



IGÉNYBEVÉTELEK

A terhelő erők és az általuk ébresztett támaszerők a tartókat **kívülről** támadják, ezért ezeket az erőket **külső erőknek** nevezzük.

A külső erők hatására a tartók belsejében belső erők is ébrednek. Ha ezek nem léteznének, akkor egy félbevágott gerenda a terhei alatt nem szakadna le. De mindenki tudja, hogy ha például egy terhelt fa anyagú gerendát ketté fűrészelnénk, az leszakadna.

Tehát a fűrészelés előtt, amikor még nem szakadt le a terhelt tartó, abban a keresztmetszetében amelyben később elfűrészeltük, valamilyen belső erőknek kellett a nyugalmat, az egyensúlyi állapotot biztosítani. **Ezek a belső erők.**

A belső erők természetesen nem csupán a fűrészelésre véletlenszerűen kiválasztott keresztmetszetben működtek, hanem az összes keresztmetszetben.

A külső erők nyomán a tartó belsejében ébredő belső erők hatását a tartó valamely keresztmetszetére, igénybevételnek nevezzük.

Az igénybevételeknek három nagy csoportját különböztetjük meg:

- **NORMÁL IGÉNYBEVÉTEL** (normálerő)
- **NYÍRÓ IGÉNYBEVÉTEL** (nyíróerő)
- **HAJLÍTÓ IGÉNYBEVÉTEL** (hajlítónyomaték)

NORMÁL IGÉNYBEVÉTEL

A keresztmetszet síkjára merőleges, annak súlypontjában működő erő a **NORMÁLÉRŐ**. A normálerőnek a keresztmetszetre gyakorolt hatása a **normál igénybevétel**.

Ha a normálerő a keresztmetszetet húzza, akkor az előjele (+) pozitív, ha nyomja, akkor az előjele (-) negatív.

A tartó bármely keresztmetszetében a normálerőt úgy számítjuk ki, hogy a balra álló normálerőket előjelhelyesen összeadjuk.

A normál igénybevétel jele: **N** betű.

NYÍRÓ IGÉNYBEVÉTEL

A keresztmetszet síkjában, annak súlypontján átmenő erő a **NYÍRÓERŐ**. A nyíróerőnek a keresztmetszetre gyakorolt hatása a **nyíró igénybevétel**.

A pozitív nyíróerő nyílát úgy kapjuk, hogy a keresztmetszetben működő húzó normálerő nyílát az óramutató járásának megfelelően, 90 fokban elforgatjuk.

NEM SZABAD ÖSSZEKEVERNI A KÜLSŐ ERŐK ELŐJELSZABÁLYÁVAL!!!

A tartó bármely keresztmetszetében a nyíróerőt úgy számítjuk ki, hogy a balra álló nyíróerőket előjelhelyesen összeadjuk.

A nyíró igénybevétel jele: **V** betű. (Korábban a **T** betű volt a jel.)

