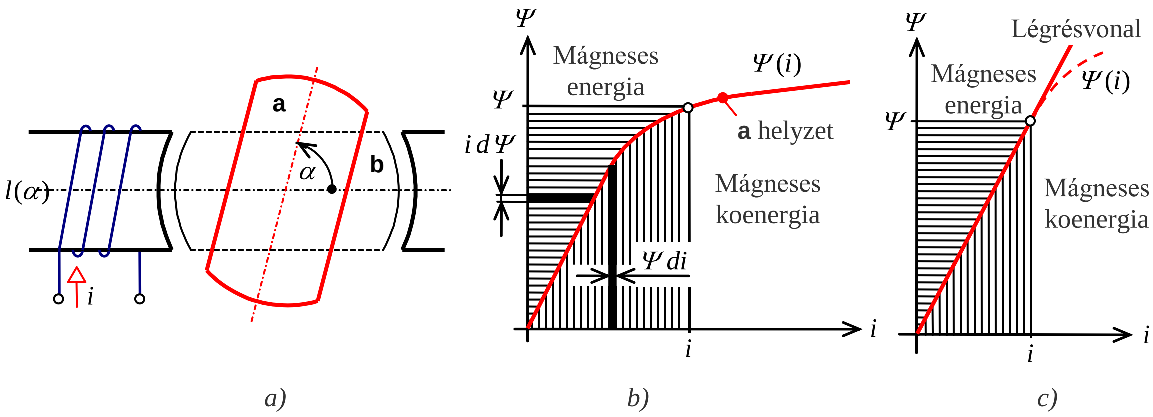
7. A VILLAMOS GÉPEK ELMÉLETÉNEK ÚJABB TÁRGYALÁSI MÓDSZEREI

7.1. A VILLAMOS GÉPEK NYOMATÉKA AZ ENERGIASZEMLÉLET ALAPJÁN

7.1.1. Energiaviszonyok, a nyomatékszámítás alapképletei

A villamos gépek elektromechanikai energiaátalakítók, nyomatékuk a mágneses tér állapotának megváltozásával függ össze. A nyomaték meghatározása érdekében megvizsgáljuk az egy- és kéttekercses gép energiaviszonyait. Vizsgálatunk forrásként [6]-ot használja fel, amely ezt a kérdést részletesebben tárgyalja.

A *7.1a ábrán* felrajzolt egytekercses (állórészoldalról gerjesztett) gép esetén a *7.1b ábra* a forgórész **a** helyzetében mutatja a tekercs valóságos Ψ fluxuskapcsolódását az i áram függvényében. Mint látjuk, a jelleggörbe a vasmagos részek telítődése miatt még a hiszterézis-jelenséget és az örvényáramokat elhanyagolva sem lineáris.



7.1. ábra **Az egyoldalról gerjesztett gépmodell**
a) felépítés; *b)* mágneses energiák; *c)* linearizált eset

A gépben felhalmozott, az állórésztekercs i áramához tartozó *mágneses energia* ebben az *a* forgórészhelyzetben:

$$W_t = \int_0^{\Psi} i\, d\Psi\,, \tag{7.1}$$

amely a mágnesezési görbe feletti vízszintesen vonalkázott területtel egyenlő.

A mágnesezési görbe alatti

$$W_t' = \int_0^i \Psi \, di \tag{7.2}$$

függőlegesen vonalkázott terület pedig definíciószerűen a *mágneses koenergia*.

Nemlineáris esetben a szokásosan egy-, ill. kéttekercses villamos gépek mágneses energiáinak számítása nagyon bonyolult. Segíti az áttekintőképességet és a nyomatékképzés megértését az elméleti közelítésekben gyakran alkalmazott módszer, a telítés elhanyagolása, a $\Psi(i)$ mágnesezési jelleggörbe légrésvonallal közelítése (*7.1c ábra*, a *linearizálás*). Egytekercses gép esetén a tekercsben tárolt mágneses energia ill. a koenergia a vízszintesen, ill. a függőlegesen vonalkázott derékszögű háromszögek területével arányos, és ebből következően egymással egyenlő:

$$W_t = \frac{1}{2} \cdot i \cdot \Psi = \frac{1}{2} \cdot l_a \cdot i^2 = W_t', \tag{7.3}$$

ahol l_a az állórésztekercsnek a forgórész *a* helyzetéhez tartozó öninduktivitása (emlékeztetőül: $\Psi = l \cdot i$). Ennek felhasználásával a tekercsben tárolt mágneses energiának-, és a koenergiának az összege állandó és éppen ($\Psi \cdot i$)-vel egyenlő.

Miközben az elektromechanikai átalakító forgórésze a *7.1a ábra* szerinti ***a*** helyzetből a ***b*** helyzetbe mozog, érvényesülnie kell az energiamegmaradás törvényének. Elektromechanikai átalakítókban az energia négy fajtája lehetséges:

Villamos energia felvétele a tápforrásból	=	Mechanikai energia leadás	+	A tekercsben tárolt energia növekedése	+	Hővé alakuló energia	(7.4)

Ha a gépet első közelítésben veszteségmentesnek (ideálisnak) tekintjük, vagyis a hővé alakuló- (tekercsben-, vasmagban keletkező, a súrlódási- és ventilációs-, valamint a rezgésekből adódó) veszteségeket elhanyagoljuk, (7.4) a következőképpen egyszerűsödik:

Villamos energia felvétele a tápforrásból	=	Mechanikai energia leadás	+	A tekercsben tárolt energia növekedése	(7.5)

