

Ministério da Educação
Universidade Federal do Agreste
de Pernambuco

Relatório Final
Métodos de Otimização

Ministério da Educação
Universidade Federal do Agreste
de Pernambuco

Relatório Final
Métodos de Otimização

Mateus Baltazar de Almeida
Matheus Machado Vieira
Orientador: Gersonilo Oliveira da Silva

α

Sumário

Introdução	6
1 Métodos Matemáticos de Otimização	9
1.1 O Conceito de Otimização	9
1.2 Otimização de Funções à Uma variável real	10
1.3 Programando o Método	10
1.4 Otimização de Funções à Várias Variáveis	10
2 Métodos Clássicos de Otimização	11
2.1 O Método de Newton	11
2.2 Outros Métodos	11
2.3 Programando os Métodos	11
2.4 O Método de Newton para Várias Variáveis	11
3 Os Métodos Modernos de Otimização	13
3.1 Breve Relato Histórico	13
3.2 Métodos de Um	13
3.2.1 O Método - Uma breve descrição	13
3.2.2 Exemplos Aplicações	13
3.2.3 Possíveis Aplicações	13
3.3 Métodos de Dois	13
3.3.1 O Método - Uma breve descrição	13
3.3.2 Exemplos Aplicações	13
3.3.3 Possíveis Aplicações	13
3.4 Um com o outro	13
4 Aplicações à Mecânica Celeste	15
4.1 Entendendo o Problema de N Corpos	15
4.2 A Otimização na Mecânica	15
4.3 Resultados Numéricos	15
5 Demais Resultados	17
5.1 Outros Resultados	17

5.1.1	17
Bibliografia		19

Introdução

*Para Tales, a questão primordial não era o que sabemos,
mas como o sabemos.*

Aristóteles

*Evita o que o perturba a mente e o que a alma esmaga,
Aprimora a razão, esmera os valores teus;
E transpondo, enfim, a prefulgente plaga
Tu, entre os imortais, serás também um deus.*

Pitágoras

*Não posso me convencer de que, quando se soma uma a um, o um a que foi
feita a adição se transforma em dois, ou que duas unidades somadas farão
dois em consequência da adição. Não posso entender como quando
separadas cada uma era uma e não dois e agora, quando reunidas, a
simples justaposição ou encontro delas seja causa de se tornarem dois.*

Diálogo de Platão

*É, pois, sem razão, que os geômetras são acusados de ensinarem apenas
quimeras e de não terem na sua ciência nada de bom e de belo. Eu, pelo
contrário, sustento que eles, sem disso fazerem ostentação, ensinam coisas
que são, ao mesmo tempo, muito boas e muito belas. Pois toda bondade e
toda beleza não resulta, forçosamente, da ordem e da proporção? Ora, de
que coisas se ocupa o geômetra, senão da ordem e da proporção?*

Aristóteles - Tratado de Filosofia

*Ptolomeu uma vez perguntou se havia um caminho mais curto para a
geometria que o estudo de Os elementos e Euclides lhe respondeu que não
havia estrada real para a geometria.*

Proclus Diadocus

Capítulo 1

Métodos Matemáticos de Otimização

1.1 O Conceito de Otimização

Diz-se otimização, o processo que tem como objetivo encontrar condições que minimizam ou maximizam algo (seja energia, tempo, dinheiro, etc). Sendo este, muitas vezes um trabalho árduo, custoso.

Dessa maneira, na matemática, este processo é amplamente utilizado quando busca-se valores pertencentes ao conjunto A (que pode ter restrições), com o objetivo de encontrar uma solução ótima, aplicando os valores de A em numa função objetivo predefinida.

Podendo assim, serem representadas da seguinte forma:

Dada a função

$$f : A \rightarrow \mathbb{Z} \quad (1.1)$$

- Maximização pode ser definida como:

busca pelo elemento $x_0 \in A$, *que satisfaz* :

$$f(x_0) \geq f(x); \quad (1.2)$$

para todo $x \in A$.