HAJLÍTÓ IGÉNYBEVÉTEL

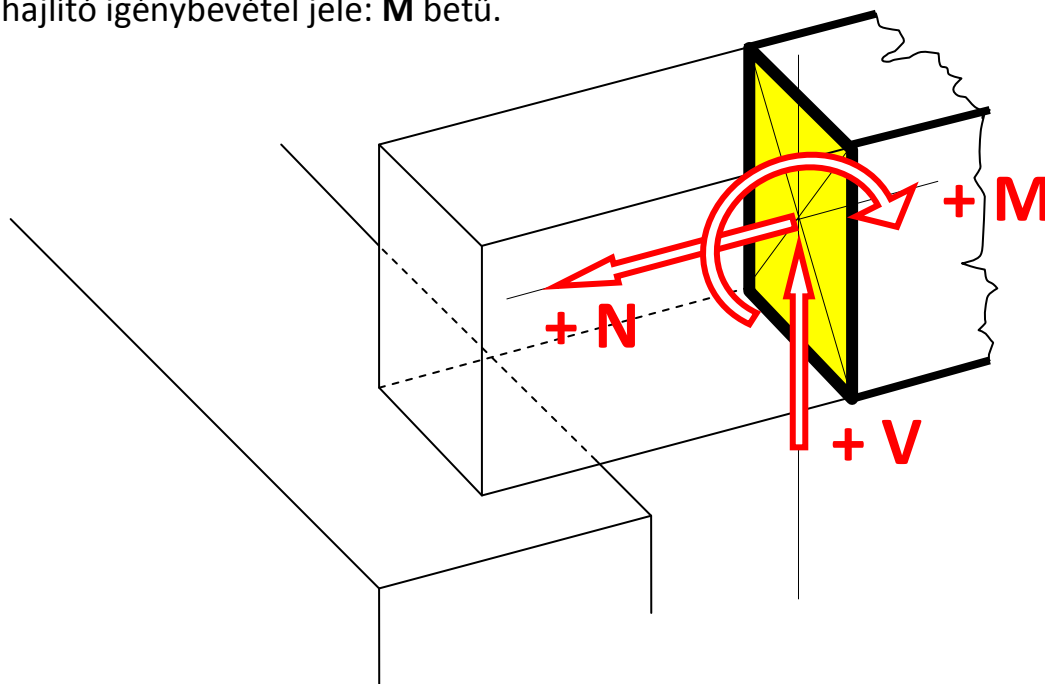
A hajlítás síkjában a keresztmetszet egyik szélét nyomó, a másik szélét húzó erők veszik igénybe. Ezek az erők párhuzamosak, egyenlők és ellentétes irányúak, tehát erőpárt alkotnak. Az erőpárról pedig tudjuk, hogy valójában **NYOMATÉK**.

Ezeknek a **BELSŐ NYOMATÉKOKNAK (ERŐPÁROKNAK)** a keresztmetszetre gyakorolt hatása a **hajlító igénybevétel**.

A hajlító nyomaték előjele akkor (+) pozitív, ha az óramutató járásával megegyezően forgat, ellenkező értelemben (-) negatív.

A tartó bármely keresztmetszetében a nyomatékot úgy számítjuk ki, hogy a tőle balra álló erők előjelhelyes nyomatékösszegét felírjuk a keresztmetszet súlypontjára.

A hajlító igénybevétel jele: **M** betű.



IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK

A tartók méretezésénél gyakran nem csupán egy-egy keresztmetszetben kell ismernünk az igénybevételt, hanem látnunk kell az igénybevételek alakulását az egész tartó mentén. Erre a célra a legalkalmasabbak az igénybevételi ábrák.

Az igénybevételi ábrákon láthatjuk például, hogy hol keletkezik a tartón a legnagyobb nyomaték (M_{\max}) vagy hol éppen nulla az igénybevétel.

Igénybevételi ábrát úgy rajzolunk, hogy először húzunk a tartó tengelyével párhuzamosan egy egyenest. Ez lesz **az ábra tengelye**. A tengely fölötti rész a (-) **negatív**, a tengely alatti rész a (+) **pozitív** igénybevételeket fogja ábrázolni.

