TRANSFORMÁCIE

doc. Ing. Branislav Sobota, PhD.
Katedra počítačov a informatiky, FEI TU v Košiciach

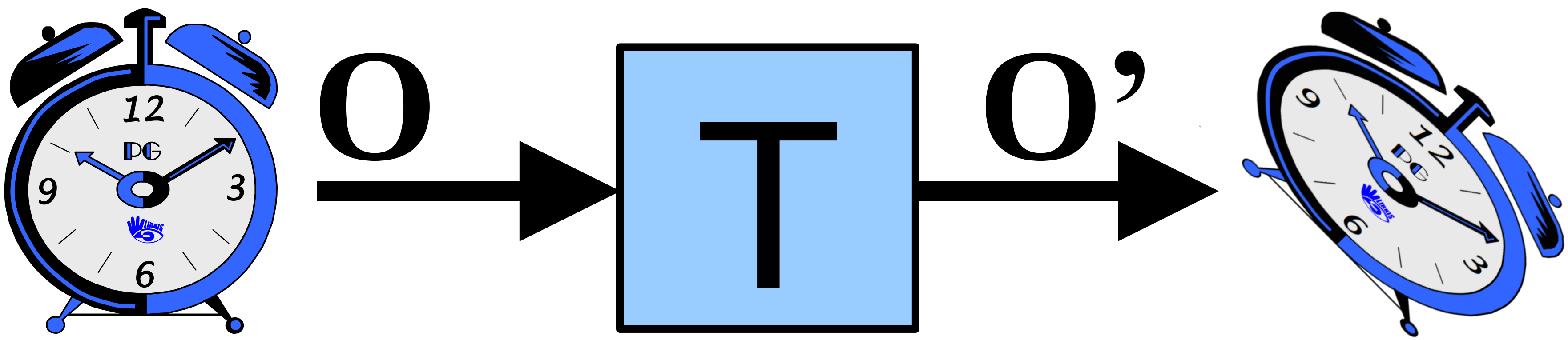
P 04

VRSTVY VIZUALIZAČNÉHO PROCESU

1. Definovanie/spracovanie modelu (reprezentácia, súradnicové systémy)
2. Transformácie nad objektami
3. Riešenie viditeľnosti
4. Tieňovanie
5. Osvetľovanie
6. Realistické zobrazovanie
7. Kompozícia a Vykresľovanie

Transformácie

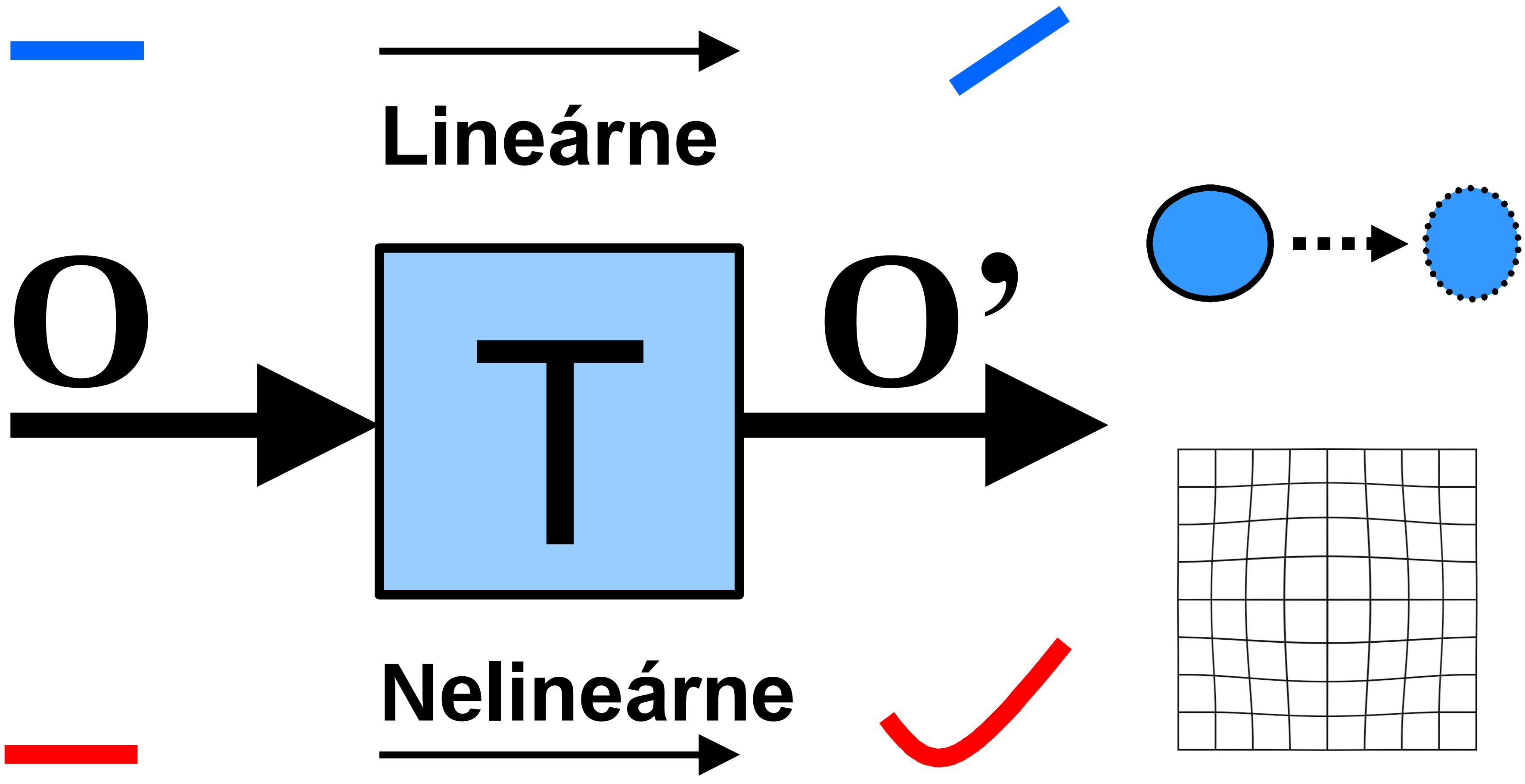
Transformácia je proces, ktorý mení (transformuje) vstupný objekt (jeho parametre) na objekt výstupný.



Transformácie

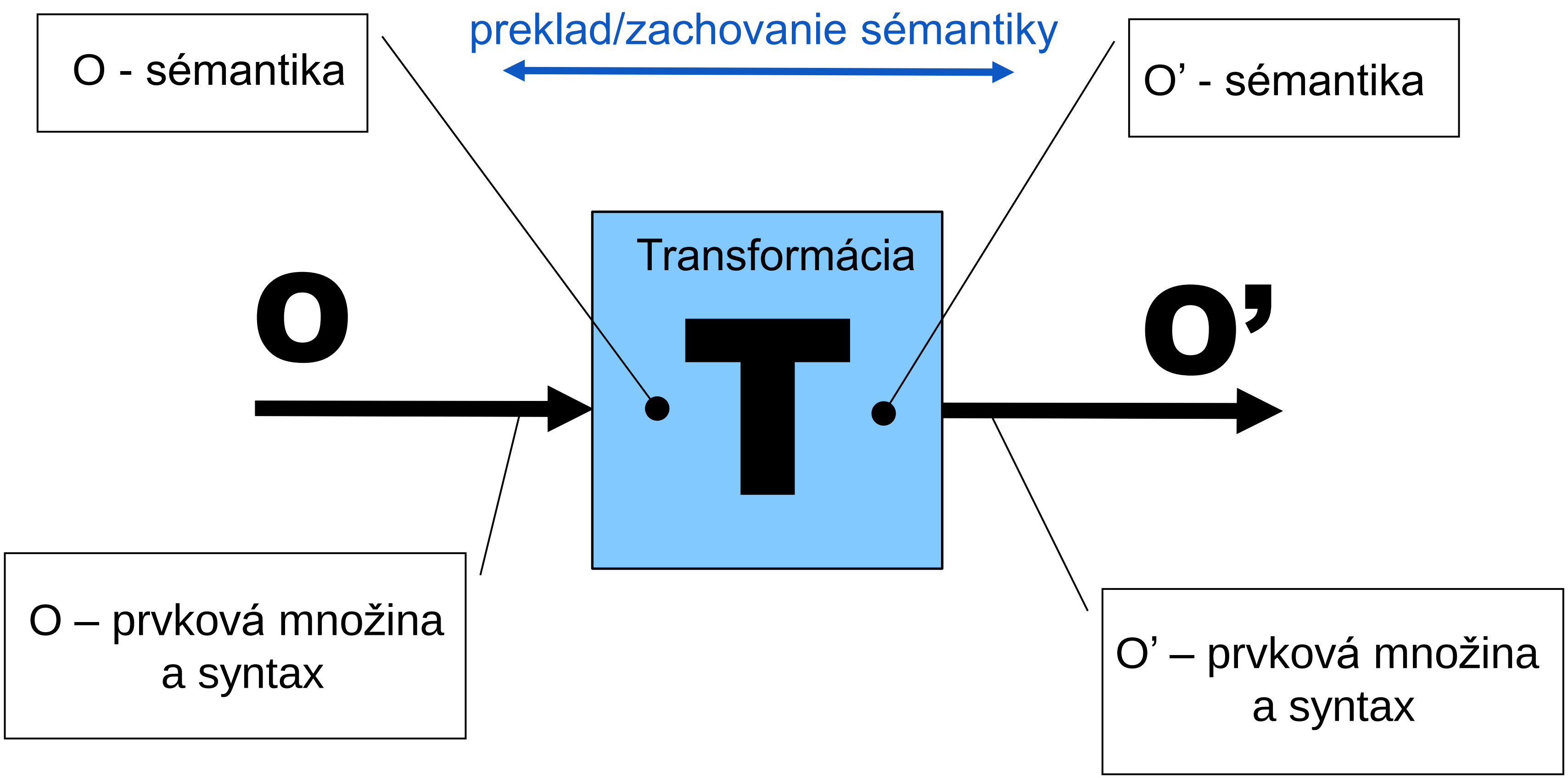
- **Lineárne** – po transformácii sa nemení charakter objektu. Medzi tieto transformácie radíme najmä posunutie (transláciu), otočenie (rotáciu), zmenu mierky (škálovanie), skosenie a zrkadlenie.
- **Nelineárne** – po transformácii sa mení charakter objektu. Medzi tieto transformácie patrí napr. distorzia obrazu, rybie oko, panoráma, zošikmenie, face warp a pod.

