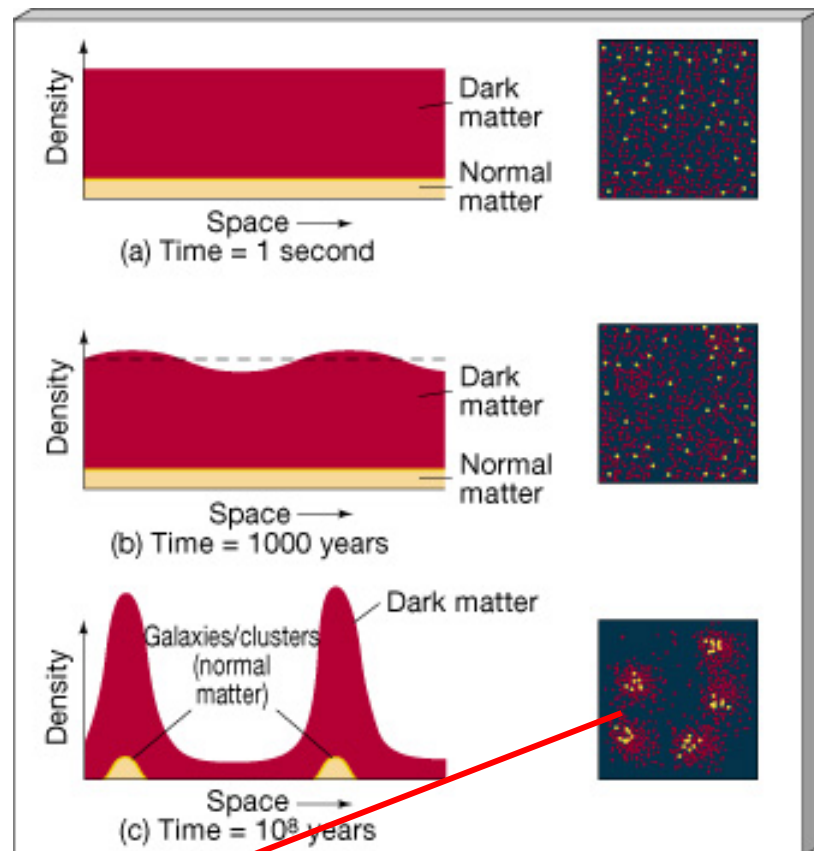
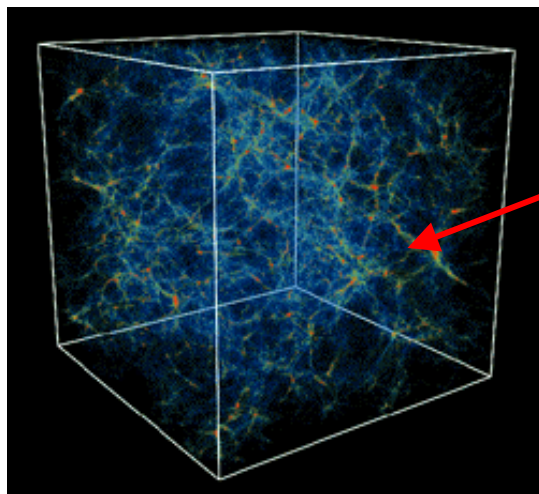
● 暗物质与星系形成