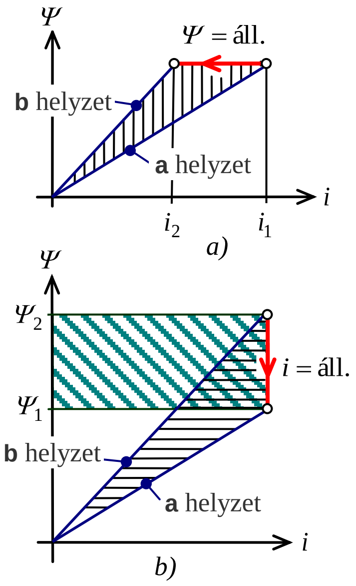
A (7.5) összefüggés természetesen kis változásokra is igaz:

$$dW_v = dW_m + dW_t, \tag{7.6}$$

vagyis a betáplált villamos energia mechanikai munkára és a tekercs mágneses energiájának megváltoztatására fordítódik.

- Vizsgáljuk először azt a linearizált esetet, amikor a forgórész a 7*.1a ábra* szerinti ***a*** forgórészhelyzetből a ***b*** helyzetbe ugrik, eközben a fluxusállandóság elve alapján a tekercccsel kapcsolódó Ψ fluxuskapcsolódás állandó értékű (*7.2a ábra*).

  A *dt* idő alatt a hálózatból felvett villamos energia:



7.2. ábra **Energiaváltozások**
a) a Ψ fluxuskapcsolódás állandó;
b) az i áram állandó

$$d\,W_{\mathrm{v}} = u_{\mathrm{i}} \cdot i \cdot dt = \left(\frac{d\,\Psi}{dt}\right) \cdot i \cdot dt = i \cdot d\,\Psi = 0. \tag{7.7}$$

A villamos hálózatból felvett energia $d\,W_{\mathrm{v}}=0$, mert $d\Psi=0$. A mechanikai energia megváltozása ekkor:

$$d\,W_{\mathrm{m}} = m \cdot d\alpha\,, \tag{7.8}$$

ahol m a nyomaték pillanatértéke és $d\alpha$ az elemi elfordulási szög. Ezekkel (7.6) alapján írható:

$$d\,W_{\mathrm{m}} = m \cdot d\alpha = -d\,W_{\mathrm{t}}\,. \tag{7.9}$$

Az (7.9) összefüggésből a nyomatékot kifejezve:

$$m = -\left(\frac{d\,W_{\mathrm{t}}}{d\,\alpha}\right)_{\Psi=\text{áll.}}. \tag{7.10}$$

Állandó fluxusú változáskor a tekercs koenergiája a függőleges vonalkázással jelölt mértékben nő, tárolt mágneses energiája pedig csökken. Ilyen esetben a tekercs a hálózatból nem vesz fel energiát, a tekercs mágneses energiájának csökkenése a mechanikai energia növelésére fordítódik (nyomaték keletkezik).

Mivel egy adott pontban tekercsben tárolt mágneses energia és a koenergia összege a ($\Psi \cdot i$) állandó, állandó áram melletti változáskor (a 7.2b ábrán felrajzolt áramkényszer alkalmazása esetén) a koenergia megváltozása:

$$W_{\mathrm{t}}' = \Psi \cdot i - W_{\mathrm{t}}\,. \tag{7.11}$$

A differenciákat képezve a koenergia megváltozása:

$$dW_{\mathrm{t}}' = \Psi \cdot di + i \cdot d\Psi - dW_{\mathrm{t}}\,. \tag{7.12}$$

(7.6)-ból behelyettesítve a tárolt mágneses energia megváltozásának $dW_{\mathrm{t}} = dW_{\mathrm{v}} - dW_{\mathrm{m}}$ értékét:

$$dW_{\mathrm{t}}' = \Psi \cdot di + i \cdot d\Psi - dW_{\mathrm{v}} + dW_{\mathrm{m}}\,. \tag{7.13}$$

Mivel a hálózatból felvett villamos energia az (7.7) összefüggés szerint $dW_{\mathrm{v}} = i \cdot d\Psi$, (7.13) az összevonások után:

$$dW_{\mathrm{t}}' = \Psi \cdot di + m \cdot d\alpha\,, \tag{7.14}$$

amiből $i = \text{áll.}$ feltételnél $di=0$, és így a nyomaték:

$$m = \left(\frac{dW_{\mathrm{t}}'}{d\alpha}\right)_{i=\text{áll.}}. \tag{7.15}$$

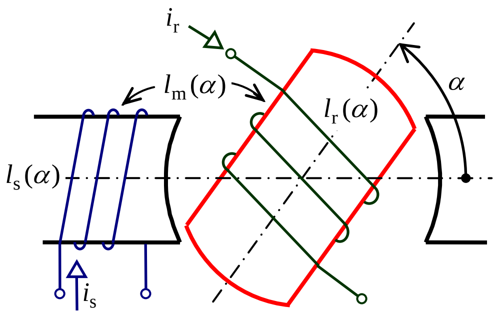
Az előzőleg tárgyalt áramkényszernél a tekercs által a tápforrásból felvett villamos energia (a *7.2b ábrán* a ferdén vonalkázott terület) egyrészt mechanikai munkára fordítódik (nyomaték képződik), másrészt a vízszintesen vonalkázott területnek megfelelő mértékben megnövekszik a tekercsben tárolt mágneses energia.