TRANSFORMÁCIE



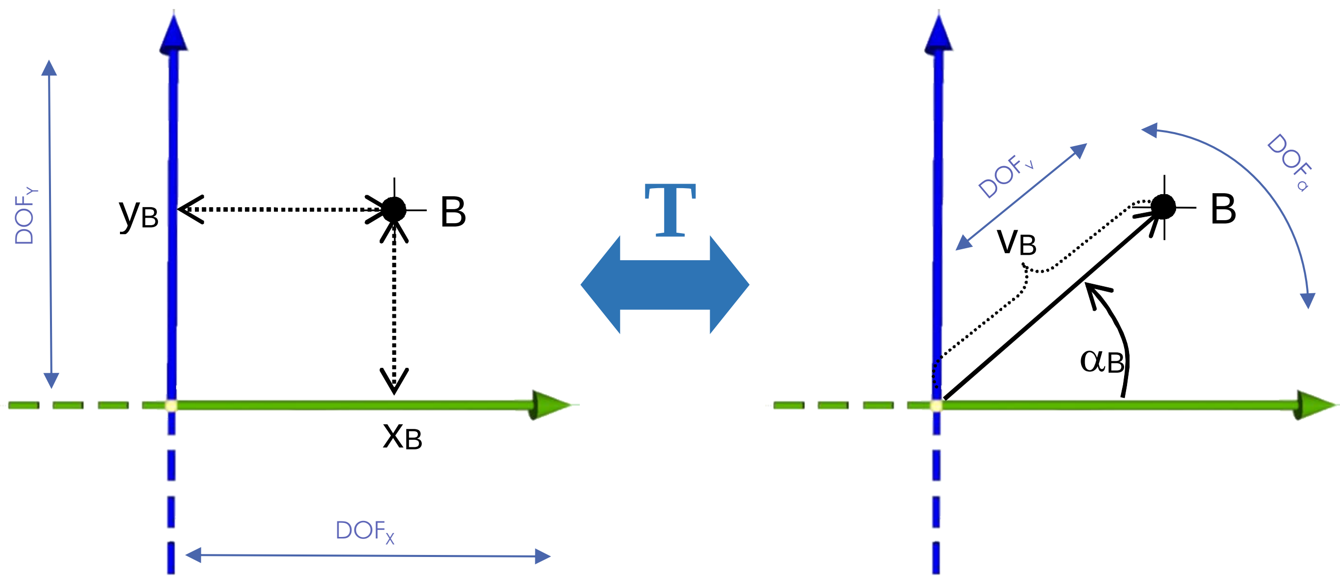
TRANSFORMÁCIE

- so zachovaním sémantiky (spravidla lineárne)
- s prekladom sémantiky (spravidla nelineárne)



VZŤAH PRIESTOROV, ICH SÚRADNICOVÝCH SÚSTAV A TRANSFORMÁCIÍ

- Z hľadiska použitého typu sústavy je možné príslušnú transformáciu z hľadiska jej vonkajšieho prejavu v rôznych sústavách vnímať rozdielne.
- Rôzne manipulácie toho istého objektu je možné jednoduchšie popísať použitím inej sústavy a vyjadrením transformácie medzi týmito sústavami
- Vo virtuálnom grafickom svete DOF (Degree of Freedom – stupeň voľnosti) definuje počet translačných a rotačných (alebo časových) smerov, v ktorých sa môže grafický objekt pohybovať).

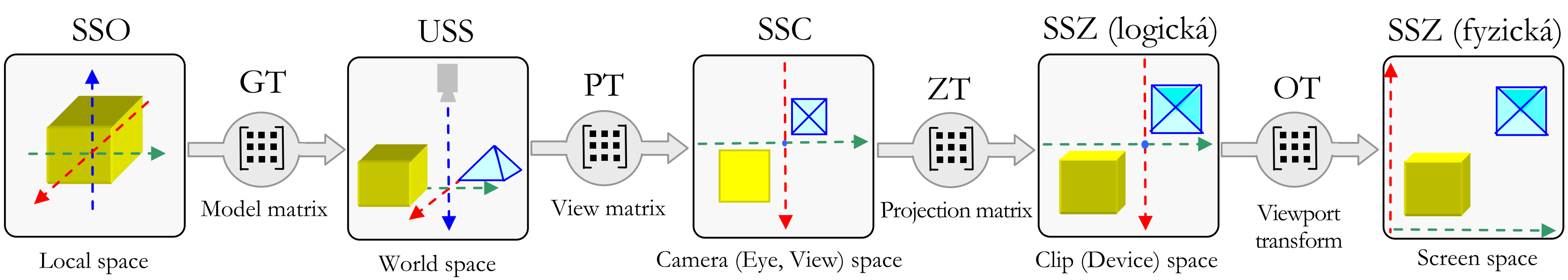


Pravouhlá kartézska súradnicová sústava

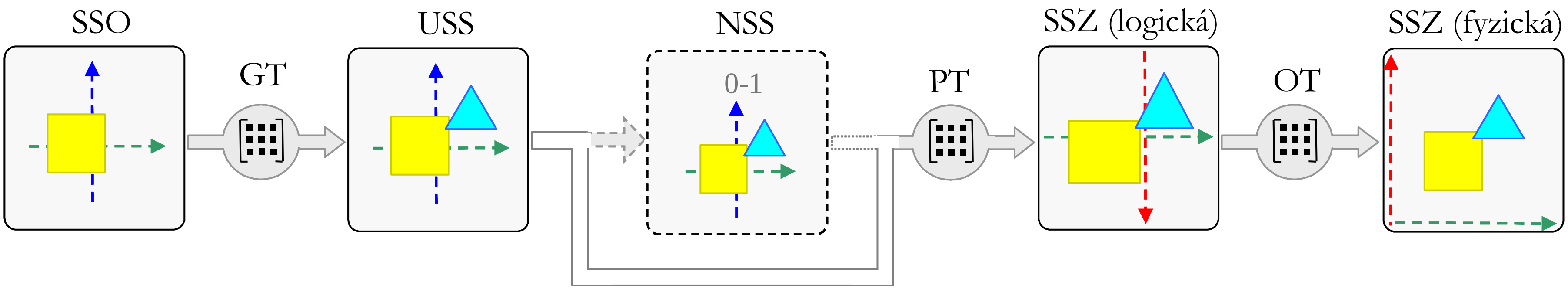
Polárna súradnicová sústava

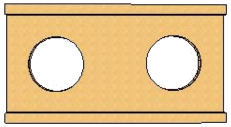
Medzisústavové transformácie

- Globálna (geometrická) transformácia **GT**,
- Pohľadová transformácia **PT**,
- Zobrazovacia (projekčná) transformácia **ZT**,
- Orezávacia transformácia **OT**