- Minimização pode ser definida como:

busca pelo elemento $x_0 \in A$, *que satisfaz* :

$$f(x_0) \leq f(x); \quad (1.3)$$

para todo $x \in A$.

Com isso, podemos agora entender como esse processo pode ser custoso. Começando pelo fato de que existem os pontos máximos e mínimos (pontos críticos), locais e globais no espaço das funções. Sendo os pontos críticos locais, aqueles que não são os menores ou maiores valores para a minimização e maximização, respectivamente. E os pontos globais, aqueles que representam o menor ou maior valor no espaço da função, para a minimização e maximização, respectivamente.

Criando assim, uma certa incerteza ao encontrar um valor crítico numa função, já que é estritamente difícil saber se o ponto crítico encontrado é local ou global. Como pode-se perceber na Figura 1.1.

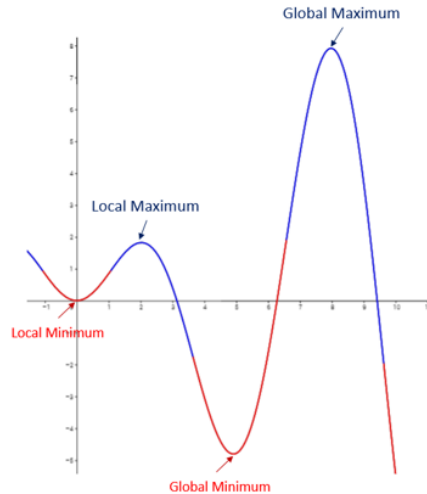


Figura 1.1: Exemplo de pontos críticos locais e globais indicados no gráfico de uma função

1.2 Otimização de Funções à Uma variável real

Evidente que funções possuem as variáveis dependentes (a qual representa o objeto da otimização) e variáveis independentes (cujo suas grandezas podem ser selecionadas), podemos denotar que, para a função

$$y = f(x), \quad (1.4)$$

quando buscamos otimizá-la, temos como objetivo encontrar valores que quando aplicados à x , temos o mínimo ou máximo valor y (seja ele local, ou preferencialmente global).

Partindo dessa perspectiva, acaba surgindo a necessidade de utilizar algum recurso para encontrar os pontos críticos. E nesse sentido, pode-se utilizar a técnica de **derivação**, donde, tem como principal recurso, identificar tais pontos.

A derivada de uma função, é a representação da taxa de variação de um dado ponto na função

1.3 Programando o Método

1.4 Otimização de Funções à Várias Variáveis

Capítulo 2

Métodos Clássicos de Otimização

2.1 O Método de Newton

2.2 Outros Métodos

2.3 Programando os Métodos

2.4 O Método de Newton para Várias Variáveis

Capítulo 3

Os Métodos Modernos de Otimização

3.1 Breve Relato Histórico

3.2 Métodos de Um

3.2.1 O Método - Uma breve descrição

3.2.2 Exemplos Aplicações

3.2.3 Possíveis Aplicações

3.3 Métodos de Dois

3.3.1 O Método - Uma breve descrição

3.3.2 Exemplos Aplicações

3.3.3 Possíveis Aplicações

3.4 Um com o outro

Capítulo 4

Aplicações à Mecânica Celeste

4.1 Entendendo o Problema de N Corpos

4.2 A Otimização na Mecânica

4.3 Resultados Numéricos

Capítulo 5

Demais Resultados

5.1 Outros Resultados

5.1.1

Referências Bibliográficas

- [1] *Garcia, Arnaldo. Elementos de Álgebra. Rio de Janeiro. Associação instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2003.*
- [2] *Lima, Elon Lajes Álgebra Linear. 7ª Edição. Rio de Janeiro; IMPA, 2008.*
- [3] *Halmos, Paul R. Espaços Vetoriais de Dimensão Finita. Tradução [de] Guilherme de la Penha. Rio de Janeiro: Campus, 1978.*