宇宙开始包含均匀分布的暗物质和正常物质。

大爆炸后数千年暗物质开始成团。

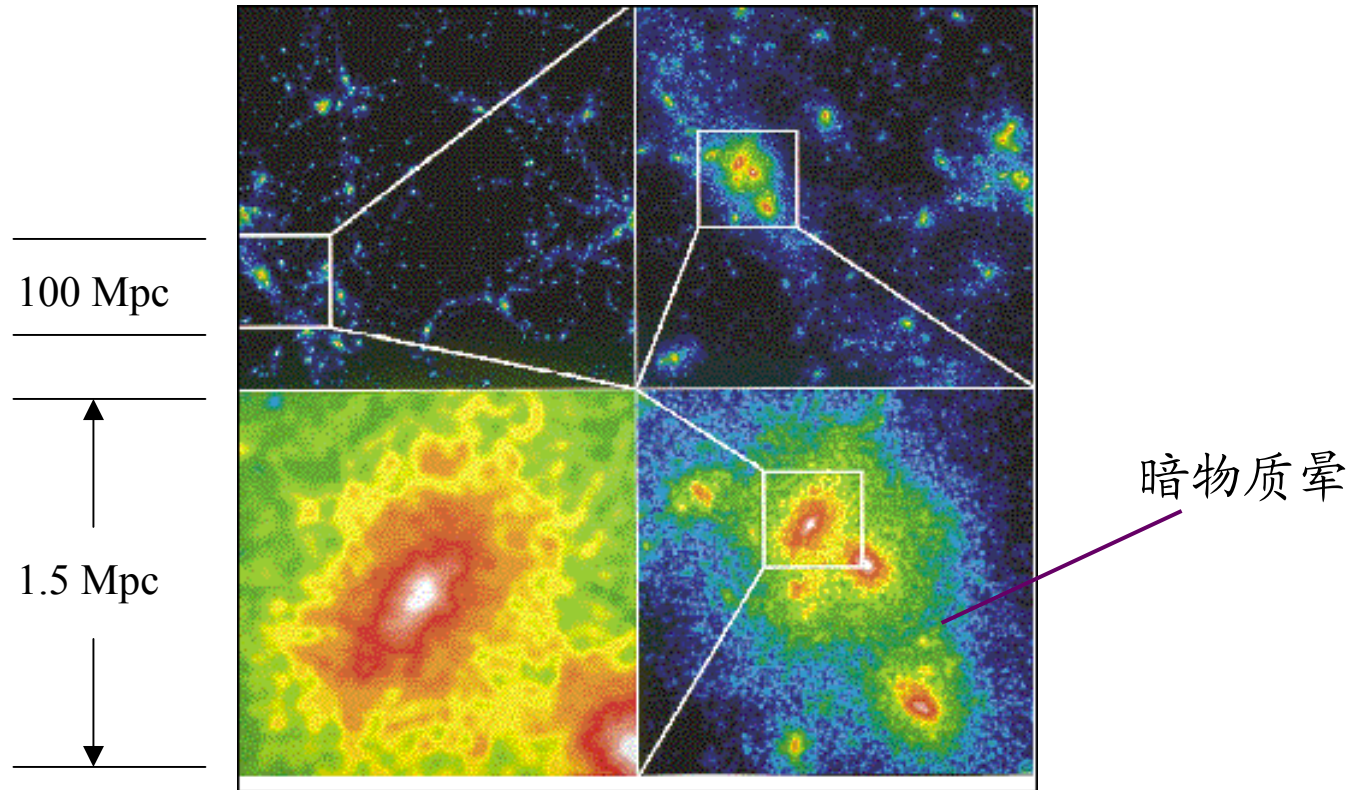
暗物质确定宇宙中物质的总体分布和大尺度结构。

正常物质在引力作用下向高密度区域聚集，形成星系和星系团。



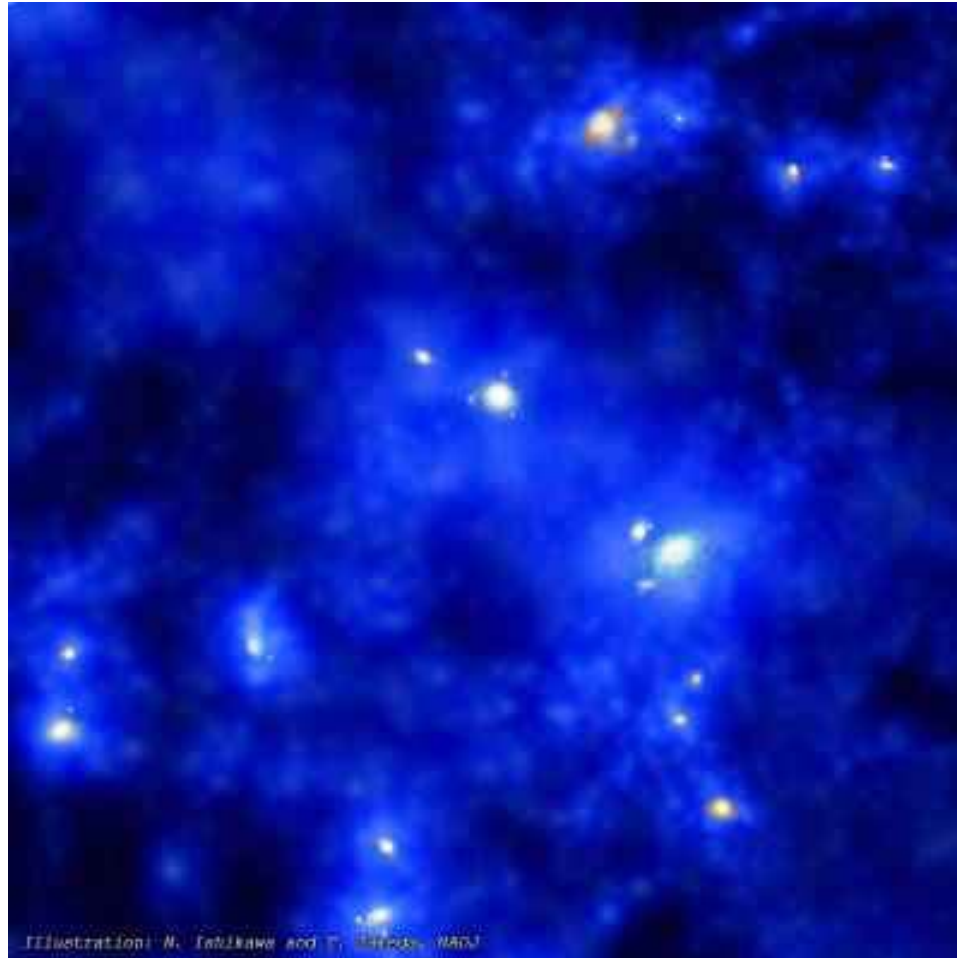
宇宙结构的形成的数值模拟

(20%HDM, 80%CDM, $\Omega_0 = 1$)



暗蓝（平均密度）→ 绿 → 黄 → 红 → 白（100平均密度）

Galaxies Grow Up in Dark Matter Nurseries



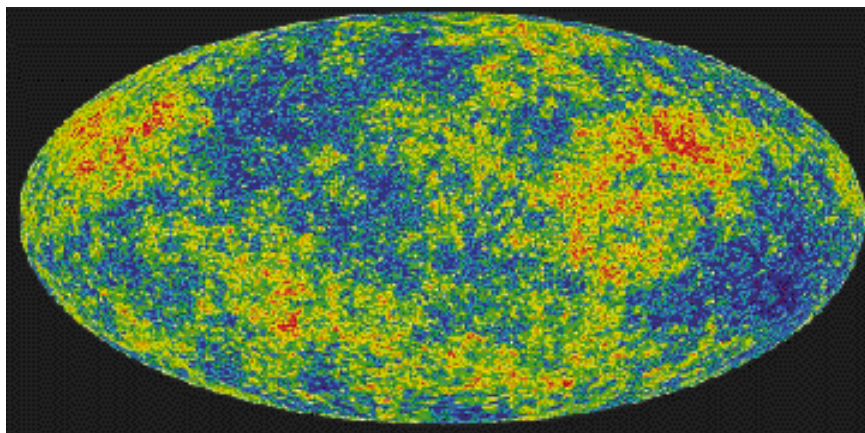