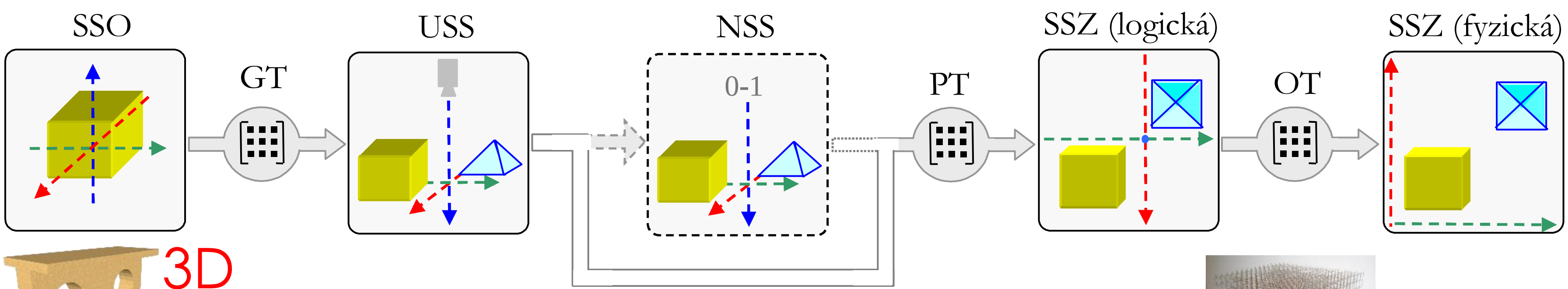
TRANSFORMAČNÉ REŤAZCE nD→nD

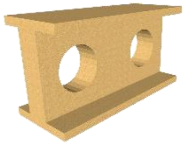




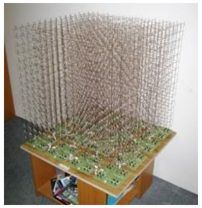
2D

2D



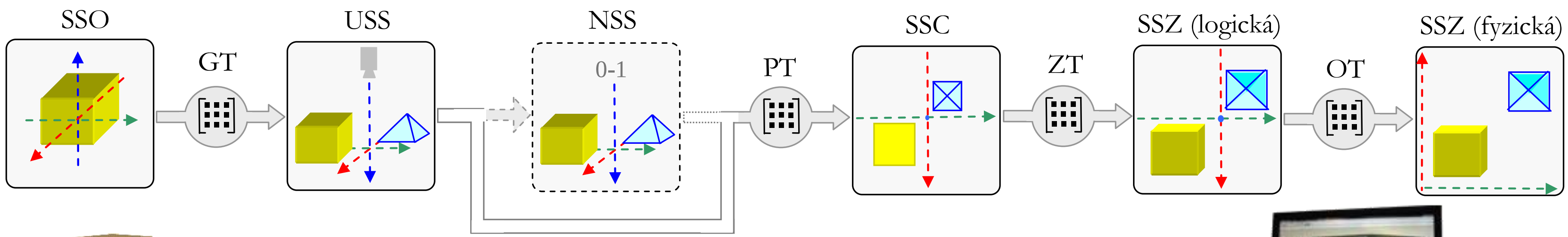


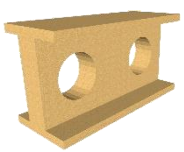
3D



3D

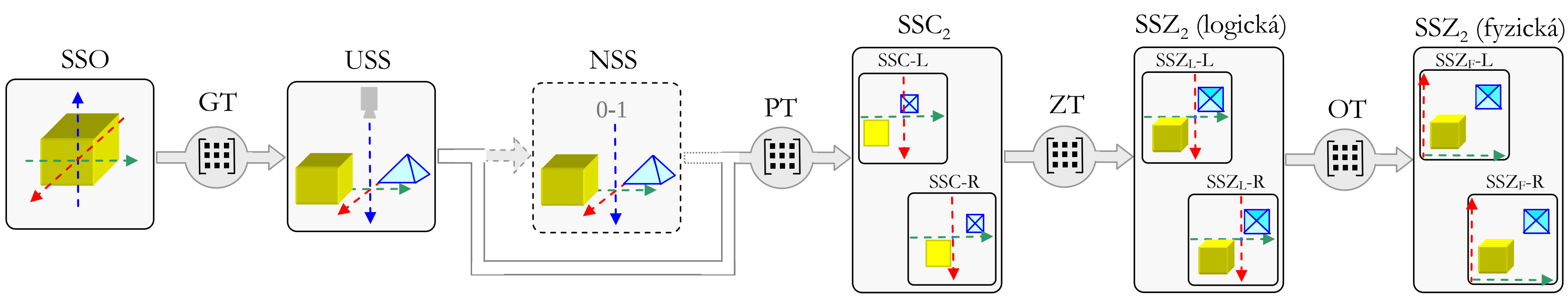
TRANSFORMAČNÉ REŤAZCE nD →(n-1)D

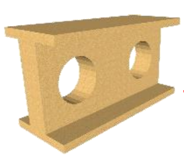




3D

2D



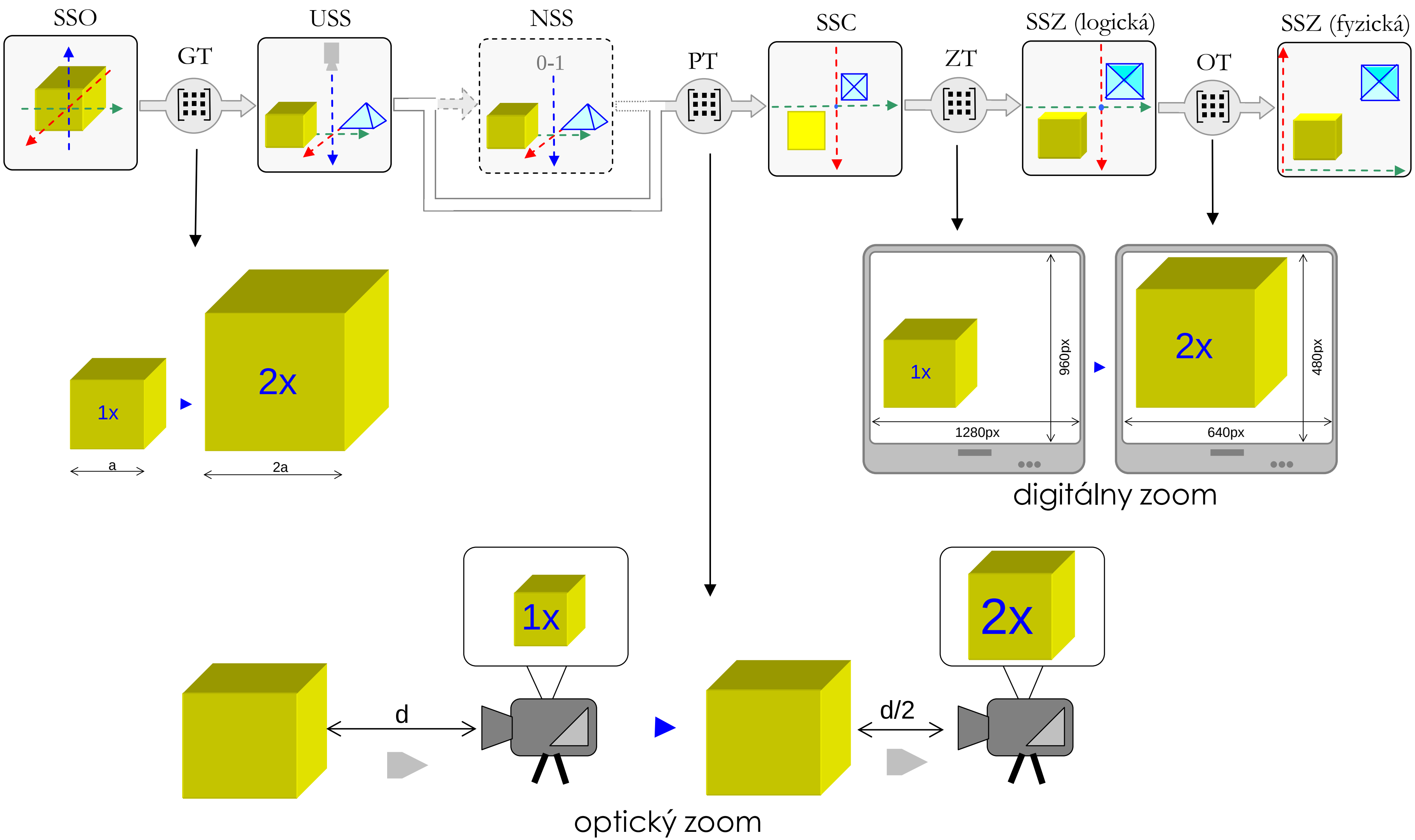


3D

2 x 2D

stereoskopia

APLIKÁCIA TRANSFORMÁCIÍ V ZOBRAZOVACOM REŤAZCI



Implementácia transformácií, Transformačné matice

- Implementácia analytickým spôsobom
- Implementácia pomocou maticového počtu

$$O \times \mathbf{T} = O'$$

Transformačná matica

$$[x, y] * \mathbf{T} = [x', y'] \qquad \text{v 2D}$$

$$[x, y, z] * \mathbf{T} = [x', y', z'] \qquad \text{v 3D}$$

Podstatné obmedzenie matíc 3x3 (3D): nemožnosť použitia pre posunutie
Riešenie: zavedenie homogénnych súradníc

Homogénne súradnice

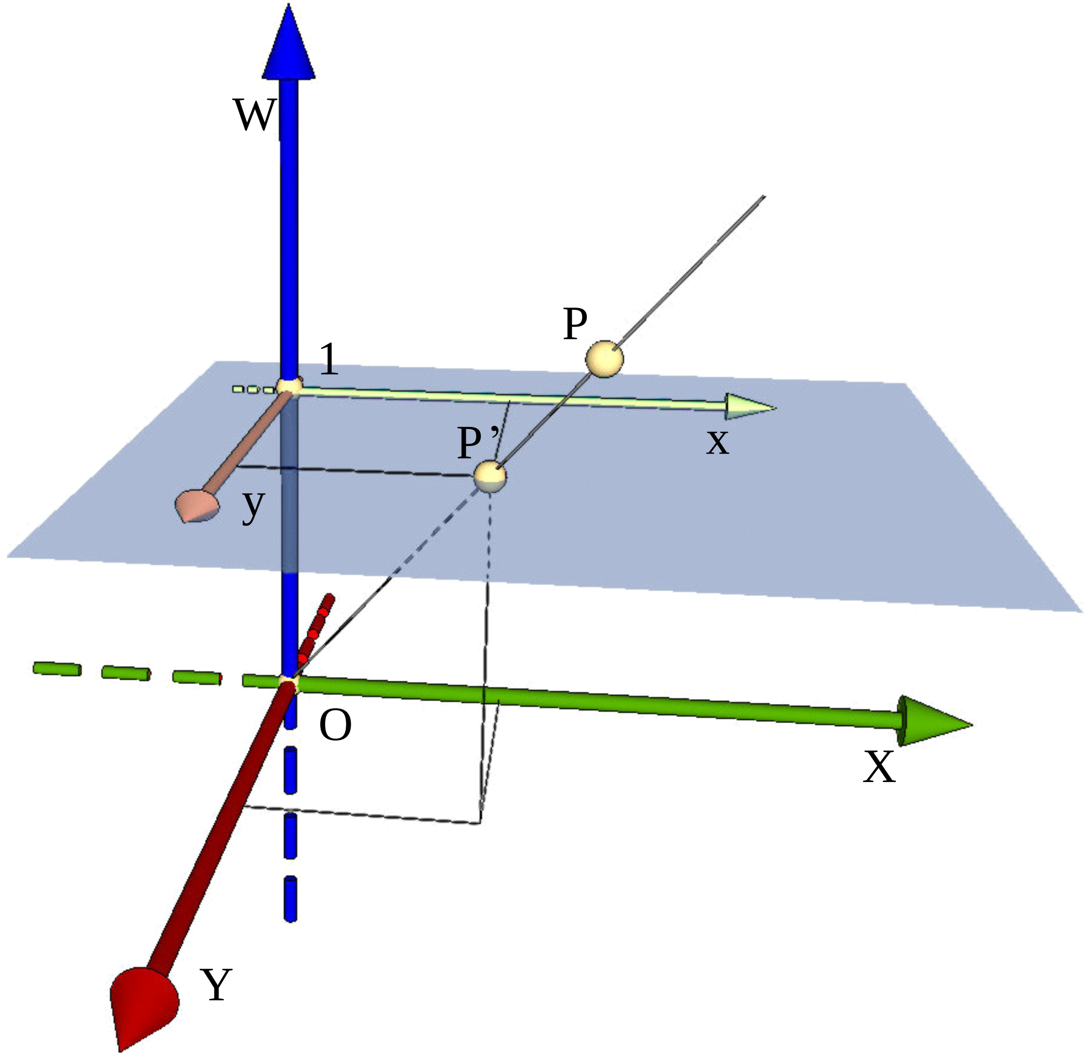
$$\varphi(X,Y,W) = \begin{cases} \left(\dfrac{X}{W} \quad \dfrac{Y}{W}\right) & ak \quad W \neq 0 \\ smer. \quad (X,Y) & ak \quad W = 0 \end{cases}$$

$$[xw, yw] \equiv [x, y, w]$$
$$[xw, yw, zw] \equiv [x, y, z, w]$$

alebo

$$\left[\frac{x}{w}, \frac{y}{w}\right] \equiv [x, y, w] \qquad \text{pre 2D}$$
$$\left[\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w}\right] \equiv [x, y, z, w] \qquad \text{pre 3D}$$

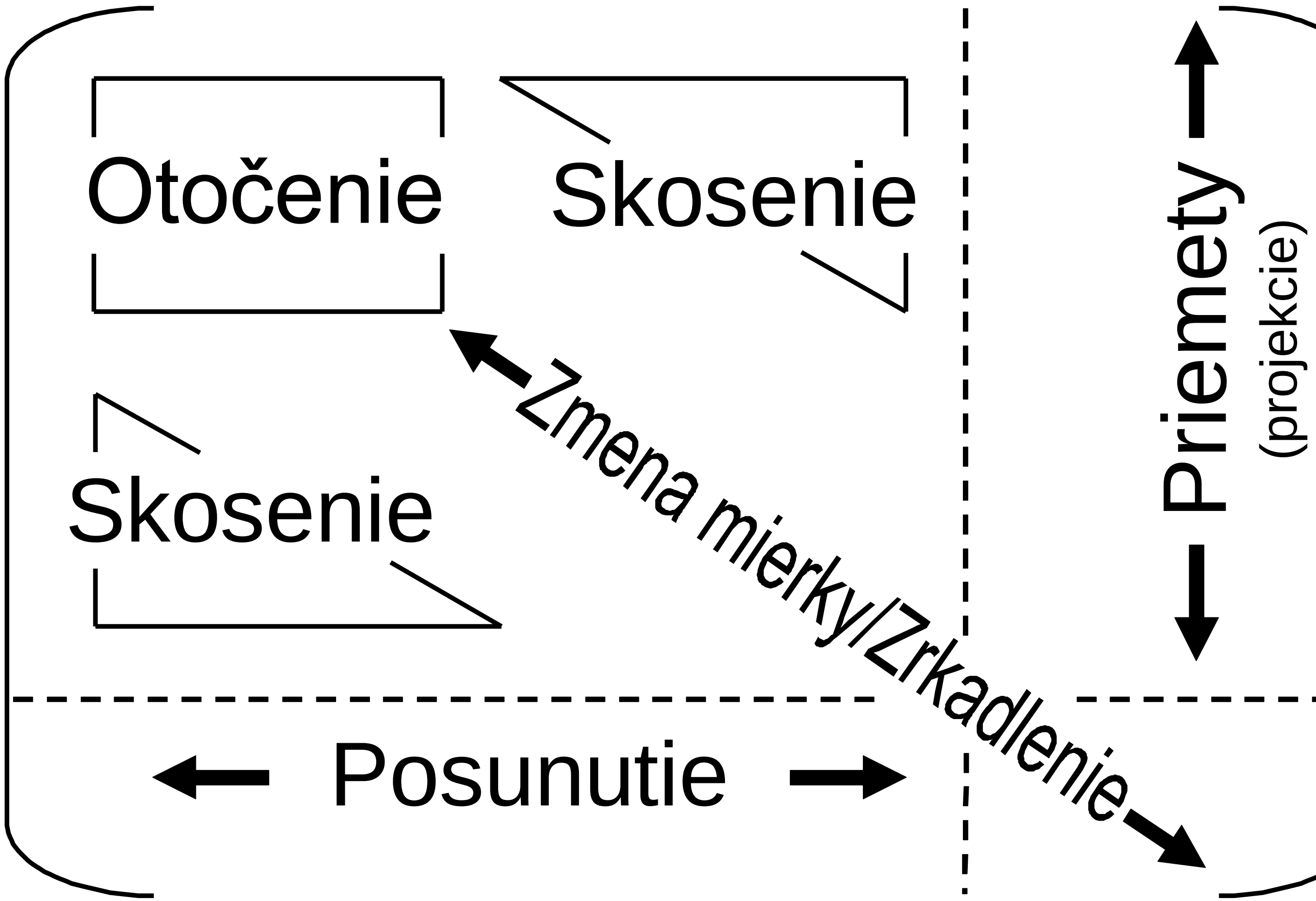
HOMOGÉNNE SÚRADNICE
GEOMETRICKÁ REPREZENTÁCIA



Afinné transformácie

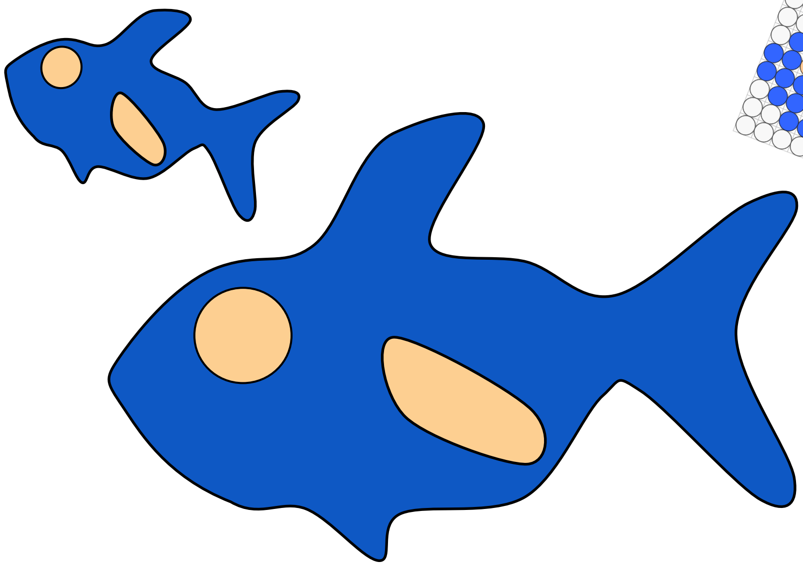
- Zrkadlenie
- Zmena mierky
- Posunutie
- Skosenie
- Otočenie