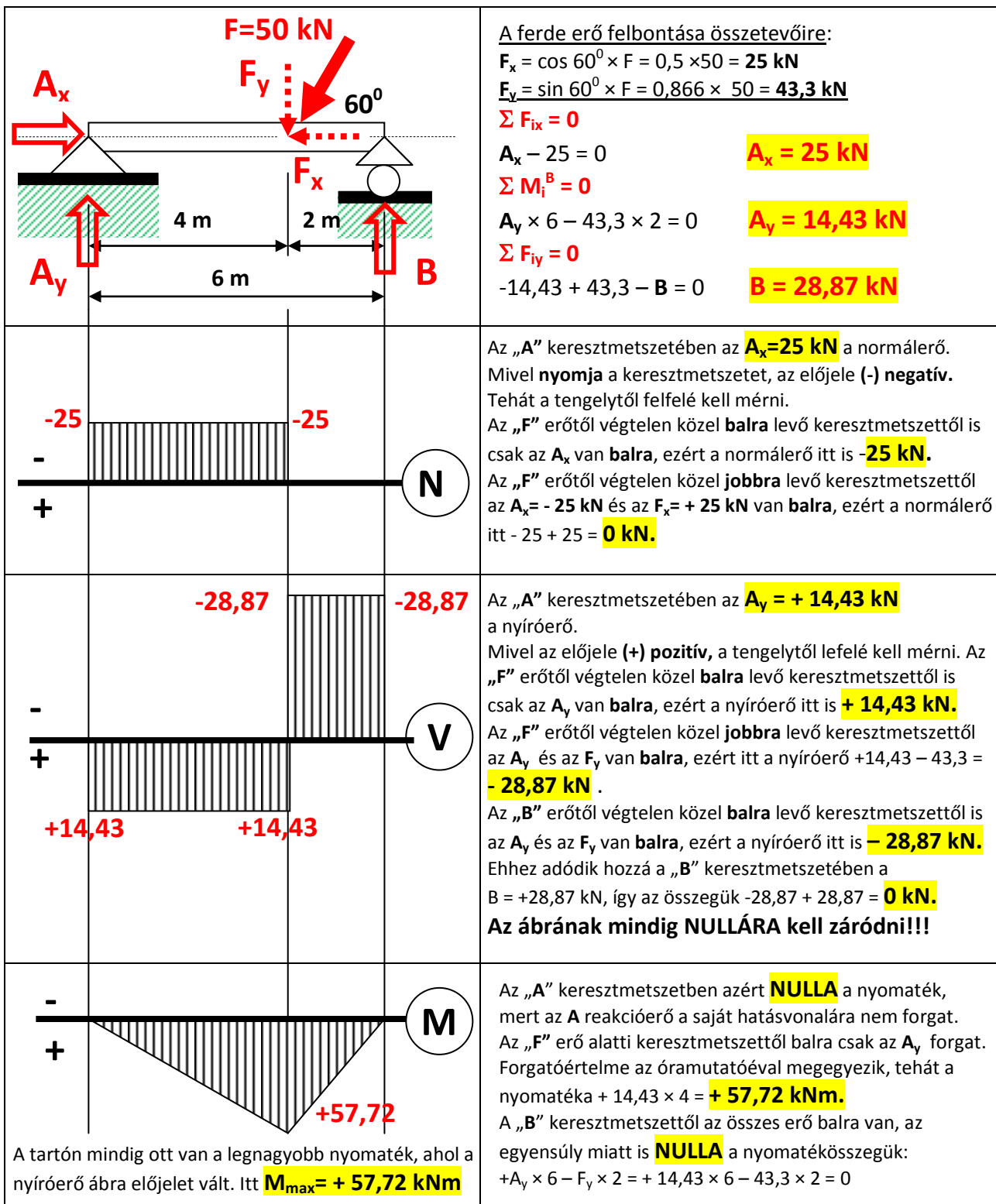
Minden olyan keresztmetszetben ki kell számolni az igénybevételt, ahol a terhelés változik. Ez, ahogy azt már az egyes igénybevételek kiszámítása kapcsán is olvashatták, a balra álló erők, illetve nyomatékok előjelhelyes összegzésével történik. Az így kapott értékeket a tengelyre merőlegesen, a vektorábra léptékének megfelelő léptékben, a tengelynek arra az oldalára mérjük, amilyen előjelűre adódtak. A pozitívokat lefelé, a negatívokat felfelé. A szomszédos értékek végpontjait összekötjük.

Az összekötés legtöbbször egyenesekkel történik, kivétel a nyomatéki ábra (M ábra) esetében az a helyzet, amikor megoszló teher alatti ábrarészt rajzolunk. Itt ugyanis az összekötés másodfokú parabolával történik.