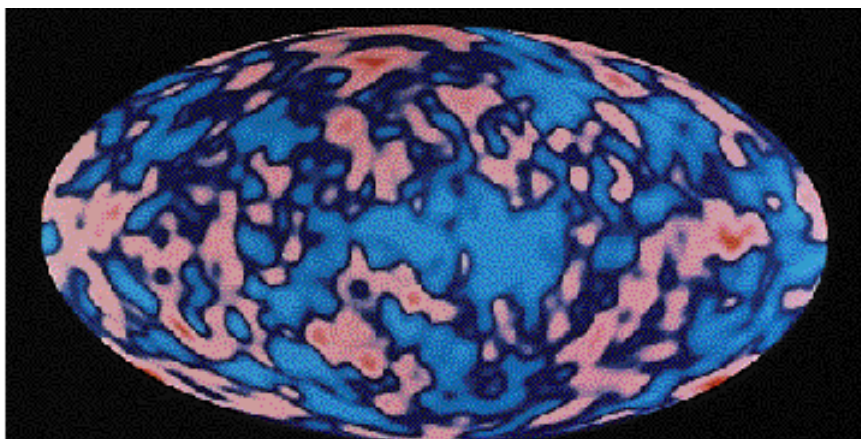
- 暗物质的不均匀分布产生的引力变化导致微波背景辐射微小起伏。

COBE观测结果

红色：高温

蓝色：低温

温度差别为 10^{-4} K



计算机模拟结果

宇宙学研究中的重大问题

- 暗能量的本质
 - 物态 $P = w\rho^{\gamma}$, 其中 $w = -2/3 \sim -4/3$, $w = -1$ for cosmological constant
 - 均匀分布
- 暗物质的本质
 - 普遍认为是冷暗物质
 - 困难（小尺度 [几十kpc] 形成的结构太多、预言的子结构比观测的多）
- 原初扰动谱
- 第一代恒星形成
 - WMAP偏振测量 $Z \sim 15-20$
- 星系形成中的物理过程