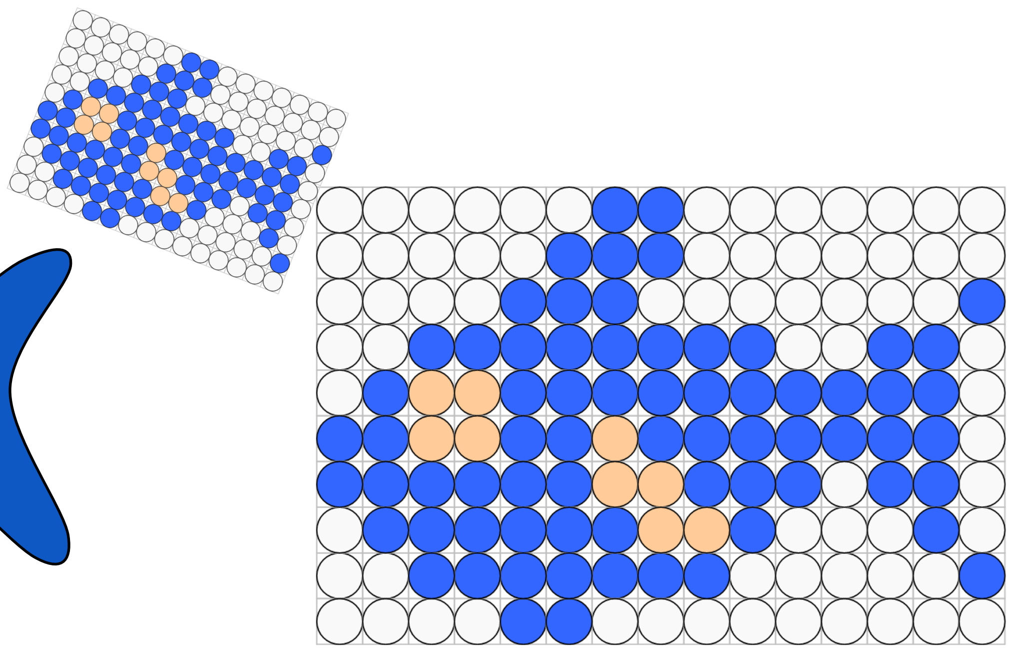
ROZMIESTNENIE PARAMETROV TRANSFORMAČNÝCH MATÍC



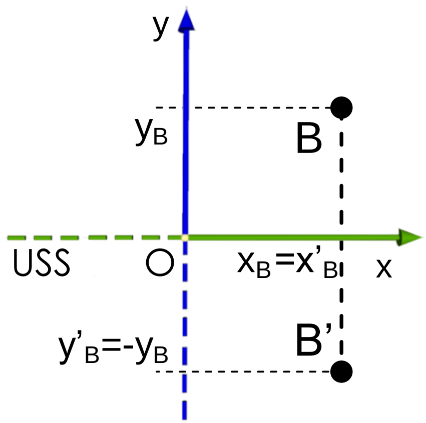
Implementácia afinných transformácií

- Implementácia pre vektorové objekty
- Implementácia pre rastrové objekty



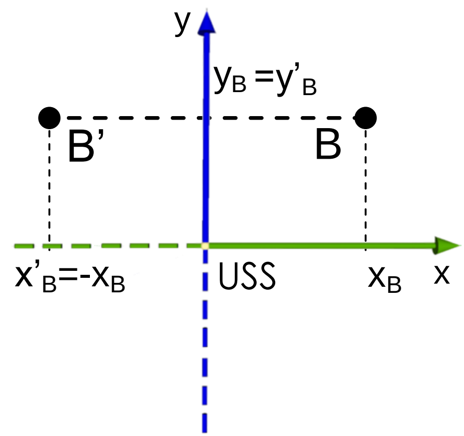


ZRKADLENIE (2D)



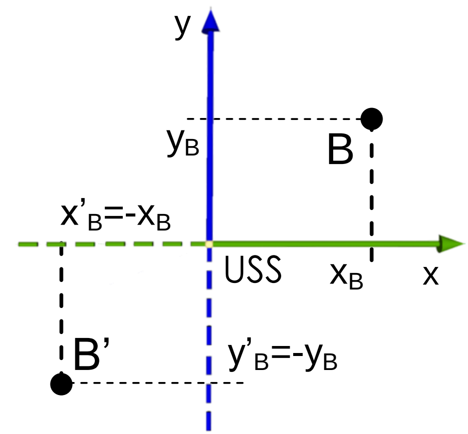
$$x'_B = x_B$$
$$y'_B = -y_B$$

vzhľadom na os x



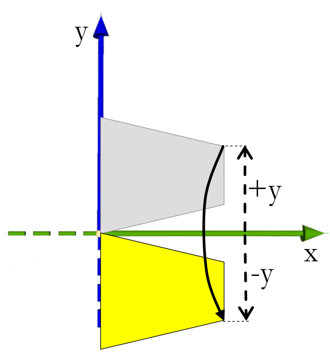
$$x'_B = -x_B$$
$$y'_B = y_B$$

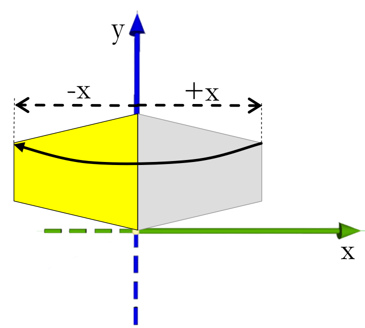
vzhľadom na os y

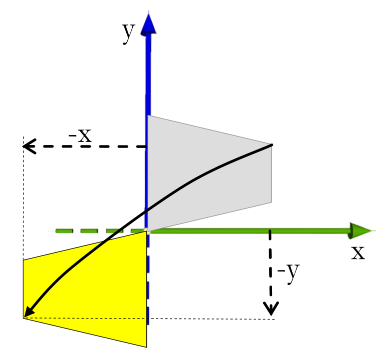


$$x'_B = -x_B$$
$$y'_B = -y_B$$

vzhľadom na stred



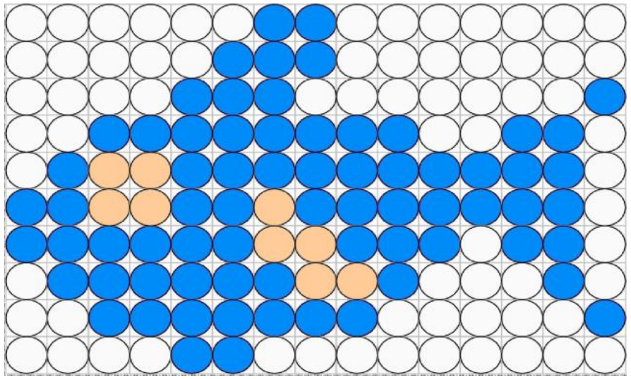




Zrkadlenie (3D)

$$\mathbf{T}_{Zx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Zxy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Zs} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

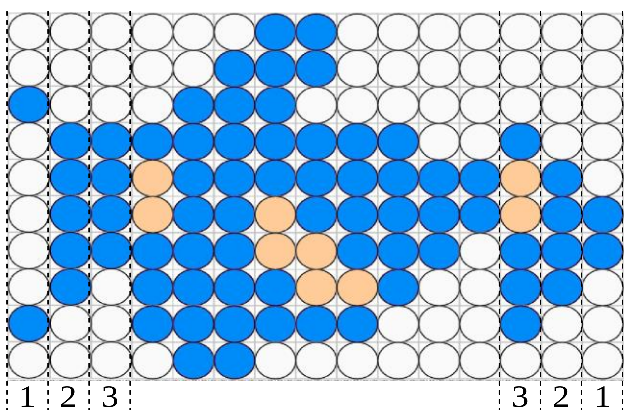
Zrkadlenie rastrových objektov

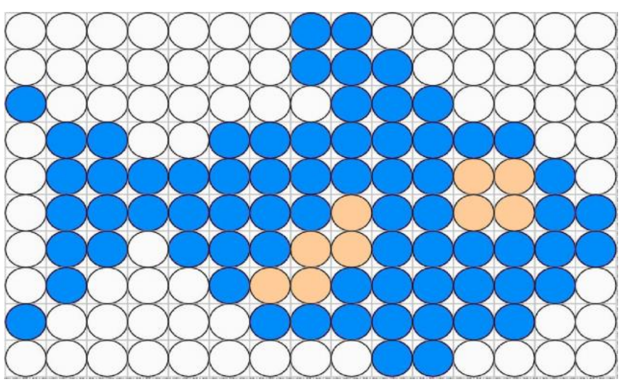


0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

originál

maska

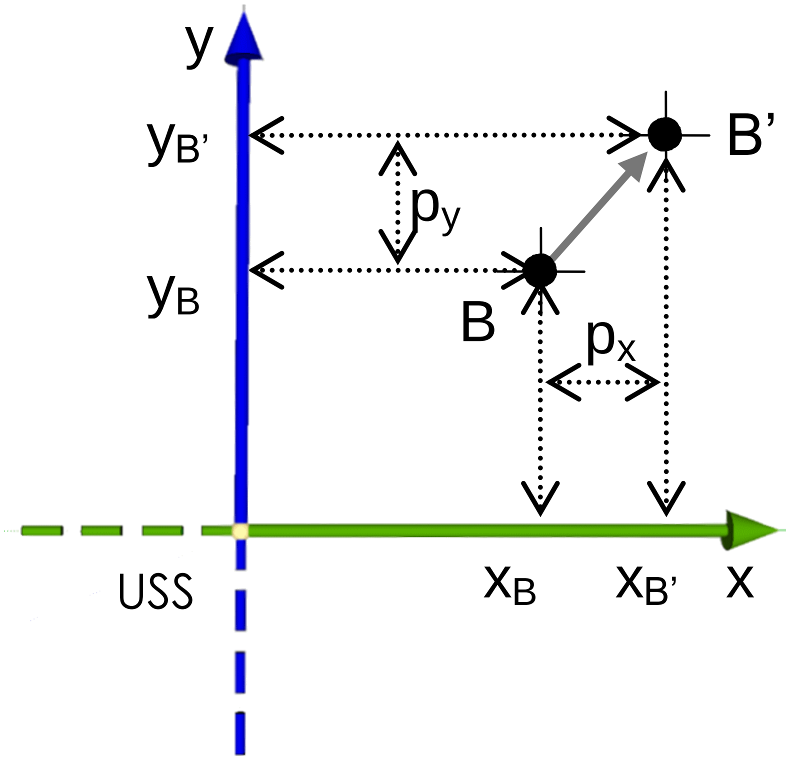


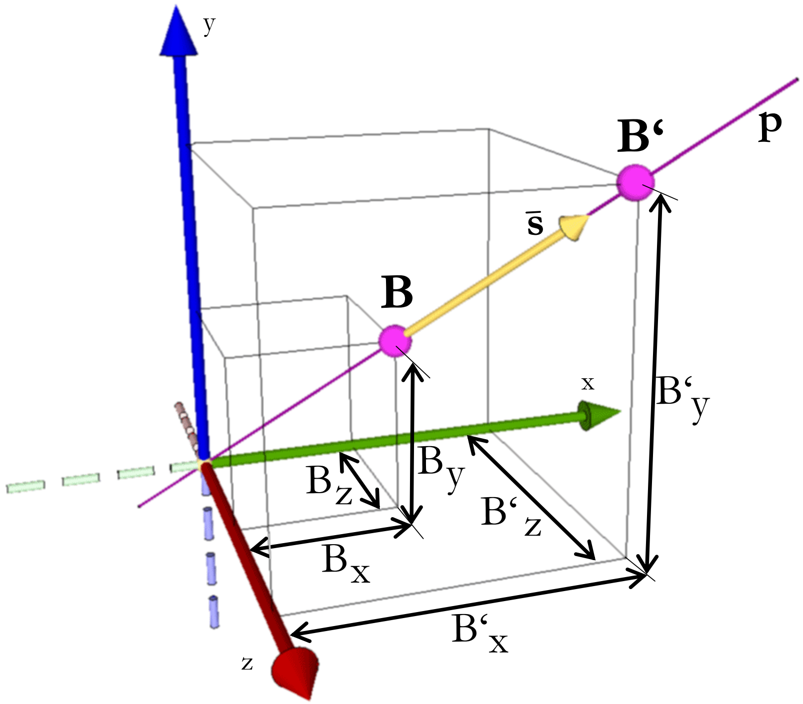


prvé 3 kroky zrkadlenia

výsledok

Posunutie (Translácia)



