



# 测试系统的特性分析

## General Characteristics of Measurement Systems





# 动态测量的特殊问题

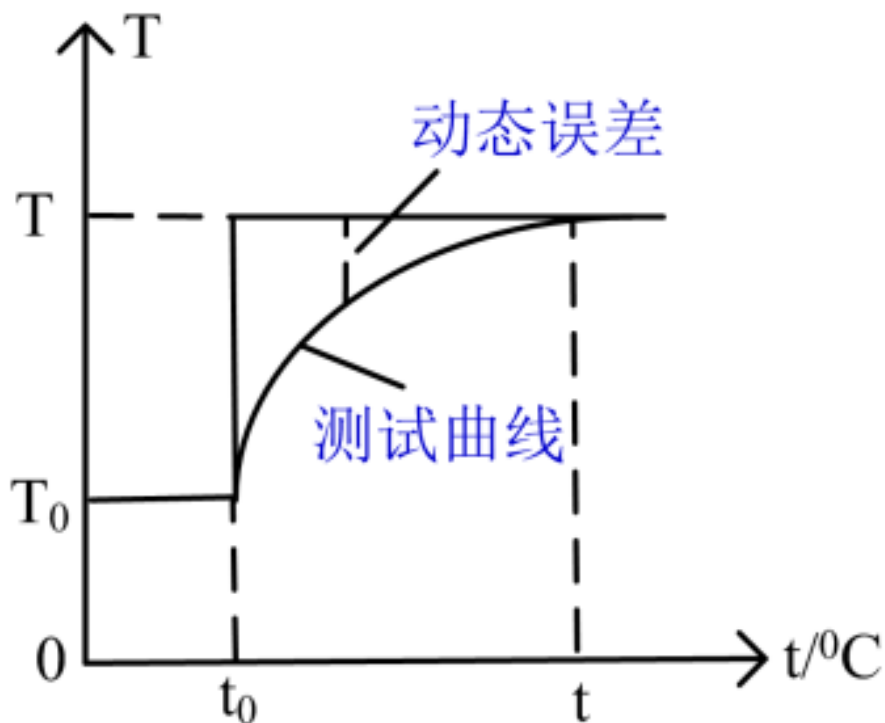
## 什么是测试系统的动态特性？

测试系统的动态特性是指测试系统对随时间变化的输入量的响应特性。



# 测试系统光的动态特性

看个例子：



热电偶测量温度过程曲线





# 测试系统的动态特性

## 动态响应与静态响应特性有区别

### □ 系统中存在储能元件

惯性元件（质量、电感）

容性元件（电容、热容，etc）

## 动态响应特性参数

### □ 动态误差

### □ 响应速度（响应时间，时间常数， 延迟时间，etc）

### □ 响应带宽



## 2.2 测试系统的动态数学模型

### 2.2.1 微分方程

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ &= b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned}$$

- $y$ : 输出量;  $x$ : 输入量;  $t$ : 时间;
- 系统的阶次由输出量最高微分阶次 $n$ 决定;
- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ 和 $b_m, b_{m-1}, \dots, b_0$ 均为与系统结构有关的常数。