Amennyiben a változás mértékét megfelelő mértékben csökkentjük (7.10) és (7.15) egymásba megy át, és így a nyomaték akár a tekercsben tárolt mágneses energia megváltozásából, akár a mágneses koenergiából számítható:

$$m=\left(\frac{dW_{\mathrm{t}}^{'}}{d\alpha}\right)_{i=\text{áll.}}=-\left(\frac{dW_{\mathrm{t}}}{d\alpha}\right)_{\Psi=\text{áll.}} \tag{7.16}$$

A (7.16) összefüggések segítségével határozzuk meg most a *7.1a ábrán* felrajzolt egytekercses, állórészoldalról táplált gép nyomatékát. Mivel linearizált esetben a mágneses energia és a koenergia (7.3)-ból $W_{\mathrm{t}}=\frac{1}{2}\cdot i\cdot\Psi=\frac{1}{2}\cdot l\cdot i^2=W_{\mathrm{t}}^{'}$, a nyomaték pillanatértéke:

$$m(t,\alpha)=\frac{1}{2}\cdot i\cdot\left(\frac{d\Psi}{d\alpha}\right)_{i=\text{áll.}}=-\frac{1}{2}\cdot\Psi\cdot\left(\frac{di}{d\alpha}\right)_{\Psi=\text{áll.}}=\frac{1}{2}\cdot i^2(t)\cdot\frac{dl(\alpha)}{d\alpha}\,. \tag{7.17}$$



***7.3. ábra* A kéttekercses gép ön- és kölcsönös induktivitásai**

(7.17) jól használható pl. a csak egyoldalról gerjesztett kapcsolt reluktancia motorok (SRM) nyomatékának számításánál.

Az (7.16) összefüggések kéttekercses gépeknél (*7.3. ábra*) is alkalmazhatók. Linearizált esetben az állórészen és a forgórészen is egy-egy tekerccsel rendelkező gépnél $l_{\mathrm{s}}(\alpha)$ állórész-, $l_{\mathrm{r}}(\alpha)$ forgórész- és $l_{\mathrm{m}}(\alpha)=l_{\mathrm{rs}}(\alpha)=l_{\mathrm{sr}}(\alpha)$ kölcsönös induktivitásokat feltételezve a mágneses energiák:

$$W_{\mathrm{t}}=\frac{1}{2}\cdot l_{\mathrm{s}}(\alpha)\cdot i_{\mathrm{s}}^2+l_{\mathrm{m}}(\alpha)\cdot i_{\mathrm{s}}\cdot i_{\mathrm{r}}+\frac{1}{2}\cdot l_{\mathrm{r}}(\alpha)\cdot i_{\mathrm{r}}^2=W_{\mathrm{t}}^{'}\,. \tag{7.18}$$

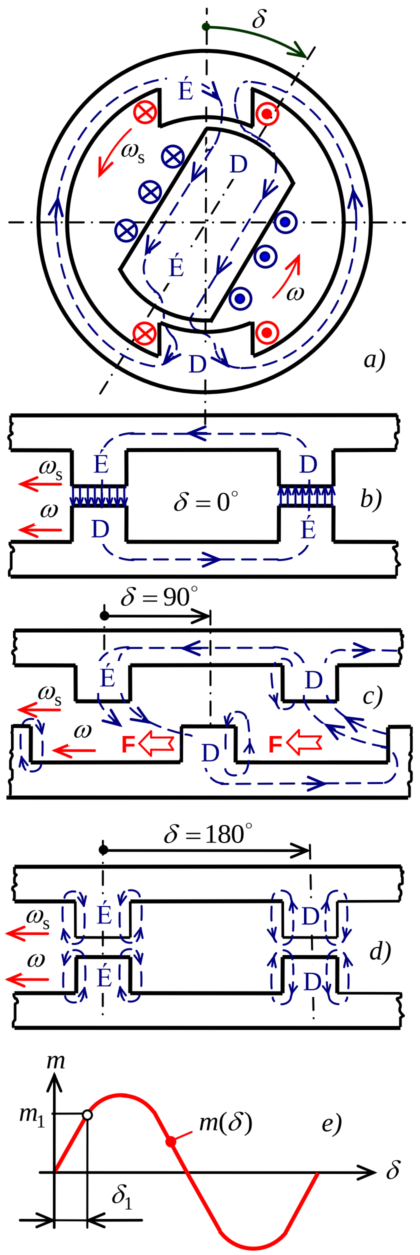
(7.18)-at (7.16)-ba helyettesítve a kéttekercses linearizált gép nyomatékának pillanatértéke:

$$m(t,\alpha)=\left(\frac{dW_{\mathrm{t}}^{'}}{d\alpha}\right)_{i=\text{áll.}}=\frac{1}{2}\cdot i_{\mathrm{s}}^2(t)\cdot\frac{dl_{\mathrm{s}}(\alpha)}{d\alpha}+i_{\mathrm{s}}(t)\cdot i_{\mathrm{r}}(t)\cdot\frac{dl_{\mathrm{m}}(\alpha)}{d\alpha}+\frac{1}{2}\cdot i_{\mathrm{r}}^2(t)\cdot\frac{dl_{\mathrm{r}}(\alpha)}{d\alpha}\,. \tag{7.19}$$

A nyomaték pillanatértékére kapott (7.16) összefüggés a levezetésénél alkalmazott korlátozásokkal általános érvényű. A következőkben azt vizsgáljuk, hogy ennek a nyomatéknak mikor van a zérustól eltérő középértéke, vagyis mikor jöhet létre és mekkora a nyomaték *átlagos* értéke.