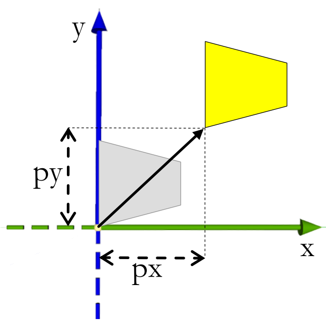


POSUNUTIE (TRANSLÁCIA)

$$x'_B = x_B + px$$

$$y'_B = y_B + py$$

$$\mathbf{T}_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ px & py & 1 \end{bmatrix}$$

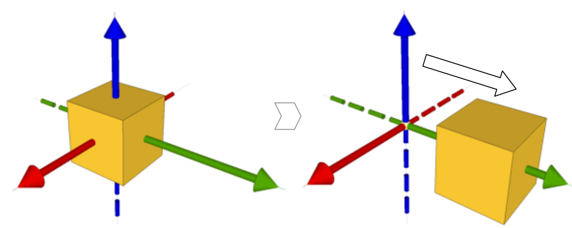


$$x'_B = x_B + px$$

$$y'_B = y_B + py$$

$$z'_B = z_B + pz$$

$$\mathbf{T}_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ px & py & pz & 1 \end{bmatrix}$$



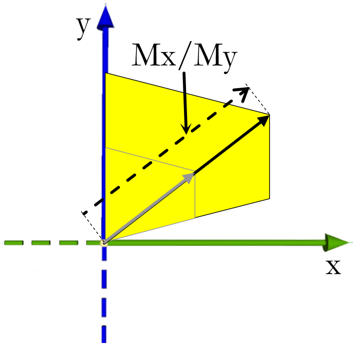
ZMENA MIERKY (ŠKÁLOVANIE)

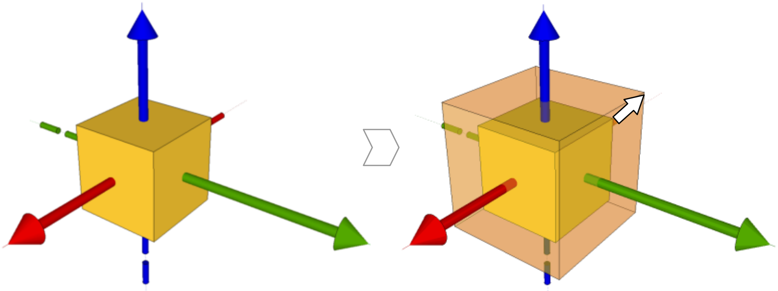
$$x'_B = M_x \times x_B$$
$$y'_B = M_y \times y_B$$

$$\mathbf{T}_M = \begin{bmatrix} M_x & 0 & 0 \\ 0 & M_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x'_B = M_x \times x_B$$
$$y'_B = M_y \times y_B$$
$$z'_B = M_z \times z_B$$

$$\mathbf{T}_M = \begin{bmatrix} M_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

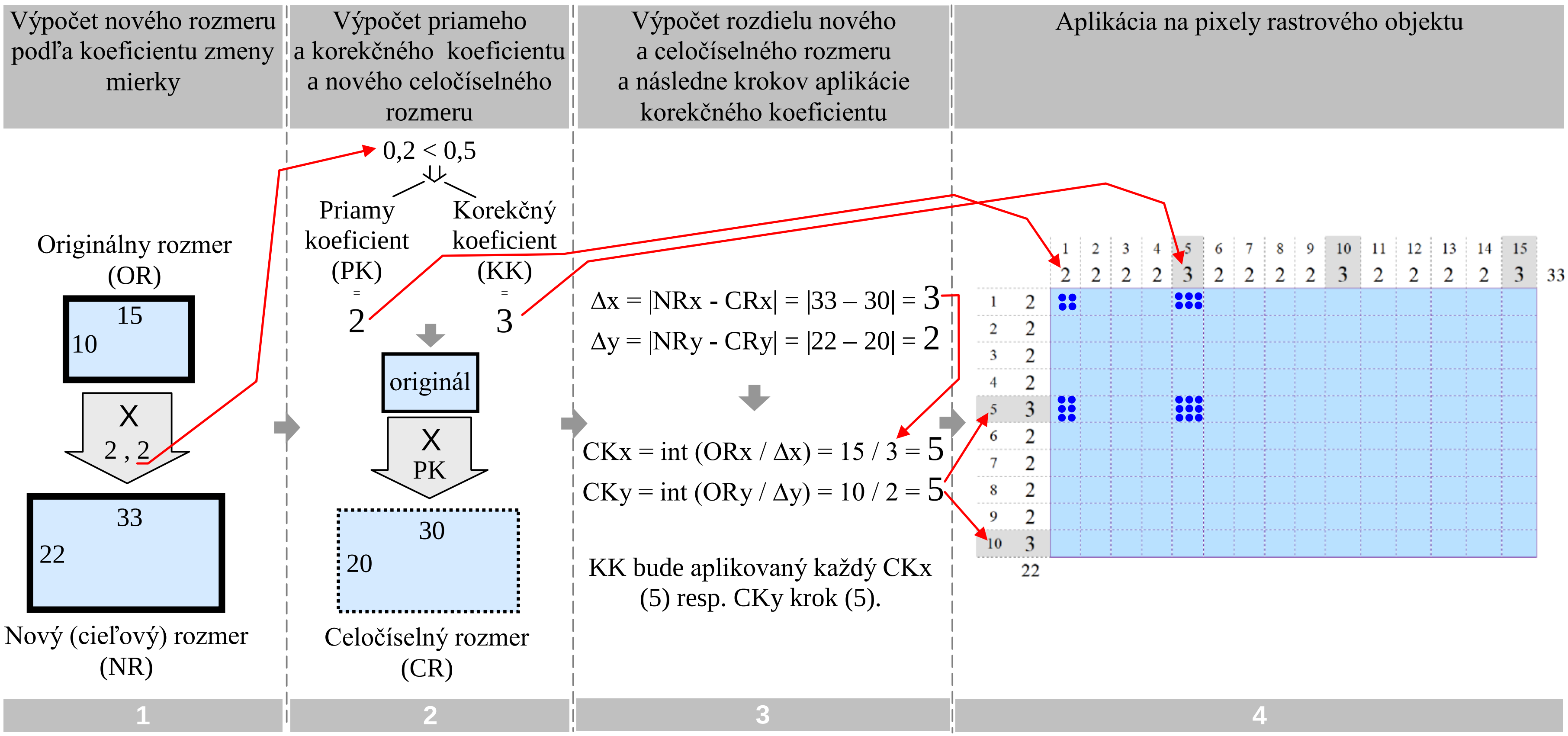




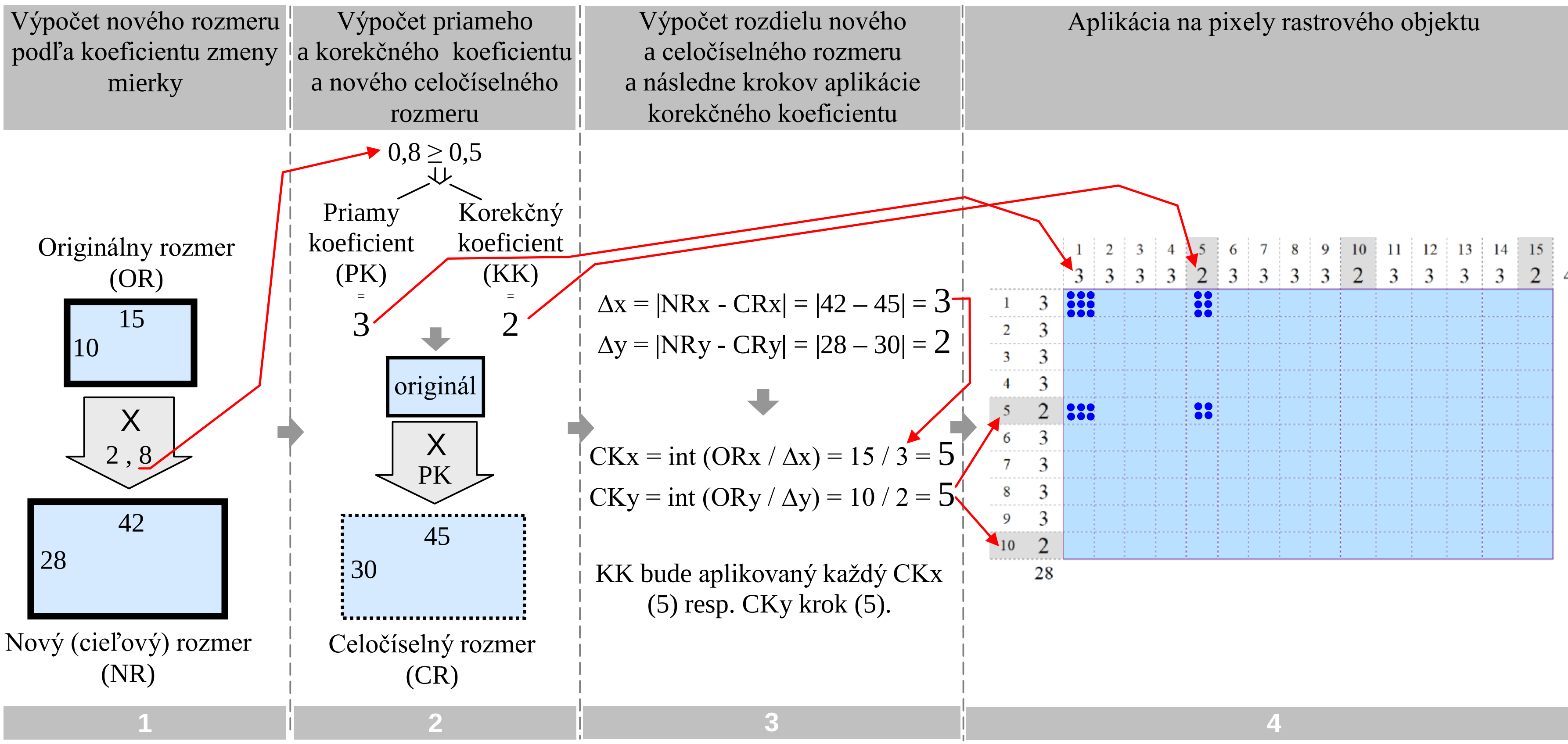
Zmena mierky rastrového objektu
Zväčšenie

1. vypočíta sa predpokladaný nový rozmer (NR) rastra
2. určí sa celočíselná a desatinná časť koeficientu zmeny mierky
3. vykoná sa test, či desatinná časť koeficientu zmeny mierky je väčšia ako 0.5.
4. určí sa pomocný výpočtový nový priamy koeficient (PK). Tento nový koeficient je buď totožný s celočíselnou časťou koeficientu zmenu mierky (ak desatinná časť koeficientu zmeny mierky M bola ≤ 0.5) alebo je o 1 väčší (ak desatinná časť koeficientu zmeny mierky M bola > 0.5). Potom nový korekčný koeficient (KK) je určený presne opačne ako priamy koeficient.
5. následne sa vypočíta veľkosť rozmeru rastra (CR), ak by bol koeficient zmeny mierky len celá časť M.
6. zistí sa celočíselný rozdiel (Δ) medzi výpočtovým novým rozmerom a celočíselným rozmerom aby sa zistilo, koľko bodov je nutné ešte doplniť.
7. vypočíta sa korekčný krok (CK) (z originálneho počtu krokov t.j. originálneho rozmeru), ktorý bude určovať, kedy sa vykoná zmena celočíselného koeficientu zmeny mierky o 1 (+ alebo – podľa toho či nebola alebo bola desatinná časť koeficientu zmeny mierky > 0.5), teda kedy sa vlastne použije korekčný koeficient KK.
8. nakoniec sa vykoná konečné priradenie celočíselnej štandardnej (priamej) hodnoty koeficienta zmeny mierky a celočíselného korekčného koeficienta v jednotlivých krokoch.