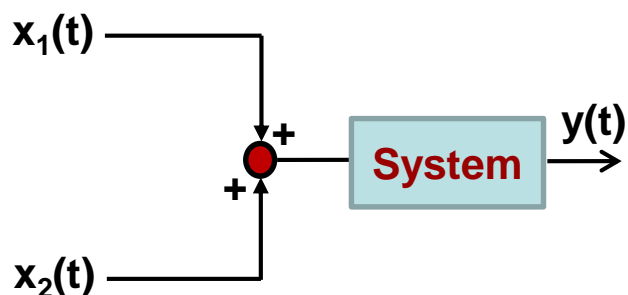
线性时不变系统



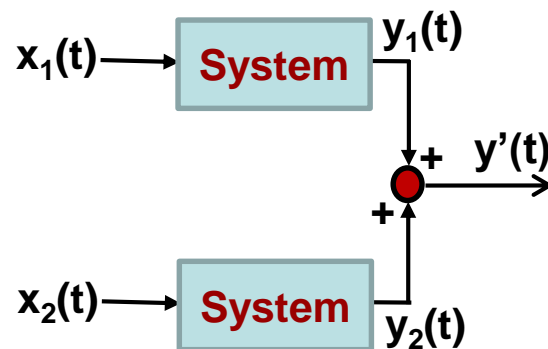
# 线性时不变系统的重要性质

在工程上通常采用线性时不变系统的理论来描述和分析系统的性能。

□ 重要性质：叠加性、频率保持性



$$y(t) = y'(t)$$





# 线性时不变系统的重要性质

频率保持性

$$X(t) \rightarrow y(t)$$

$$x(t) = x_0 e^{j\omega t}$$

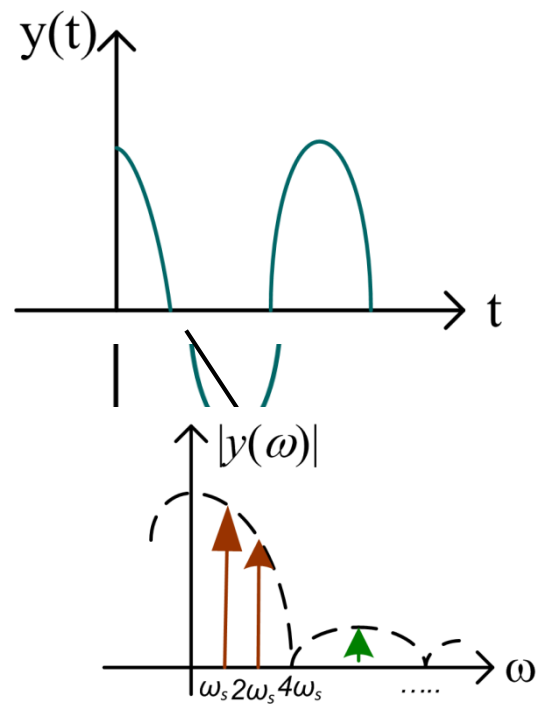
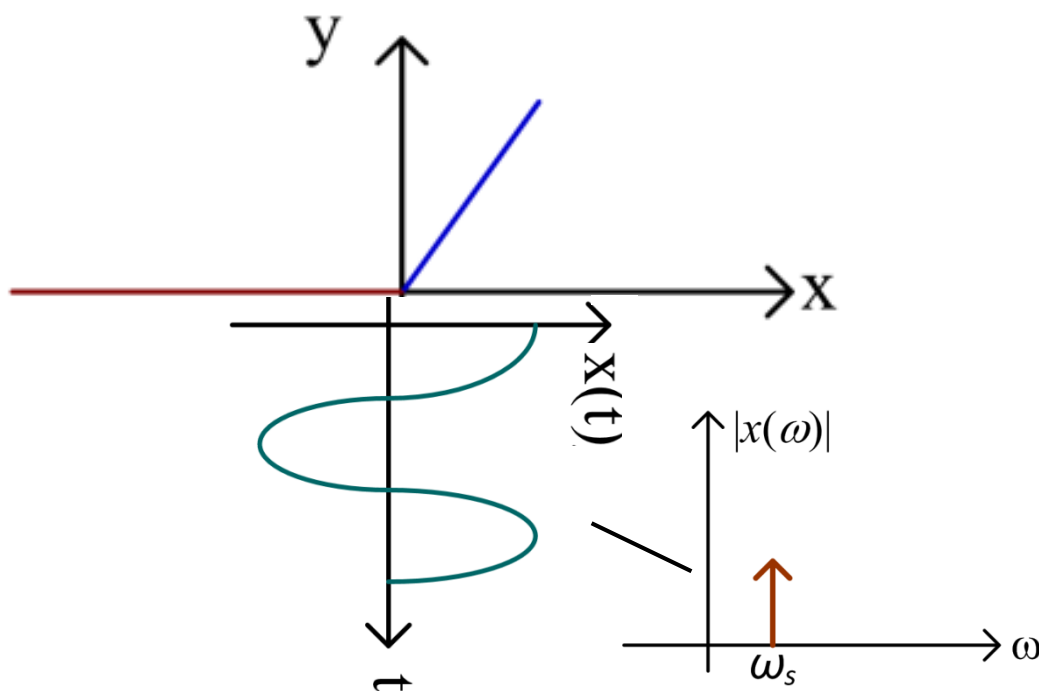
$$y(t) = y_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