7.1.2. A frekvenciafeltétel

Minden villamos gép állandósult nyomatékának feltétele két kölcsönhatásban lévő, összetapadt, azonos pólusszámú pólusrendszer. Az egyes gépfajták csak abban különböznek egymástól, hogy milyen módszerrel hozzuk létre ezt az összetapadt pólusrendszert, és hogy ezek az állórészhez, ill. a forgórészhez képest mozgásban, vagy nyugalomban vannak-e .



7.4. ábra **A mágneses erővonalak és a tangenciális erők képződése összetapadt pólusrendszerek esetén**

a) A terhelési szög motoros üzemben;
b) terheletlen állapot ($\delta = 0°$, $m = 0$;
c) a terhelési szög $\delta = 90°$, $m = m_{max}$;
d) a terhelési szög $\delta = 180°$, $m = 0$;
e) a nyomaték (tangenciális erő) változása a terhelési szög függvényében;

A *7.4. ábrán* feltételeztük, hogy az állórészen és a forgórészen elhelyezett, külön-külön gerjesztett mágnesrendszereket ω_s és ω szögsebességekkel forgatjuk, miközben előjelhelyesen mérjük a forgatáshoz szükséges nyomatékigényt. A *7.4a ábrán* felrajzolt kétpólusú gépnél azt a pillanatot rajzoltuk fel, amikor forgásirányban a forgórész δ terhelési szöggel lemaradt az állórészhez képest. A *7.4b...7.4d ábrákon* a mozgatott pólusrendszereket a síkba kiterítettük.

Az ábrákba berajzoltuk a mágneses erővonalakat. Az erővonalakat rugalmas gumiszálaknak képzelhetjük, amelyek alaphelyzetben vannak amikor a forgórész déli pólusa az állórész északi pólusa alatt helyezkedik el (*7.4b ábra*), ekkor az állórész és a forgórész mágneses tengelyei között mért szög $\delta = 0$. A terhelést növelve (a forgórészt azonos szögsebességgel, de δ szög lemaradással forgatva) a gumiszálak megnyúlnak (tangenciális erők lépnek fel), a forgógép nyomatékot ad le. A tangenciális erők maximális értékűek $\delta = 90°$-os szögnél (*7.4c ábra*).

A szöget tovább növelve az ellentétes mágneses polaritású pólushoz kapcsolódó erővonalak fokozatosan „elszakadnak”, a nyomaték csökken. Zérus lesz a nyomaték $\delta = 180°$-os szögnél, amikor az azonos polaritású mágneses pólusok kerülnek egymás alá (*7.4d ábra*).

A szöget még tovább növelve a tangenciális erők $\delta = 180...360°$ között ellentétes irányúak. A tangenciális erők változását a két pólusrendszer közötti δ szög függvényében mutatja a *7.4e ábra*.

Az ábrából több következtetést is levonhatunk: egyrészt zérus lesz a tangenciális erővel arányos nyomaték középértéke (vagyis *pulzáló nyomaték* keletkezik), ha a forgórész körbefordul az állórész pólusrendszeréhez képest, másrészt akkor lesz állandósult nyomatékunk, ha az azonos sebességgel forgó pólusrendszerek mágneses tengelye között van egy δ szögeltérés.

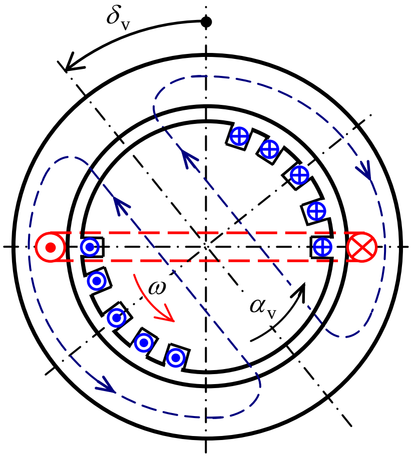
A továbbiakban a *7.5. ábrán* felrajzolt, mindkét oldalon hengeres felépítésű, egy-egy fázistekerccsel rendelkező gépet vizsgálunk. A vastestek hengeres kialakítása miatt a tekercsek a kerület menti körbefordulás közben végig azonos mágneses ellenállást „látnak”, ezért az $l_\mathrm{s}(\alpha) = L_\mathrm{s} =$ áll. és $l_\mathrm{r}(\alpha) = L_\mathrm{r} =$ áll. A nyomaték (7.19) kifejezéséből így csak a középső tag marad meg:

$$m(t,\alpha) = i_\mathrm{s}(t)\cdot i_\mathrm{r}(t)\cdot \frac{dl_\mathrm{m}(\alpha)}{d\alpha}\,. \tag{7.20}$$

Folyjék az állórész tekercselésben $i_\mathrm{s}(t) = I_\mathrm{s}\cdot\sin\omega_\mathrm{vs}t$ áram, a forgórész tekercselésben $i_\mathrm{r}(t) = I_\mathrm{r}\cdot\sin\omega_\mathrm{vr}t$ áram és a forgórész szögelfordulása történjen az

$$\alpha_\mathrm{v}(t) = p\cdot(\omega t + \delta) = \omega_\mathrm{v} t + \delta_\mathrm{v} \tag{7.21}$$

időfüggvény szerint. (Emlékeztetőül: *v* index-el jelöljük a villamos szögsebességeket.)



$l_\mathrm{s}(\alpha) = L_\mathrm{s} =$ áll. $\quad l_\mathrm{r}(\alpha) = L_\mathrm{r} =$ áll.