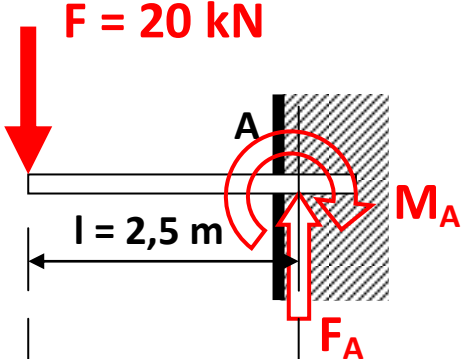
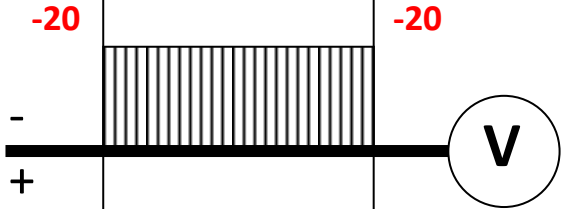
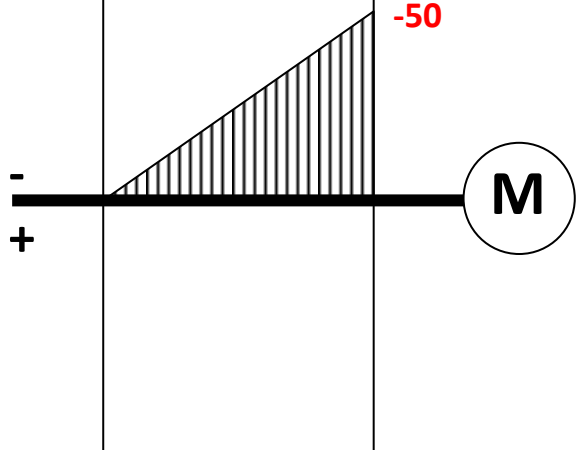
Az igénybevételi ábrákat **a tengelyre merőleges** vonalkázással szokták besraffozni, aminek nem esztétikai célja van, hanem az, hogy minden egyes kis sraffozó vonalka megmutatja a fölötte levő tartó keresztmetszetben ébredő igénybevételt. Az előjel például az „**N ábra**” esetében megmutatja, hogy a keresztmetszet húzott, vagy nyomott. A sraffozó vonalka hossza az ábra léptékében az erő nagyságát, illetve az „**M ábra**” esetében a nyomaték nagyságát is szemlélteti.

A nyomatéki ábra esetében az is egy lényeges információ, hogy az „**M ábra**” területe a tengelynek mindig azon az oldalán van, amelyik oldalon a tartó **HÚZOTT!** Ezért ha a nem túlnyúló kéttámaszú tartóra csak lefelé hatnak a terhek, akkor **csak az alsó széle lesz húzva**, tehát ezt mutatja a csak (+) pozitív „**M ábra**” terület. Konzol tartóra lefelé ható erők esetén (-) negatív területű „**M ábra**” adódik, tehát a tartónak **a felső széle lesz húzva**. Ezek azért fontos információk, mert például a hajlított vasbetongerendákba **az úgynevezett fő vasakat a gerenda húzott szélére kell elhelyezni!**

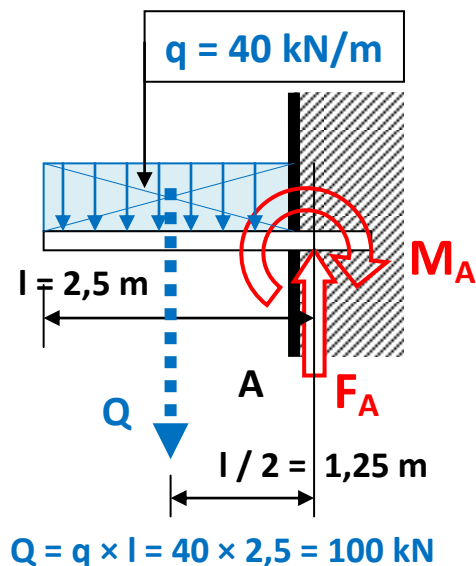
Egyszerű tartók igénybevételi ábráinak megrajzolásával foglaljuk össze az igénybevételek kapcsán eddig tanultakat.



Az „N”, „V”, „M” ábrák nem erő, illetve nyomaték léptékben készültek, csupán arányosak!

	<p>A tartó reakcióit korábban a „Támaszerők” részben meghatároztuk. Ezek eredményei:</p> <p>$F_A = 20 \text{ kN}$</p> <p>$M_A = 50 \text{ kNm}$</p> <p>Mivel a vízszintes tartón csak függőleges erők működnek, nem keletkezik normál erő, ezért <u>nincs „N” ábra</u>. Ez a következő tartókra is vonatkozik!</p>
	<p>A bal oldali végső keresztmetszetben álló „F” erő a keresztmetszet nyíróereje. Mivel lefelé mutat az igénybevételi előjelszabály értelmében az előjele (-) mínusz: -20 kN. A befogási keresztmetszettől végtelen közeli bal oldali keresztmetszetben is ekkora a nyíróerő: - 20 kN. Ehhez adódik hozzá a felfelé mutató és ezért (+) pozitív előjelű $F_A = +20 \text{ kN}$. Így a tartó jobb oldali végén záródik a nyíróerő ábra: $- 20 + 20 = 0 \text{ kN}$</p>
	<p>Mivel minden erőnek a saját hatásvonalán levő pontjaira a nyomatéka nulla, a bal oldali végső keresztmetszetre nem hat nyomaték. Ezért ott a nyomaték értéke NULLA. A befogási keresztmetszettől balra csak az „F” erő áll, így a befogási keresztmetszettől végtelen közeli bal oldali keresztmetszetre az „F” erő nyomatéka: $- F \times l = - 20 \times 2.5 = - 50 \text{ kNm}$ Ez a nyomaték megegyezik <u>az ellenkező forgatóértelmű</u> reakció nyomatékkal M_A-val, ami magában a befogási keresztmetszetben működik. Ha ezeket is összeadnánk, ez az ábra is záródna.</p>