- 线性时不变系统具有频率保持特性的含义是输入信号的频率成分通过线性系统后仍保持原有的频率成分。
- 如果输入是单一的正弦函数，输出却包含其他频率成分，就可以断定其他频率成分绝不是输入引起的，它们或由外界干扰引起，或由装置内部噪声引起，或输入太大使装置进入非线性区，或该装置中有明显的非线性环节。



# 线性时不变系统的重要性质

- 如余弦信号通过非线性系统（二极管），则输出被整流，其频率成分被改变。







## 2.2.2 传递函数

$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$  称 $H(s)$ 为系统函数，或者传递函数。

初始状态为零时，

$$\begin{aligned} & [a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0] Y(s) \\ & = [b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0] X(s) \end{aligned}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} = H(s)$$

零初始条件！！



## 2.2.3 频率响应函数

□ 已知传递函数  $H(s)$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

令  $s=j\omega$ ，可得：

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \cdots + b_1 (j\omega) + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1 (j\omega) + a_0}$$



## 2.2.3 频率响应函数

□  $H(j\omega)$ 一般为复数，写成实部和虚部的形式：

$$H(j\omega) = R_e(\omega) + jI_m(\omega)$$

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

**幅频特性：**输出与输入幅值比与频率的对应关系

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \sqrt{R_e(\omega)^2 + I_m(\omega)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \angle H(j\omega) = \arctan \frac{I_m(\omega)}{R_e(\omega)}$$

**相频特性：**输出与输入的相位差与频率的对应关系



## 2.2.3 频率响应函数

- $A(\omega)$ - $\omega$ 幅频特性曲线;  
 $\varphi(\omega)$ - $\omega$ 相频特性曲线。
- $20\lg A(\omega)$ - $\lg \omega$ 对数幅频特性曲线;  
 $\varphi(\omega)$ - $\lg \omega$ 对数相频特性曲线。  
总称为**伯德图 (Bode图)**。
- $I_m(\omega) - R_e(\omega)$ 曲线 (在复平面上) 并  
注出相应频率 $\omega$ , 称为频率特性的极坐标  
图或**乃奎斯特图 (Nyquist图)**。



## 2.2.3 频率响应函数

□ 如何通过实验获得系统的频率响应函数





## 2.3.3 频率响应函数

$$H(j\omega) = \frac{y_0 e^{j(\omega t + \varphi)}}{x_0 e^{j\omega t}} = A_0 e^{j\varphi}$$

$$H(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

$$x(t) = x_0 e^{j\omega t}$$



测试  
系统



$$y(t) = y_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

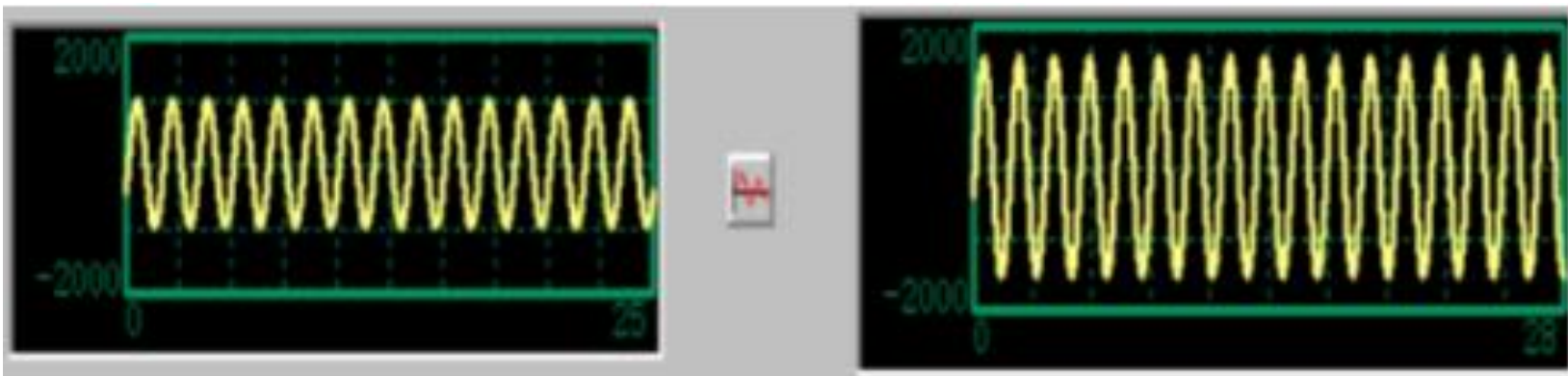
用不同频率 $\omega_i$ 的简  
谐信号作为传感器的  
输入

测出对应的稳态输出  
幅值 $y_{oi}$ 和相位差 $\varphi_i$ ,  
就得到了 $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$