7.5. ábra **A hengeres álló- és forgórészű gép öninduktivitásai**

Ha a δ_v szöget a *7.5.* ábrán látható módon mérjük, az állórész- és forgórész tekercsek közötti kölcsönös induktivitások az α_v villamos szögelfordulás ($p \geq 1$ esetén $\alpha_\mathrm{v} = p\cdot\alpha_\mathrm{g}$) koszinusz függvénye szerint változnak:

$$l_\mathrm{m}(\alpha) = l_\mathrm{rs}(\alpha) = l_\mathrm{sr}(\alpha) = L_\mathrm{rs}\cdot\cos\alpha_\mathrm{v}\,. \tag{7.22}$$

A fluxuskapcsolódás és így a mágneses vezetőképesség a *7.5. ábra* szerint δ_v = 0°-nál a legnagyobb, az ehhez a helyzethez tartozó kölcsönös induktivitás L_rs értékű. A kölcsönös induktivitás δ_v = 90°-nál zérus. (7.21) felhasználásával (7.20)-ból a nyomaték:

$$m(\alpha_\mathrm{v}) = -I_\mathrm{s}\cdot I_\mathrm{r}\cdot L_\mathrm{rs}\cdot\sin\omega_\mathrm{vs}t\cdot\sin\omega_\mathrm{vr}t\cdot\sin(\omega_\mathrm{v}t+\delta_\mathrm{v}). \tag{7.23}$$

Ebből a nyomaték az ismert szögfüggvény átalakítások felhasználásával az

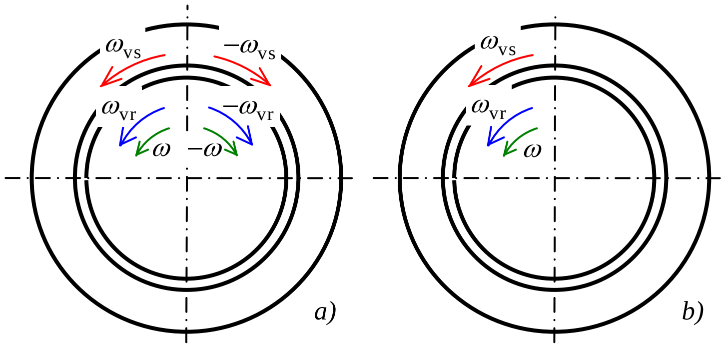
$$m(t,\alpha) = \frac{I_\mathrm{s}\cdot I_\mathrm{r}\cdot L_\mathrm{rs}}{4}\cdot\left\{\begin{matrix}\sin\left[(\omega_\mathrm{v}+\omega_\mathrm{vs}-\omega_\mathrm{vr})t+\delta\right]+\sin\left[(\omega_\mathrm{v}-\omega_\mathrm{vs}+\omega_\mathrm{vr})t+\delta_\mathrm{v}\right]\\ -\sin\left[(\omega_\mathrm{v}+\omega_\mathrm{vs}+\omega_\mathrm{vr})t+\delta\right]-\sin\left[(\omega_\mathrm{v}-\omega_\mathrm{vs}-\omega_\mathrm{vr})t+\delta_\mathrm{v}\right]\end{matrix}\right\}. \tag{7.24}$$

alakba írható. Átlagos (zérustól eltérő, *nem pulzáló*) nyomatékot akkor kapunk, ha *t* valamelyik együtthatója zérus. Ez akkor teljesül, ha az

$$\omega_\mathrm{v} = \pm\,\omega_\mathrm{vs} \pm \omega_\mathrm{vr}\,, \quad \text{és} \quad \sin\delta_\mathrm{v} \neq 0 \tag{7.25}$$

egyenletben megfogalmazott ún. *frekvenciafeltétel*ek legalább egyike megvalósul. Ez nem zárja ki, hogy az állandó nyomatékot létrehozó komponensen kívül valamelyik másik is létrehozzon nyomatékot. Ez utóbbi(ak) azonban zérus középértékű, pulzáló nyomaték(ok) lesz(nek), amely(ek)nek a jelenléte a gép üzeme szempontjából nem kívánatos.

A *7.6a ábrán* felrajzoltuk a lehetséges eseteket. Ezek a *Ferraris* tételből közvetlenül is következnek. A Ferraris-tétel ugyanis kimondja, hogy bármelyik lüktető mező (márpedig mind az állórész-, mind a forgórész tekercsben folyó szinuszos áram lüktető mezőt hoz létre) felbontható két fele akkora amplitúdójú, egymással szembeforgó mezőre. A többfázisú (a gyakorlatban két- és háromfázisú) rendszerek alkalmazása azért célszerű, mert ezek bizonyos feltételek teljesülése esetén nem lüktető, hanem forgómezőt hoznak létre. Ekkor a (7.24)-ben megfogalmazott négy feltétel közül mindig <u>*csak egy fog teljesülni*</u>. Például a



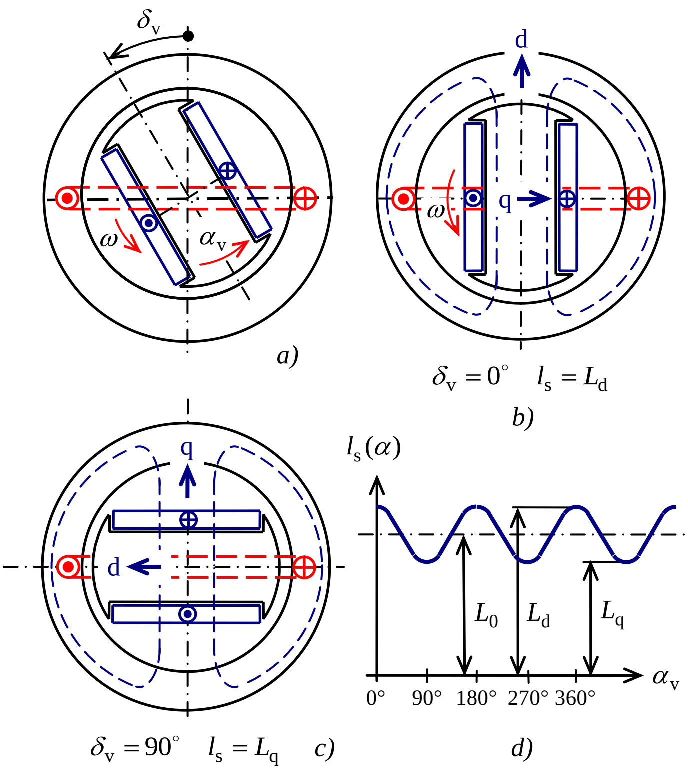
7.6. ábra **Az álló és a forgórész vele- és elleneforgó mezői**
a) lüktető mező esetén; *b)* forgómező esetén