A „V” és „M” ábrák nem erő, illetve nyomaték léptékben készültek, csupán arányosak!

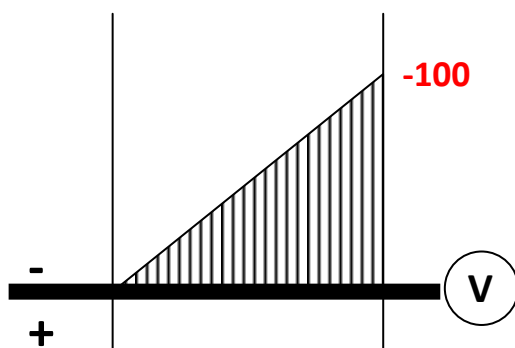


A tartó reakcióit korábban a „Támaszerők” részben meghatároztuk. Ezek eredményei:

$$F_A = 100 \text{ kN}$$

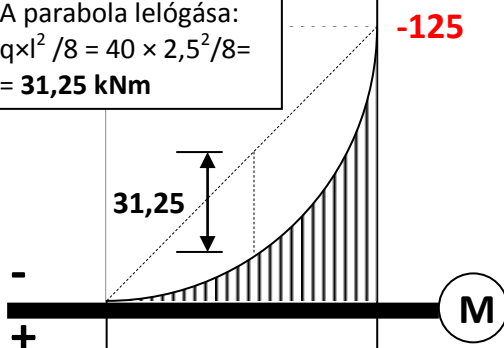
$$M_A = 125 \text{ kNm}$$

FONTOS MEGJEGYZÉS: A „Q” erő csak a számítás segédereje, ezért is van szaggatott vonallal jelölve. Tehát a hatásvonalában nincs a terhelésben változás!!!



A bal oldali végső keresztmetszetben nem áll erő, ezért itt a nyíróerő **NULLA**. Fenti fontos megjegyzésben olvasható, hogy a „Q” tulajdonképpen nincs a tartón, csak a számítás segédereje. Ezért a terhelésben változás a befogás előtti, attól végtelen közeli keresztmetszetben van. Mivel ettől balra csak a **Q = 100 kN** működik, ez lesz itt a nyíróerő értéke, tehát **-100 kN** mivel lefelé mutat. Ehhez adódik hozzá a felfelé mutató és ezért (+) pozitív előjelű **FA = +100 kN**. Így a tartó jobb oldali végén záródik a nyíróerő ábra: $-100 + 100 = 0 \text{ kN}$