## 2.2.3 频率响应函数

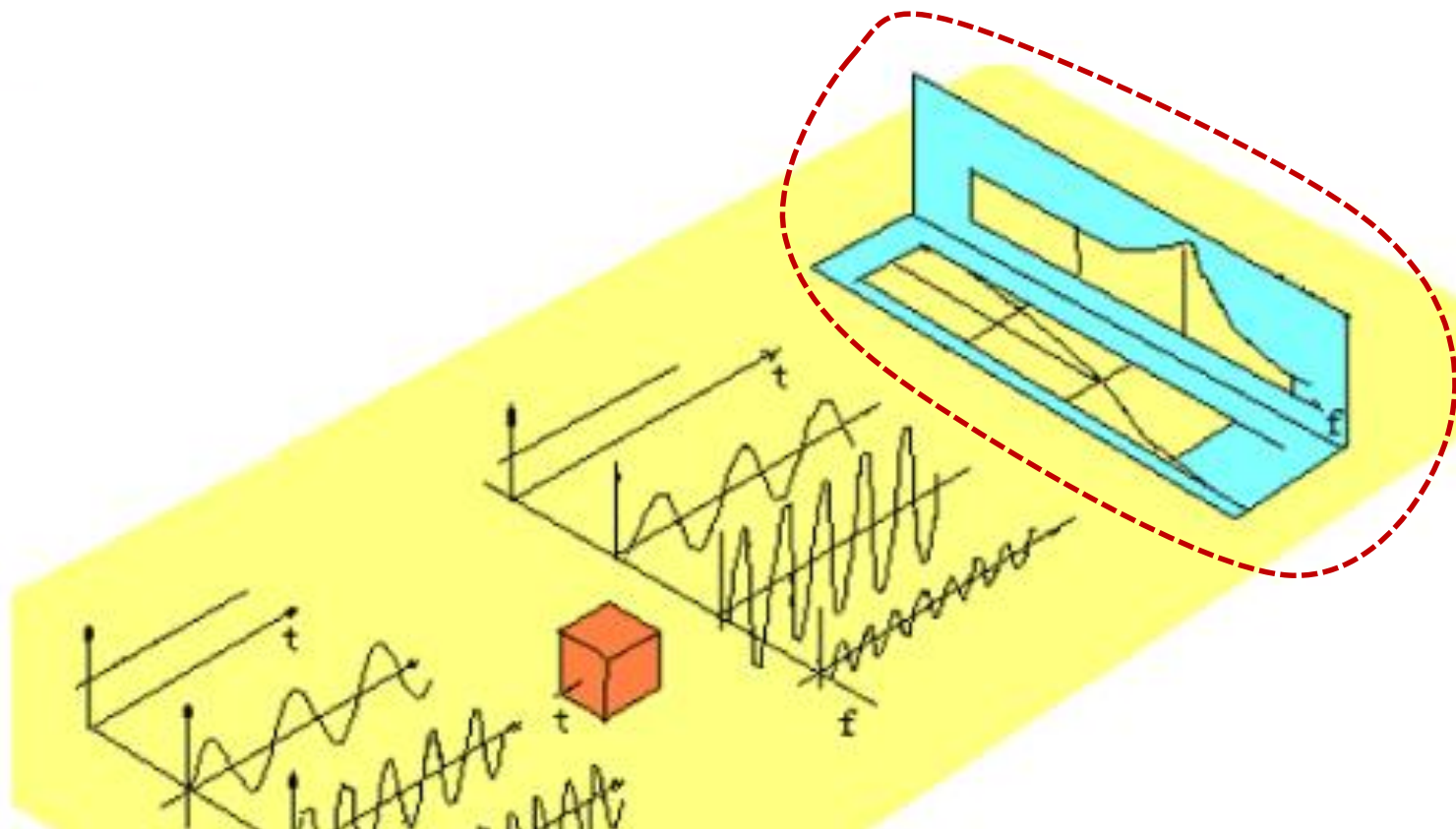
依次用**不同频率 $f_i$** 的简谐信号去激励被测系统，同时测出激励和系统的稳态输出的幅值、相位，得到该频率下**幅值比 $A_i$** 、**相位差 $\varphi_i$** 。