ZMENA MIERKY RASTROVÉHO OBJEKTU
ZVÄČŠENIE, DESATINNÁ ČASŤ KOEFICIENTU <0.5

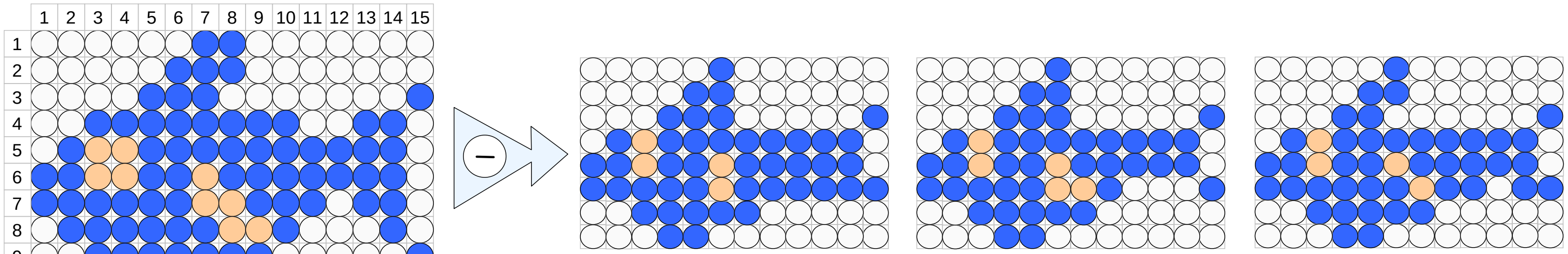


ZMENA MIERKY RASTROVÉHO OBJEKTU
ZVÄČŠENIE, DESATINNÁ ČASŤ KOEFICIENTU ≥ 0.5



Zmena mierky rastrového objektu
Zmenšenie, určenie farby

1. Vypočíta sa zmena mierky v opačnom smere t.j. ako pri zväčšení len s $M = 1/M$, tým sa zistí, vlastne aká matica pixelov bude tvoriť subpixel (napr. 2x2, 3x3 či 3x2).
2. Následne sa určí farba subpixelu. Tá sa dá získať viacerými spôsobmi:
   - spriemernením farieb pixelov alebo použitím mediánovej funkcie v matici pixelov.
   - zistí sa početnosť výskytu farieb v matici pixelov a vyberie sa tá farba, ktorá sa vyskytuje najčastejšie. Ak je výskyt farieb rovnaký, vyberie sa farba podľa iného pravidla alebo ľubovoľná z vyskytujúcich sa farieb.
   - vyberie sa farba, ktorá sa vyskytuje najmenej krát.
   - vyberie sa farba ľavého horného bodu obdĺžnika

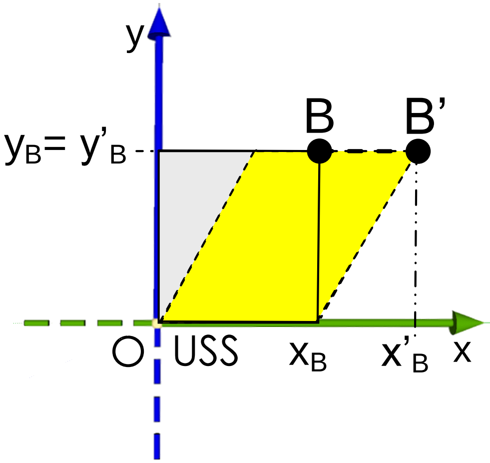


ľavý horný roh

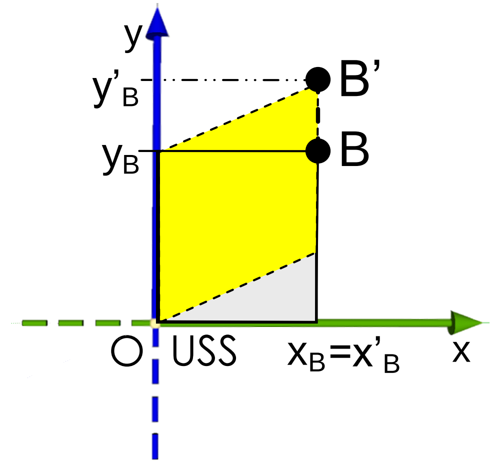
väčšinový výskyt, ak rovnako, vyberie sa svetlejšia

menšinový výskyt, ak rovnako, vyberie sa svetlejšia

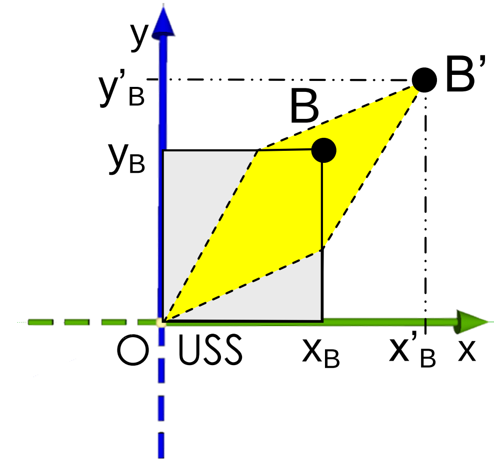
Skosenie



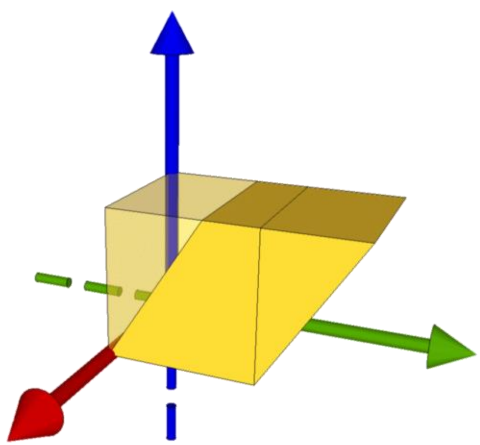
skosenie v smere osi x



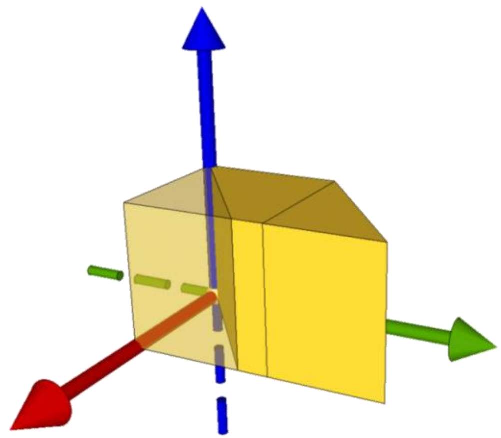
skosenie v smere osi y



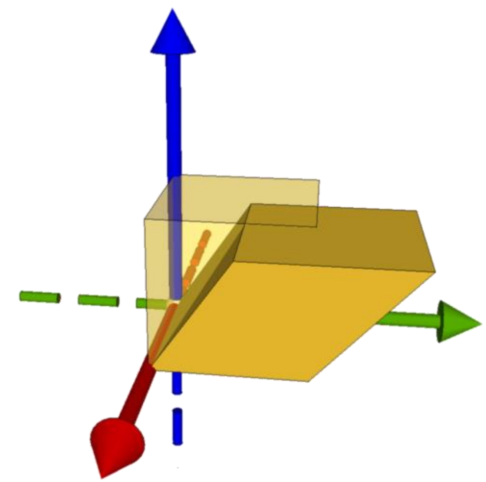
skosenie v oboch smeroch



skosenie v smere osi x vzhľadom na z



skosenie v smere osi x vzhľadom na y



skosenie v smere roviny xy

Skosenie (2D)

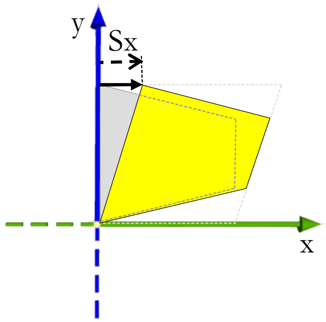
$$x'_B = x_B + S_x \times y_B$$

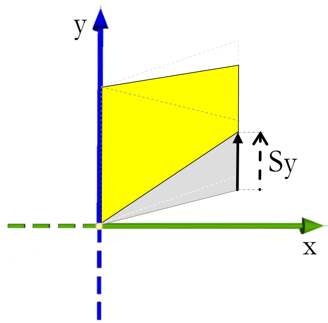
$$y'_B = y_B$$

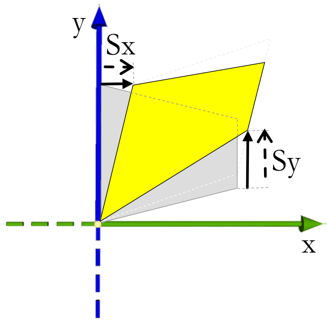
$$x'_B = x_B$$

$$y'_B = y_B + S_y \times x_B$$

$$\mathbf{T}_{Sx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S_x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Sy} = \begin{bmatrix} 1 & S_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$







Skosenie (3D)

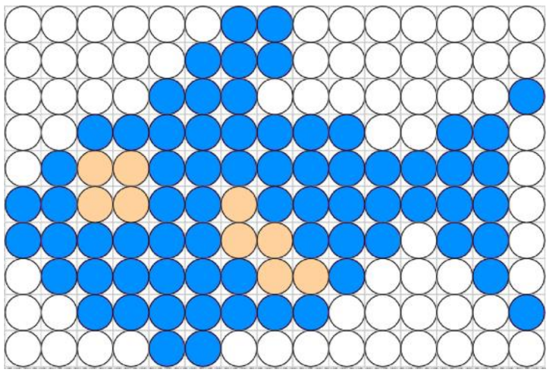
$$x'_B = x_B + S_{xoz} \times z_B \quad y'_B = y_B \quad z'_B = z_B$$

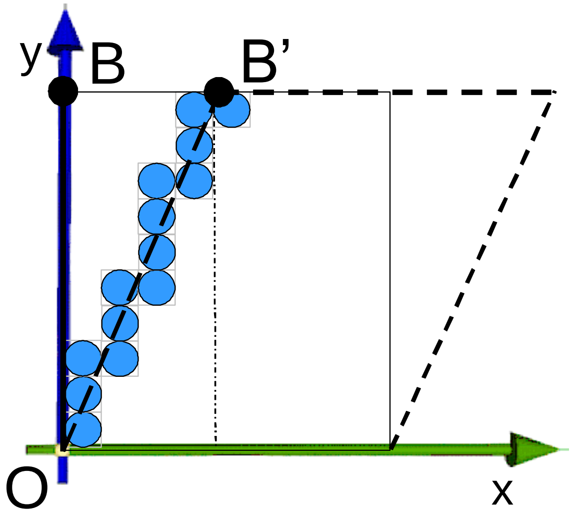
$$x'_B = x_B + S_{xoy} \times y_B \quad y'_B = y_B \quad z'_B = z_B$$