$$\omega_v = +\omega_{vs} - \omega_{vr}, \quad \text{és} \quad \sin\delta_v \neq 0 \tag{7.26}$$

feltétel teljesülése esetén (*7.6b ábra*) nem keletkeznek pulzáló nyomatékok. A (7.25)-ben megfogalmazott többi feltétel ekkor fázissorrend-cserével lehetőséget nyújt a gép forgásirányának megváltoztatására. A (7.26) frekvenciafeltétel kielégítése esetén az állandósult nyomaték az

$$M = -L_{rs} \cdot I_s \cdot I_r \cdot \sin\delta_v = M_{Bh} \cdot \sin\delta_v = c_M \cdot (\bar{\mathbf{i}}_s \times \bar{\mathbf{i}}_r) \tag{7.27}$$

összefüggés szerint arányos az állórész- és a forgórész árammal, valamint a közöttük lévő szög szinuszával. {$\bar{\boldsymbol{i}}_r$-t és $\bar{\boldsymbol{i}}_s$-t vektoroknak tekintve a nyomaték arányos az $\bar{\boldsymbol{i}}_s \times \bar{\boldsymbol{i}}_r$ *vektoriális szorzat*tal, lásd még ezzel kapcsolatban később a (7.69) összefüggést.} Ezt a *7.8a ábrán* felrajzolt nyomatékot szokták *hengeres-* ill. *gerjesztési nyomatéknak* is nevezni kiindulva a gép forgó- és állórészének hengeres kialakításából, ill. hogy a képződéséhez a forgórészt is gerjeszteni kell (M_{Bh} az ilyen esetben fellépő legnagyobb nyomaték, az ún. *billenőnyomaték*).



7.7. ábra **Kiálló pólusú gép öninduktivitásának változása**
a) kiálló pólusú forgórész; *b)* az állórész induktivitás hosszirányban *c)* az állórész induktivitás keresztirányban *d)* az állórész induktivitás változása az elfordulás függvényében

A továbbiakban vizsgáljunk meg még egy nyomatékfajtát! Ehhez tételezzük fel, hogy a *7.1a ábrával* összehasonlítva a gép forgórésze nem hengeres, hanem ún. *kiálló* *pólusú* (*7.7a ábra*). Ennek az a jellegzetessége, hogy a forgórész forgása közben az állórészen elhelyezett tekercselés fluxussal kapcsolódó mágneses vezetőképessége az α szögelfordulás közben változó. Legnagyobb a mágneses vezetőképesség és így az L_d induktivitás akkor, amikor az állórész-tekercs tengelye egybeesik a forgórész *hosszirányú* mágneses tengelyével, az ún. *d*-iránnyal (*7.7b ábra*); legkisebb pedig az erre villamosan merőleges *q kereszt*irányban, amelyhez L_q (zérustól eltérő) induktivitás tartozik. Az induktivitás változását a szögelfordulás függvényében a *7.7d ábrán* rajzoltuk fel. Láthatóan az állórész induktivitás az

$$l_s(\alpha_v) = L_0 + \frac{(L_d - L_q)}{2} \cdot \cos 2\alpha_v \tag{7.28}$$

összefüggés szerint változik. Ekkor (7.19) és (7.21) felhasználásával:

$$m(t,\alpha_v) = i_s(t) \cdot i_r(t) \cdot \frac{dl_m(\alpha_v)}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_s^2 \cdot \frac{dl_s(\alpha_v)}{d\alpha}. \tag{7.29}$$

Behelyettesítve az induktivitásokat és elvégezve a differenciálást a pillanatnyi nyomaték:

$$m(t,\alpha_v) = -i_s(t) \cdot i_r \cdot \sin\alpha_v + \frac{1}{2} i_s^2(t) \cdot (L_d - L_q) \cdot \sin 2\alpha_v. \tag{7.30}$$

Folyjék ismét az állórész tekercselésben $i_s(t) = I_s \cdot \sin\omega_{vs} t$ áram, a forgórész tekercselésben $\boldsymbol{i_r(t) = I_r \cdot \sin\omega_{vr} t}$ áram és a forgórész szögelfordulása történjen az $\alpha_v(t) = p \cdot (\omega t + \delta) = \omega_v t + \delta_v$ időfüggvény szerint. Ezekkel az első tagra a (7.25) összefüggésből a már ismert frekvenciafeltételt, és (7.27) kapcsán ismertetett hengeres nyomatékot kapjuk. A második, a mágneses ellenállás változásából származó, és ezért *reluktancia*-nyomatéknak nevezett komponens létrejöttének feltétele:

$$m(t,\alpha_v) = \frac{I_s^2 \cdot (L_d - L_q)}{2} \cdot \sin^2 \omega_{vs} t \cdot \sin(2\omega_v t + 2\delta_v) =$$

$$= \frac{I_s^2 \cdot (L_d - L_q)}{8} \cdot \begin{Bmatrix} 2 \cdot \sin(2\omega_v t + 2\delta_v) - \\ -\sin[2(\omega_v + \omega_{vs})t + 2\delta_v] - \sin[2(\omega_v - \omega_{vs})t + 2\delta_v] \end{Bmatrix}. \tag{7.31}$$