频率响应函数是描述系统的**简谐输入**和其**稳态输出**的关系，在求解系统频率响应函数时，必须在系统响应达到稳态阶段时才测量。



## 2.2.3 频率响应函数



从系统最低测量频率 $f_{\min}$ 到最高测量频率 $f_{\max}$ ，逐步增加正弦激励信号频率 $f$ ，记录下各频率对应的幅值比和相位差，绘图就得到系统幅频和相频特性。





## 2.2.4 单位脉冲响应函数

令输入  $x(t)=\delta(t)$ ，则有：

$$X(S)=L[\delta(t)]=1$$

$$Y(S)=H(s)\cdot X(S)=H(S)\cdot 1=H(s)$$

进行反拉普拉斯变换，得到：

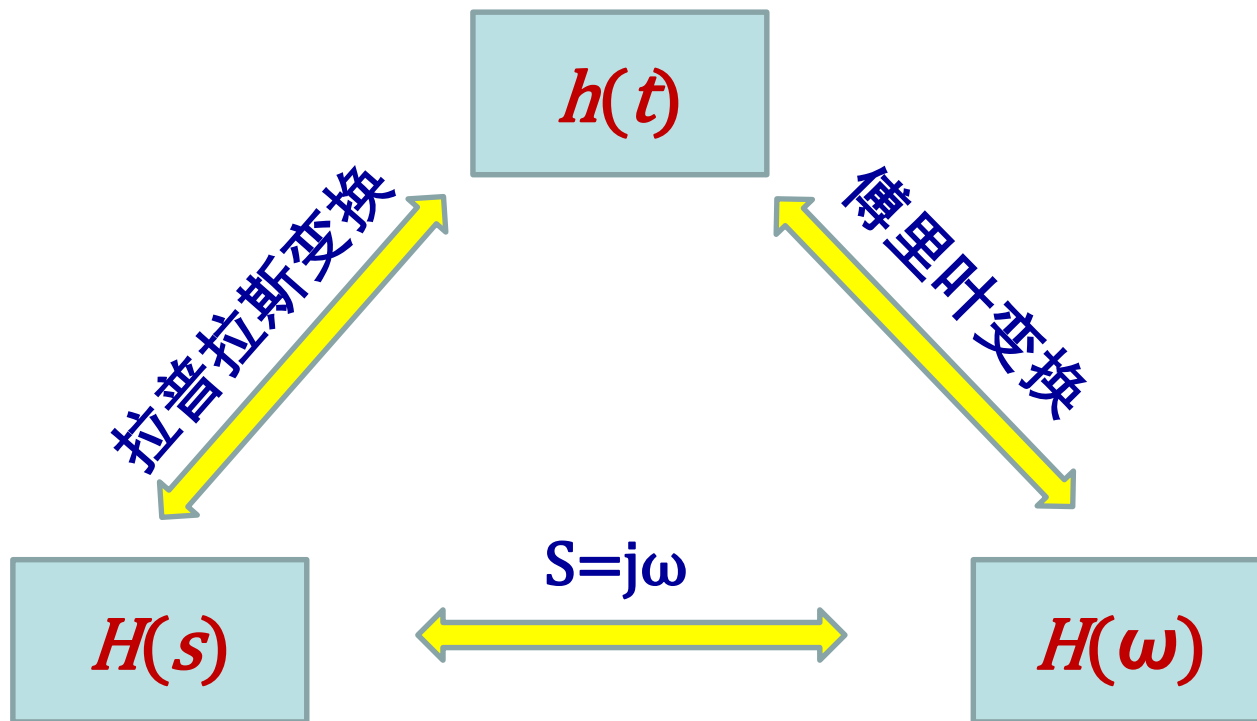
$$y(t)=L^{-1}[H(S)]=h(t)$$

单位脉冲响应  
函数