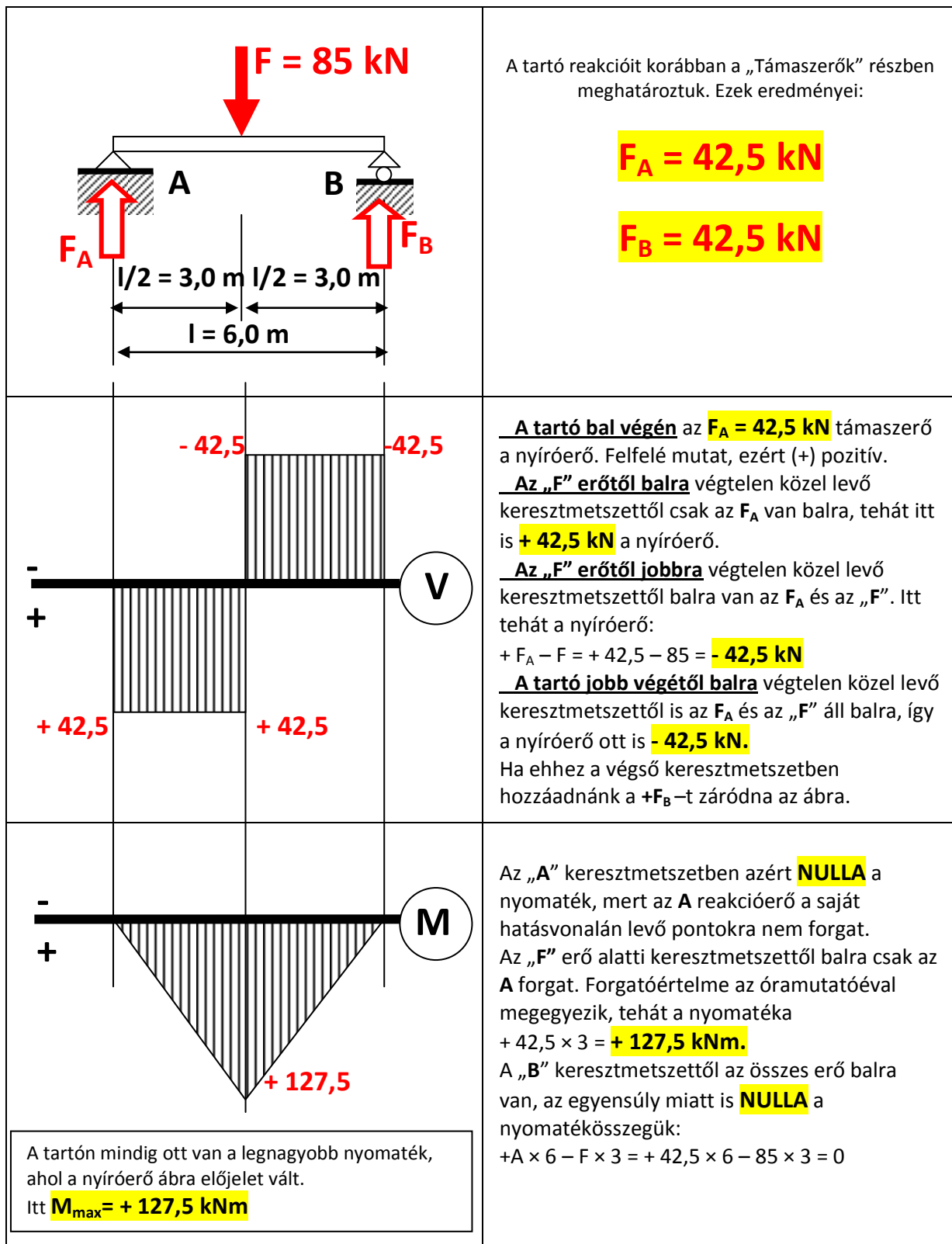
A parabola lelógása:
 $q \times l^2 / 8 = 40 \times 2,5^2 / 8 = 31,25 \text{ kNm}$



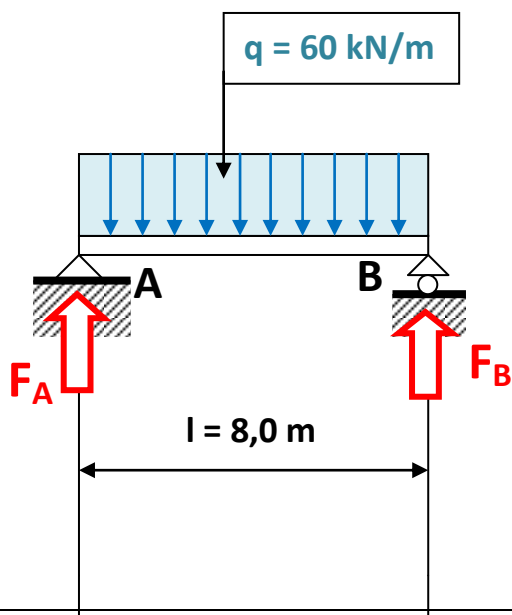
A bal oldali végső keresztmetszetre nem hat nyomaték. Ezért ott a nyomaték értéke **NULLA**. A befogási keresztmetszettől balra csak a „Q” erő (**az egész megoszló teher eredője**) áll, így a befogási keresztmetszettől végtelen közeli bal oldali keresztmetszetre a „Q” erő nyomatéka:
 $-Q \times l/2 = -100 \times 1,25 = -125 \text{ kNm}$

Miután felmérjük a -125-öt, szaggatottan összekötjük a bal oldali NULLA ponttal. A szaggatott középtől függőlegesen **ql²/8** értékben parabolát lógatunk le. Az ez alatti terület az „M” ábra.