(7.31) első tagja csak $\omega_v = 0$ álló helyzetben nem eredményez pulzáló nyomatékot, a második és harmadik tagja pedig csak ha $\sin 2\delta_v \neq 0$, azaz az

$$\omega_v = \pm\omega_{vs}, \tag{7.32}$$

állórész *szinkron fordulatszám*okon. Ekkor a reluktancianyomaték értéke:

$$M_r(\delta_v) = I_s^2 \cdot \frac{L_d - L_q}{8} \cdot \sin 2\delta_v = M_{Br} \cdot \sin 2\delta_v, \tag{7.33}$$

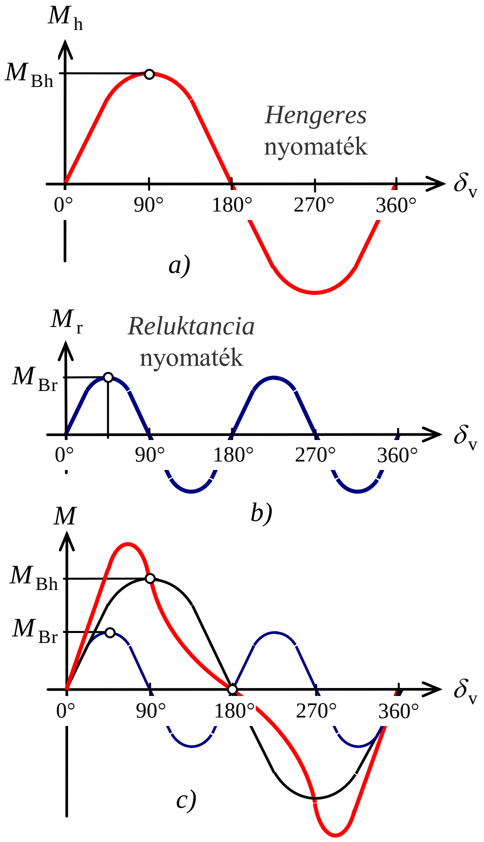
ahol M_{Br} a nyomaték maximális értéke. (7.33)-ból látható, hogy a reluktancianyomaték kialakulásának nem feltétele, hogy a forgórész tekercsben áram folyjon (vagyis a forgórészen nem szükséges gerjesztőtekercset elhelyezni). Feltétel viszont, hogy a mágneses vezetőképesség *d* és *q* irányban különbözzék. Ez a nyomaték $\sin 2\delta_v$ szerint változik (*7.8b ábra*). Az ilyen elven működő gépek a *reluktanciamotorok.*

A hengeres- (*7.8a ábra*) és a reluktancia (*7.8b ábra*) nyomatékkomponensek az állórész szinkron fordulatszámán kiálló pólusú, kétoldalról gerjesztett gépeknél együtt is felléphetnek (*7.8c ábra*):

$$M(\delta_v) = M_{Bh} \cdot \sin\delta_v + M_{Br} \cdot \sin 2\delta_v \qquad (7.34)$$

A *7.1.2. pont* elején már megállapítottuk, hogy minden villamos gép állandósult nyomatékának feltétele két együttforgó mező, két összetapadt, azonos pólusszámú pólusrendszer. Ezt egészíti ki a frekvenciafeltétel, amely azt mondja meg, hogy ez milyen forgórész fordulatszámokon lehetséges. A nyomatéki összefüggésekből látszik továbbá, hogy a nyomaték zérustól eltérő értékéhez az szükséges, hogy a két pólusrendszer mágneses tengelyei között szögeltérés legyen.

Vizsgáljuk meg most, hogy az egyes forgógépek hogyan teljesítik az itt megfogalmazott feltételeket! Vizsgálatunkban induljunk ki a (7.26)-ban megfogalmazott $\omega_v = +\omega_{vs} - \omega_{vr}$ frekvenciafeltételből!



7.8. ábra A kiálló pólusú gép nyomatékkomponensei
a) a hengeres nyomaték; *b)* a reluktancia-nyomaték *c)* az eredő nyomaték

- *Gerjesztett szinkron gépek* esetén (amelyek lehetnek hengeres- és kiálló pólusú forgórészűek) a gép forgórészét egyenárammal gerjesztjük, ezért a forgórész mező a forgórész *d*-tengelyéhez rögzített: $\omega_{vr} = 0$. Ebben az esetben a frekvenciafeltétel egyedül az

$$\omega_v = \omega_0 = \omega_{vs}$$

gerjesztő állórész frekvencia és a póluspárok száma által megszabott *forgórész szinkron szögsebességen* teljesül. Ezért ezt a nyomatékot *szinkron jellegűnek* nevezzük. A forgórész kialakításától függően reluktancia nyomaték is felléphet.

- *Reluktancia motorok*nál csak az állórészt gerjesztjük, a forgórész tekercs nélküli. A nyomaték képzéséhez kiálló pólusú (*d* és *q* irányban eltérő mágneses ellenállású) forgórész-kialakítás szükséges. Az $\omega_v = \omega_0 = \omega_{vs}$ frekvenciafeltétel álló állapotban és szinkron fordulatszámon teljesül (ez a nyomaték is *szinkron* jellegű).