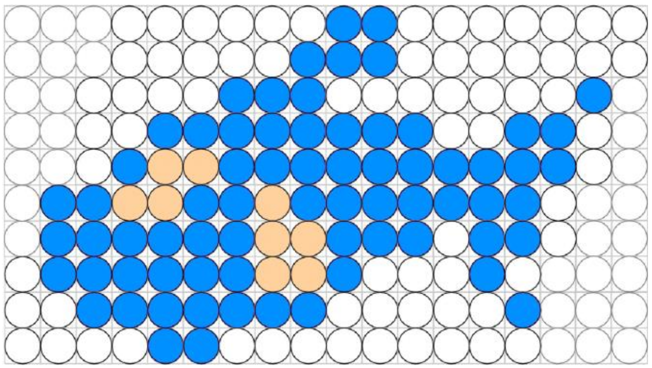
$$x'_B = x_B + S_{xoz} \times z_B \quad y'_B = y_B + S_{yoz} \times z_B \quad z'_B = z_B$$

$$\mathbf{T}_{Sxoz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_{xoz} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Sxoz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ S_{xoy} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Sxy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_{xoz} & S_{yoz} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Skosenie rastrových objektov



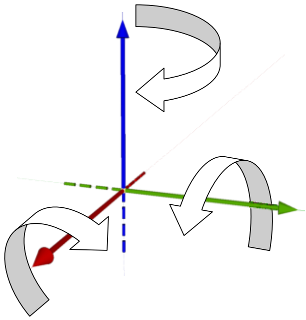




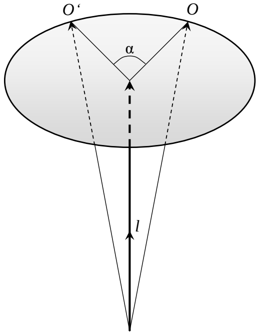
OTÁČANIE (ROTÁCIA)

Leonhard Euler

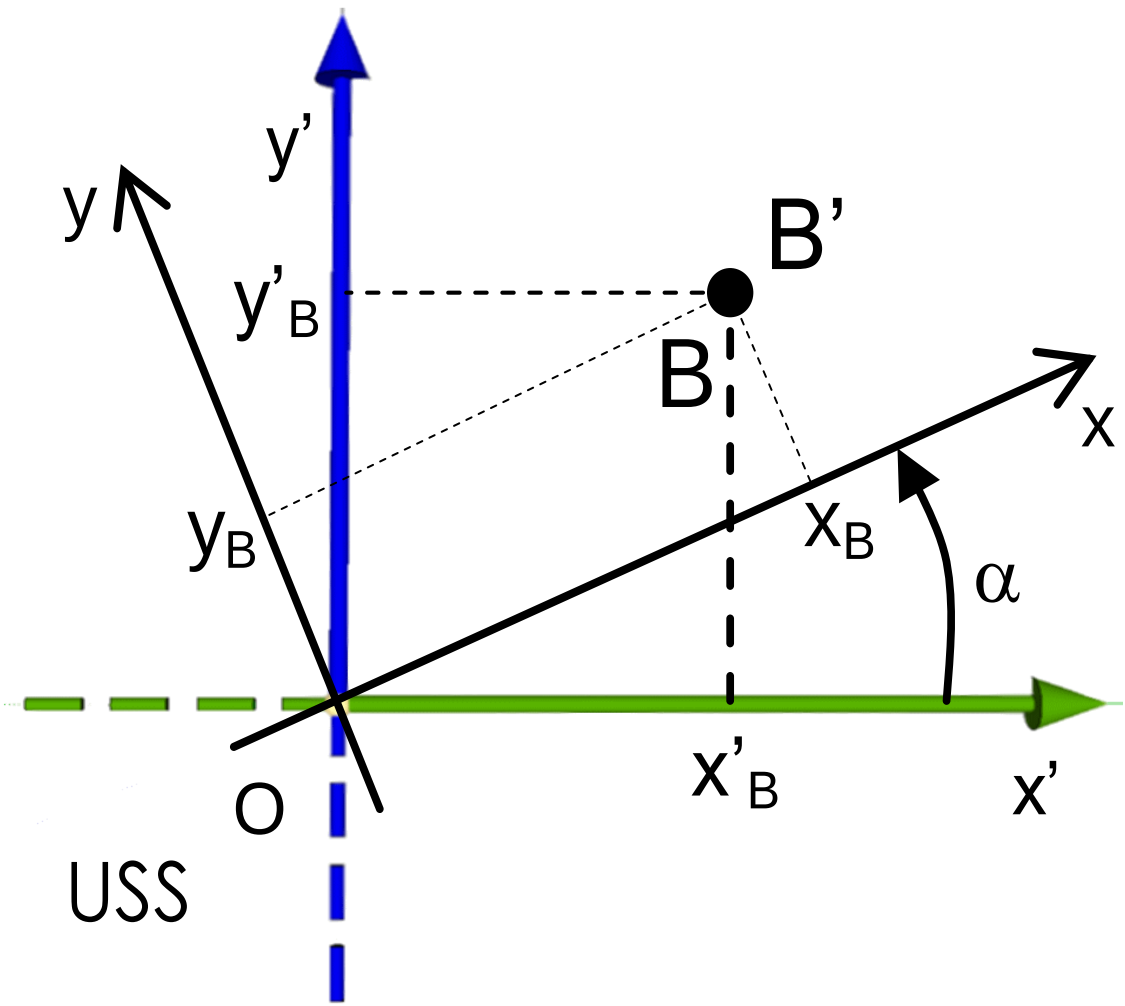
- otáčanie definované **Eulerovými uhlami** a reprezentované všeobecnými transformačnými maticami. V princípe sa jedná o rozklad všeobecného otočenia otáčania na tri zložky a to okolo jednotlivých osí kartézskej súradnicovej sústavy.



- otáčanie definované **Eulerovým teorémom** a reprezentované *quaterniónmi*.



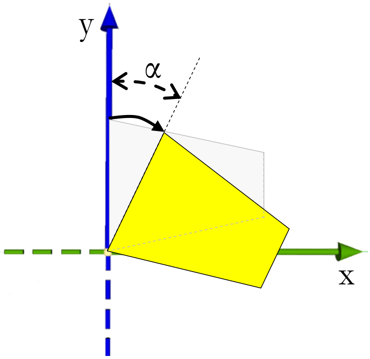
OTÁČANIE (ROTÁCIA 2D)



OTÁČANIE (ROTÁCIA, 2D)

$$x'_B = x_B \times \cos(\alpha) - y_B \times \sin(\alpha)$$
$$y'_B = x_B \times \sin(\alpha) + y_B \times \cos(\alpha)$$

$$\mathbf{T}_O = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Otáčanie (rotácia, 3D)

$$x'_B = x_B$$
$$y'_B = y_B \times \cos(\alpha) - z_B \times \sin(\alpha)$$
$$z'_B = y_B \times \sin(\alpha) + z_B \times \cos(\alpha)$$

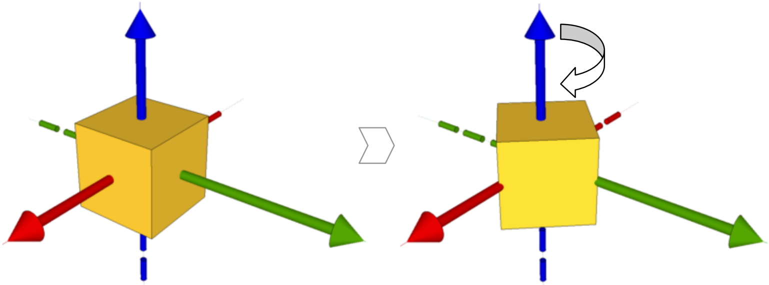
$$x'_B = x_B \times \cos(\alpha) + z_B \times \sin(\alpha)$$
$$y'_B = y_B$$
$$z'_B = -x_B \times \sin(\alpha) + z_B \times \cos(\alpha)$$

$$x'_B = x_B \times \cos(\alpha) - y_B \times \sin(\alpha)$$
$$y'_B = x_B \times \sin(\alpha) + y_B \times \cos(\alpha)$$
$$z'_B = z_B$$

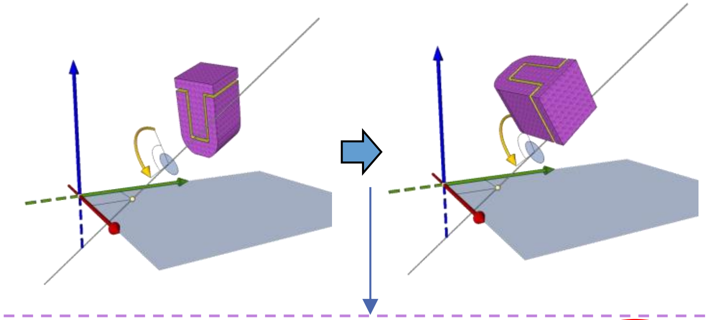
OTÁČANIE (ROTÁCIA, 3D)

$$\mathbf{T}_{Ox} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Oy} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

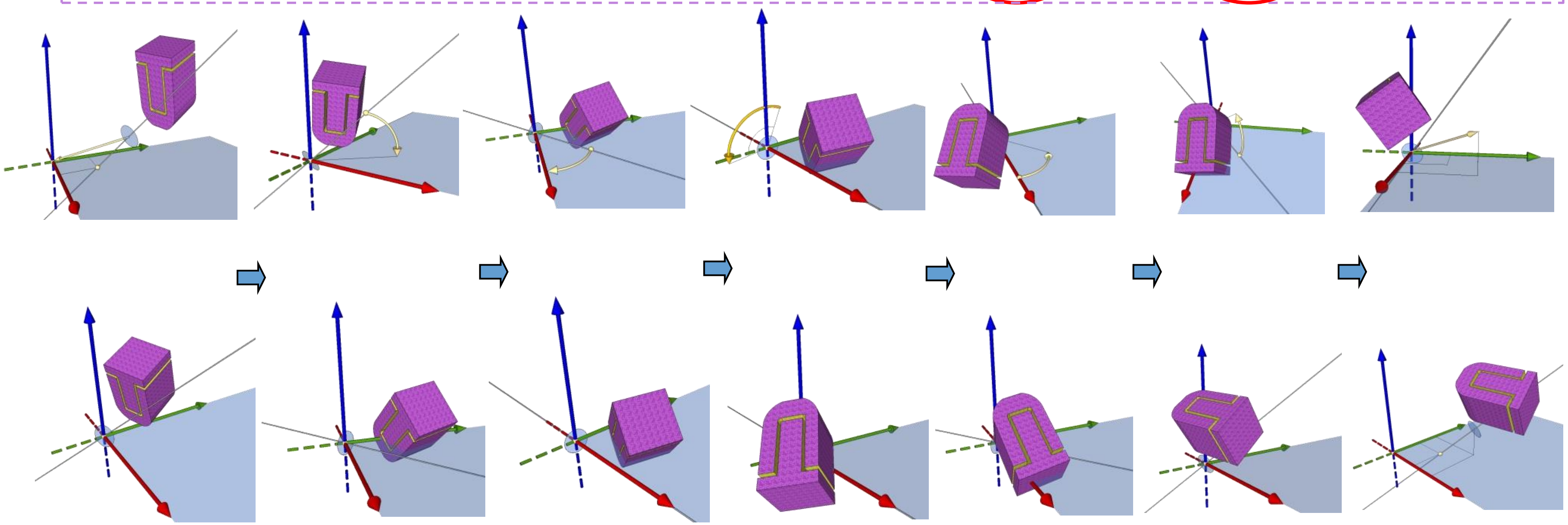
$$\mathbf{T}_{Oz} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Otáčanie okolo všeobecnej priamky

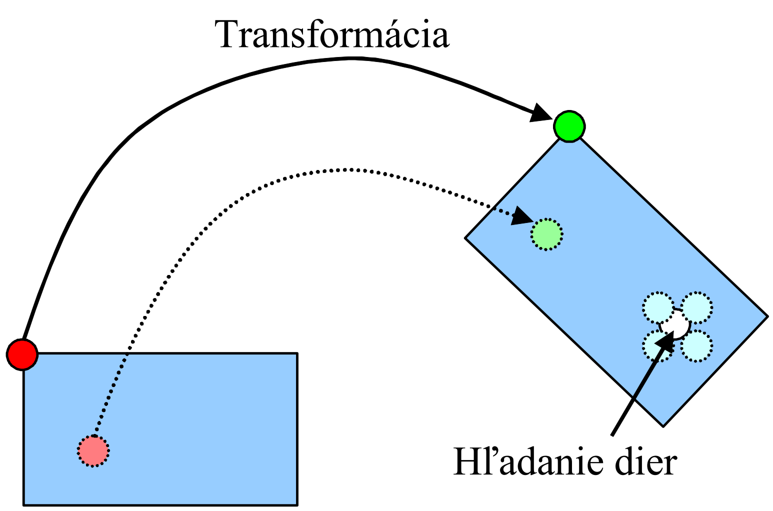


$$T_P \times T_{Oa} \times T_{Ob} \times T_O \times T_{Ob}^{-1} \times T_{Oa}^{-1} \times T_P^{-1}$$