Ez a nyomaték megegyezik **az ellenkező forgatóértelmű** reakció (**befogási**) nyomatékkal **MA** – val, ami magában a befogási keresztmetszetben működik. Ha ezeket is összeadnánk, ez az ábra is záródna.



A „V” és „M” ábrák nem erő, illetve nyomaték léptékben készültek, csupán arányosak!



A tartó reakcióit korábban a „Támaszerők” részben meghatároztuk. Ezek eredményei:

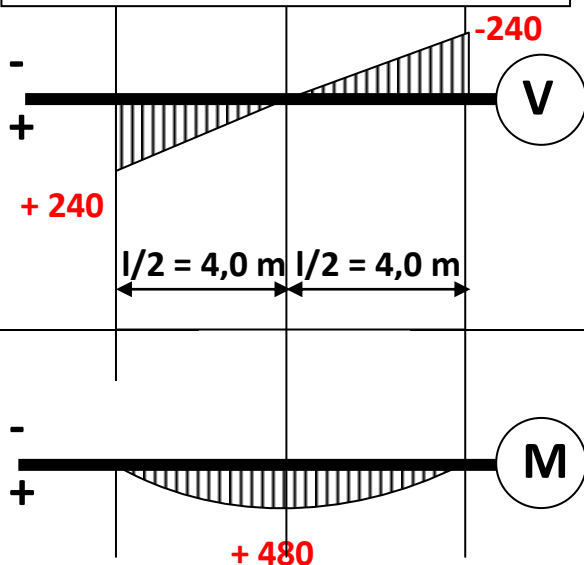
$$F_A = 240 \text{ kN}$$

$$F_B = 240 \text{ kN}$$

Ha az olvasó nem akar visszalapozni, vegye észre, hogy a tartó szimmetrikus, tehát a támaszerők a teher felével egyenlők:

$$F_A = F_B = q \times l / 2 = 60 \times 8 / 2 = 240 \text{ kN}$$

Mivel a két tartóvégen a nyíróerők értéke egyenlő, az őket összekötő egyenes pontosan a tartó felében metszi a tengelyt, tehát itt van az előjelváltás, itt keletkezik az M_{maximum} .



A tartó bal végén az $F_A = 240 \text{ kN}$ támaszerő a nyíróerő. Felfelé mutat, ezért (+) pozitív.

Ahogy korábban is volt róla szó, a „Q” csak a számítás segédereje „**nincs a tartón**”. Úgy ahogy az itteni nézetrajzon sem jelenik meg. Ezért a terhelésbeli legközelebbi változás a „B” támasz előtt végtelen közeli keresztmetszetben van.

A tartó jobb végétől balra végtelen közel levő keresztmetszetről az F_A és az **egész megoszló teher**, (Q) áll balra, így a nyíróerő ott $+F_A - Q = +240 - 480 = -240 \text{ kN}$.

Ha ehhez a végső keresztmetszetben hozzáadnánk a $+F_B$ -t záródna az ábra.

Az „A” keresztmetszetében azért **NULLA** a nyomaték, mert az „A” reakció erő a saját hatásvonalán levő pontokra nem forgat. A „B” keresztmetszetében azért **NULLA** a nyomaték, mert az **összes erő** balra van, és az egyensúly miatt az **összes erő** nyomatékának minden pontra **NULLA** a nyomatéka. Így a nulla értékű pontokat a tengely köti össze, ezért ennek a közepétől kell a tengelyre merőlegesen lemérni a

$$q \times l^2 / 8 = 60 \times 8^2 / 8 = 480 \text{ kNm}$$

értékű nyomatékot, és ezzel a leolgással kell megrajzolni a parabolát.

A „V” ábra előjelváltása a tartó felező pontjában jelöli ki a legnagyobb nyomaték helyét. Írjuk ezt fel a balra álló erők nyomatékösszegeként:

$$\begin{aligned} M_{\text{max}} &= F_A \times l/2 - Q/2 \times l/4 = \\ &= +240 \times 8/2 - 480/2 \times 8/4 = +480 \text{ kNm} \end{aligned}$$