## 2.2 测试系统的动态数学模型

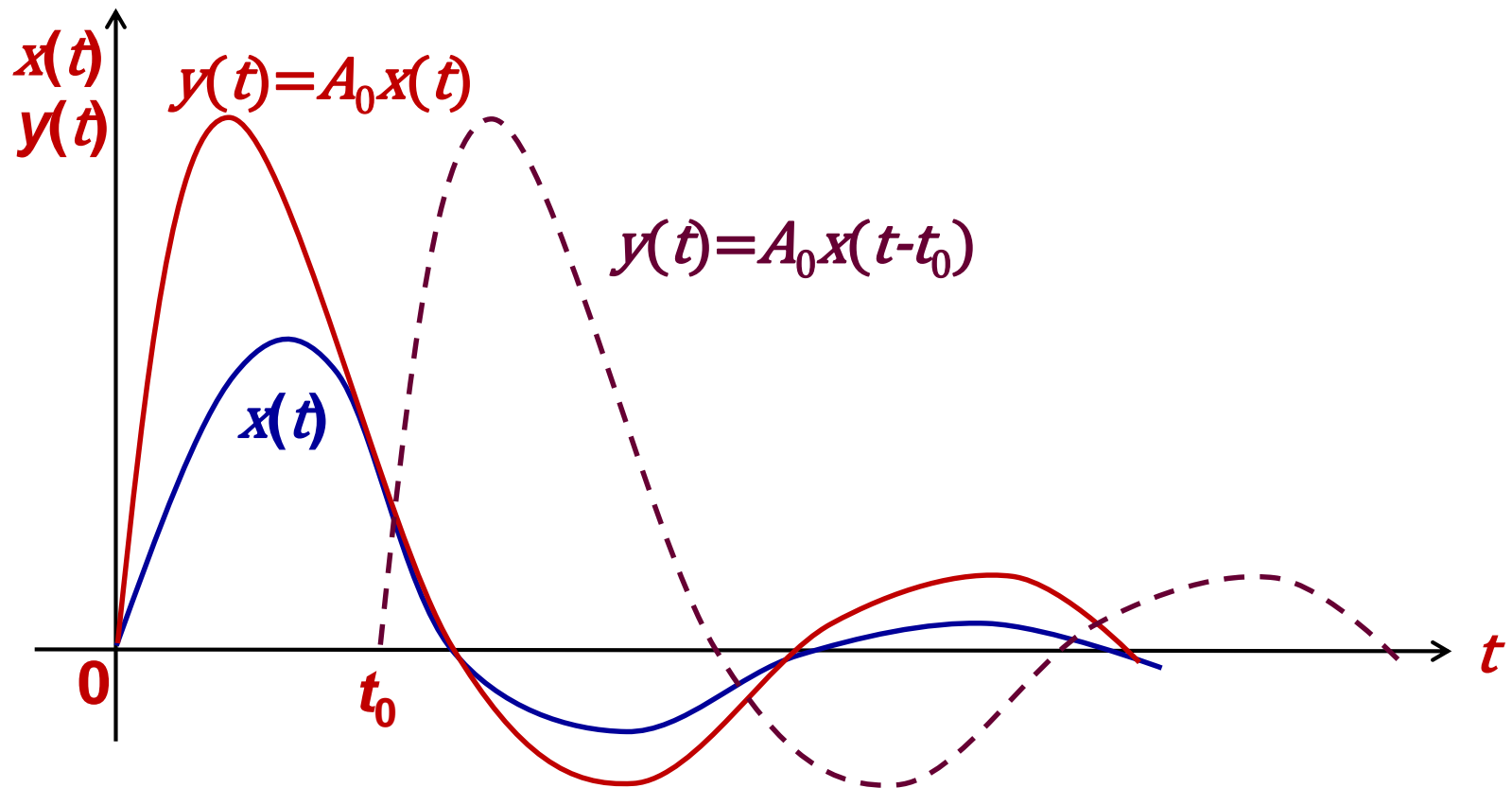
传递函数、频率响应函数、脉冲响应函数的关系：





## 2.3 实现不失真测试的条件

**信号不失真测试**是指系统响应 $y(t)$ 的波形和输入 $x(t)$ 的波形完全相似，从而保留原信号的特征和全部信息。





## 2.3 实现不失真测试的条件

- 幅频特性为一常数（即平行于频率轴的直线）；
- 相频特性与频率成线性关系。



## 2.3 实现不失真测试的条件

**例** 图为某一测试装置的幅频、相频特性，当输入信号为  $x_1(t)=A_1\sin\omega_1 t+A_2\sin\omega_2 t$  时，输出信号不失真；当输入信号为  $x_2(t)=A_1\sin\omega_1 t+A_4\sin\omega_4 t$  时，输出信号失真。上述说法正确吗？