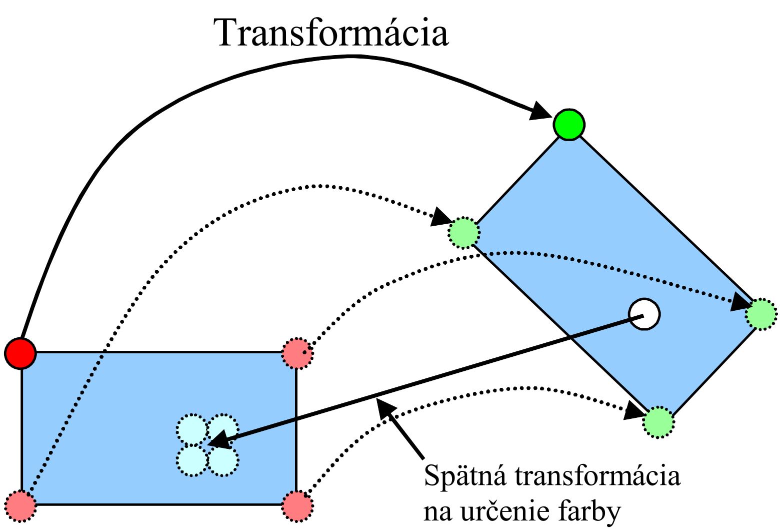


Otáčanie rastrových objektov

1. *Priame otáčanie* - Otočenie s interpoláciou medziľahlých bodov
2. *Spätné otáčanie* - Otočenie s interpoláciou všetkých bodov



1

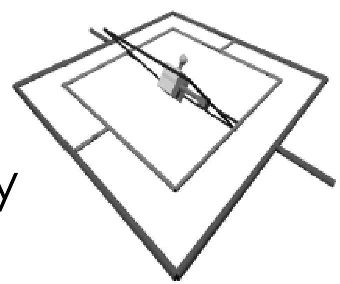


2

Otáčanie a strata stupňa voľnosti

Je ťažké predvídať ako sa postupné rotácie okolo základných osí navzájom ovplyvnia. (maticová reprezentácia Eulerových uhlov má prirodzenú jedinečnosť v parametrizácii) Je možné vytvoriť takú postupnosť rotácií, že vo výslednej rotácii sa stratí jeden stupeň voľnosti. Táto situácia sa nazýva **gimbal lock** (*strata stupňa voľnosti*).

Gimbal lock je pojem prevzatý z leteckého a vesmírneho priemyslu, kde sa používajú gyroskopy (vytvárajú umelý horizont)

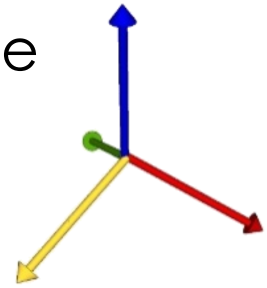


ROTÁCIA POMOCOU QUATERNIÓNOV

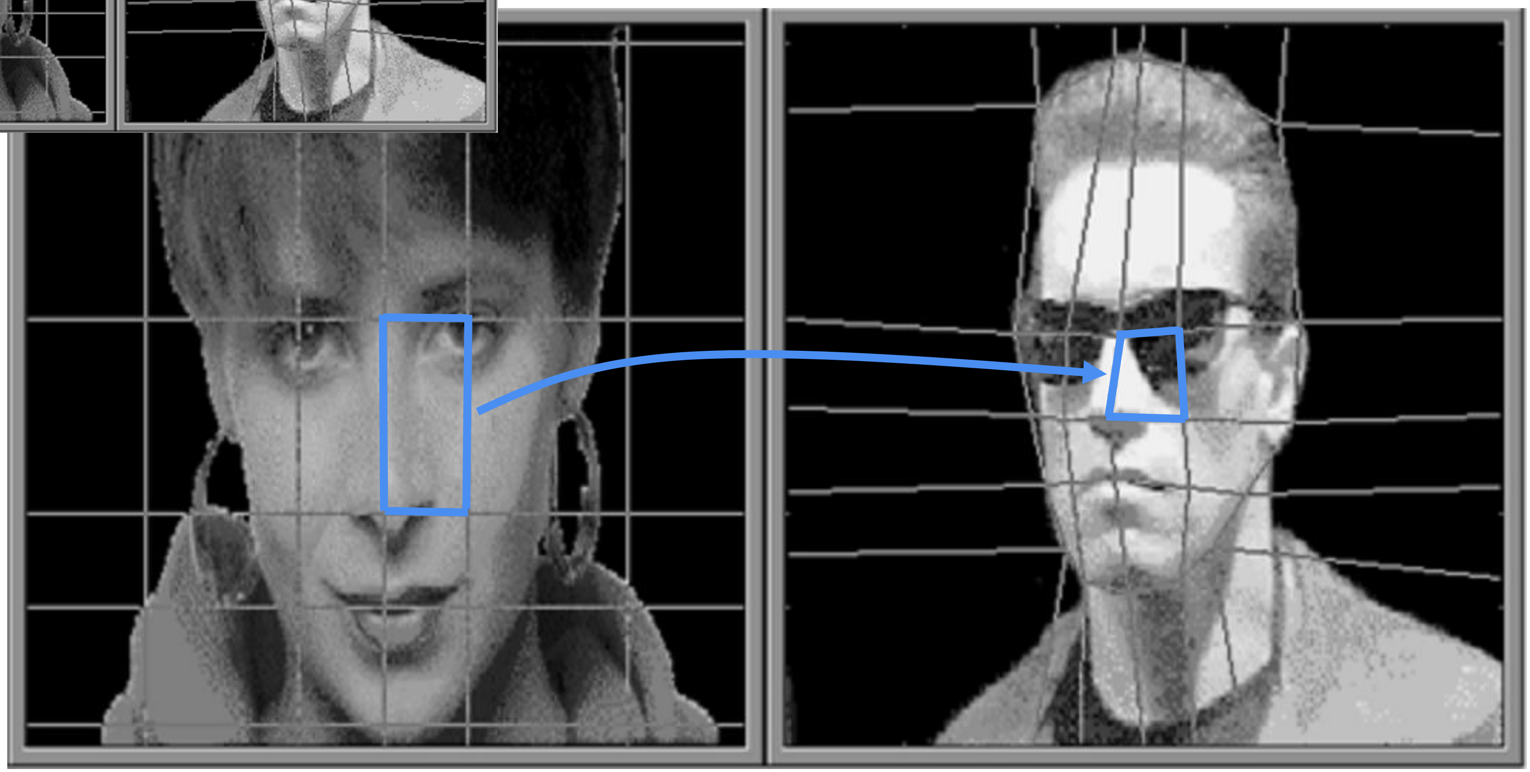
Pre popis rotácie (otočenia) nasledovaného prípadnou zmenou mierky sú potrebné štyri čísla (W. R. Hamilton, 1843, aplikácia v PG, K. Shoemake, 1985) :

- jedno číslo popisuje veľkosť zmeny mierky,
- jedno veľkosť uhla (v stupňoch), o ktorý sa bude otáčať, a
- posledné dve čísla označujú rovinu, v ktorej sa bude vektor otáčať

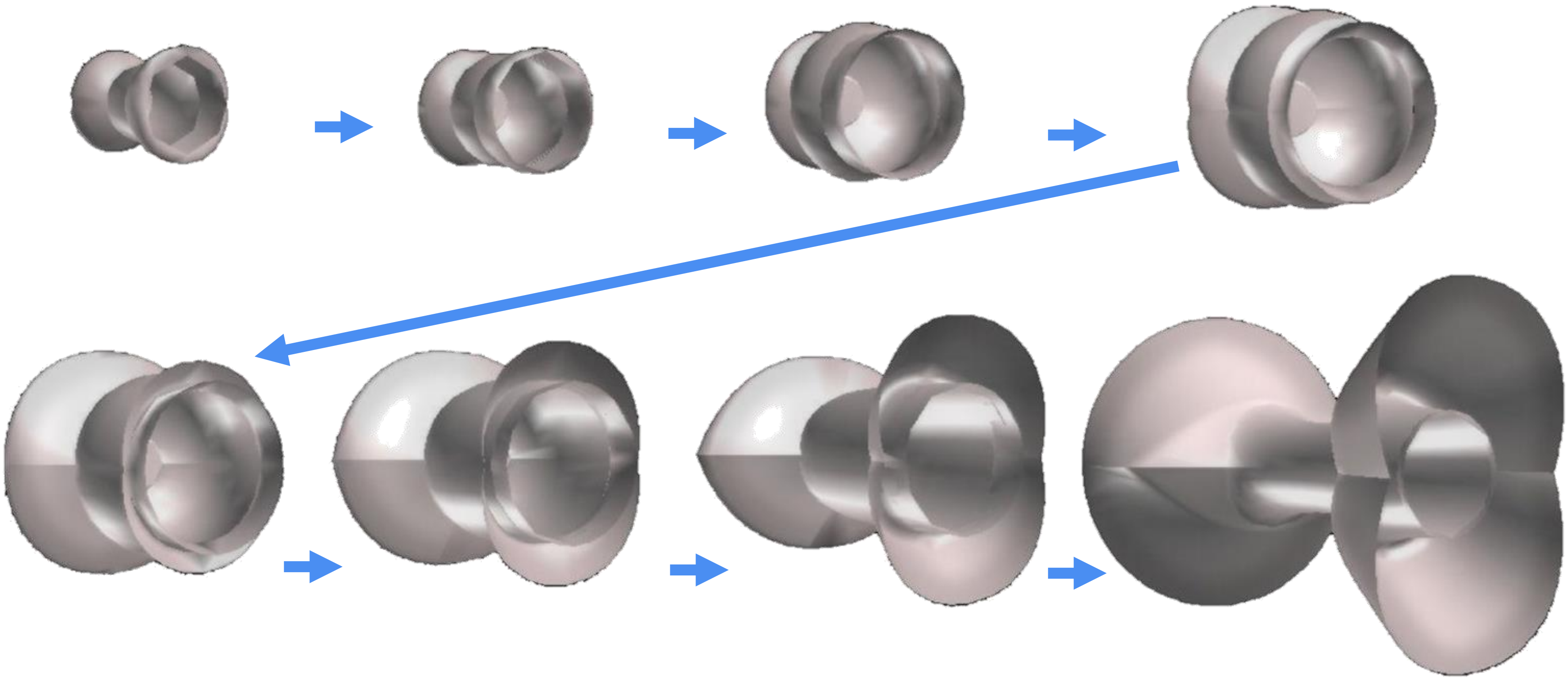
- Quaternión je definovaný ako komplexné číslo
  - $\mathbf{q} = w + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
- Rotácia je nahradená násobením quaterniónov, kde
  - $\mathbf{i} * \mathbf{j} = -\mathbf{j} * \mathbf{i} = \mathbf{k}$
  - $\mathbf{j} * \mathbf{k} = -\mathbf{k} * \mathbf{j} = \mathbf{i}$
  - $\mathbf{k} * \mathbf{i} = -\mathbf{i} * \mathbf{k} = \mathbf{j}$



Aplikácie transformácií
Morphing, warping (2D)



Aplikácie transformácií
Morphing, warping (3D)



(zdroj KPI FEI TU Košice)

Q & A

branislav.sobota@tuke.sk

Katedra počítačov a informatiky, FEI TU v Košiciach