- *Aszinkron gépek* esetén az állórész által a forgórészbe transzformátorosan átindukált feszültség hatására a forgórészben

$$\omega_{vs} - \omega_v = s \cdot \omega_0$$

körfrekvenciájú, az állórész által létrehozott forgómező és a forgórész fordulatszáma közötti fordulatszám-eltéréssel, az *s szlip*pel arányos frekvenciájú feszültség indukálódik. A feszültség azonos szlipfrekvenciájú áramot indít, amely a forgórészhez képest $\omega_{vs} - \omega_{v} = s \cdot \omega_{0}$ körfrekvenciával az állórész mező irányába forgó mezőt hoz létre. Ezzel a frekvenciafeltétel azonosságszerűen teljesül minden fordulatszámon. A forgórészben szinkron fordulatszámon nem indukálódik feszültség (a tekercsekben az együttforgás miatt nincs fluxusváltozás), ezért szinkron fordulatszámon nem keletkezik nyomaték. Az ilyen módon képzett nyomatékot *aszinkron jellegű* nyomatéknak nevezzük. A nyomaték képzéséhez az szükséges, az állórész fluxusra merőleges forgórész áramkomponens-igény miatt a forgórész ellenállásnak zérustól eltérőnek kell lennie.

- *Egyenáramú gépek esetén mind az állórészt, mind a forgórészt egyenárammal* gerjesztjük, ezért az $\omega_{vs} = 0$ és $\omega_{vr} = 0$ feltételek esetén az $\omega_{v} = +\omega_{vs} - \omega_{vr} = 0$ frekvenciafeltétel csak zérus fordulatszámon teljesülhetne. A problémát a *kommutátor-kefe együttes mint frekvenciaátalakító* oldja meg a $0 \rightarrow \omega_{vr}$ frekvenciaátalakítással. (A kommutátor-kefe együttes ugyanis egy olyan frekvenciaátalakító, amelynél a kefékről levehető feszültség frekvenciáját a feszültséget indukáló mező- és a kefék relatív fordulatszáma szabja meg.) Ezzel a frekvenciaátalakítással egyenáramú gépek esetén az $\omega_{v} = \omega_{vr}$ frekvenciafeltétel minden forgórész fordulatszámon teljesül.

  A mechanikus kommutálás további előnye, hogy a forgórész gerjesztést a terheléstől függetlenül az állórész fluxusra merőlegesen rögzíti, és így a nyomaték a $\sin\delta_{v} = \sin 90° = 1$ miatt maximális értékű lesz.

7.2. PARK VEKTOROK

A Park vektorok a háromfázisú mennyiségeket egyetlen tér-idő vektorba foglalják össze, alkalmazásuk különösen a nemszimmetrikus, tranziens viszonyok tanulmányozása esetén előnyös. Több elnevezése is ismeretes: *háromfázisú-vektor, térvektor, Park-Gorev vektor, Rácz-vektor*. A vektorok oszcilloszkóp-, vagy számítógép képernyőjén történő megjelenítésükkel sokszor áttekinthetőbbé teszik a lezajló folyamatokat, mint az időfüggvények. Segítségükkel következtetéseket vonhatunk le a háromfázisú rendszer felharmonikus-tartalmáról, vagy hibáiról (pl. egy fázis szakadása).

7.2.1. Park-vektor alapfogalmak

7.2.1.1. A vektor definíciója

A vektorok definíciós egyenleteit az áramvektorra írjuk fel és tulajdonságait az áramvektor elemzése alapján végezzük, de a leírtak a többi fizikailag értelmezhető vektorra: a *gerjesztés*-re, a *feszültség*-re, és a *fluxus*-ra is érvényesek. A Park-vektorokat megkülönböztetésül az eddig használt vektoroktól vastag betűvel jelöljük.

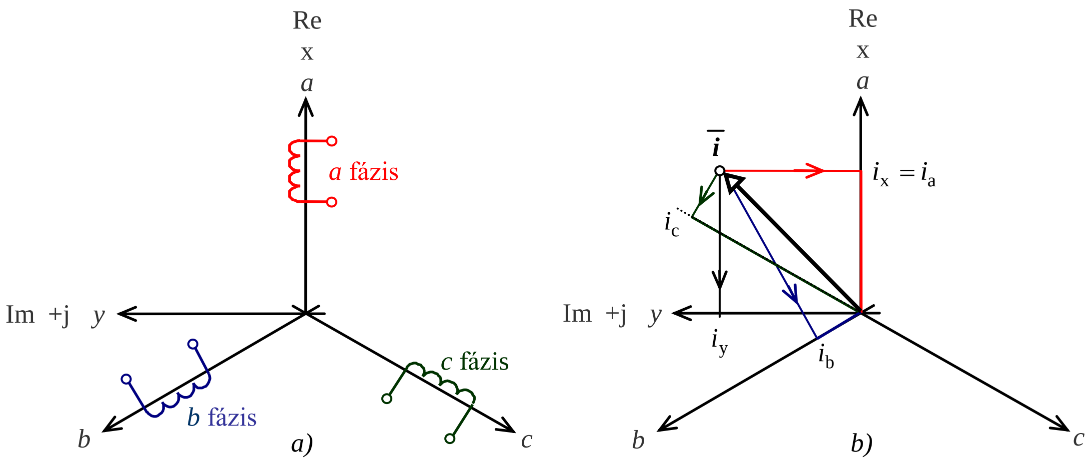
Az áram Park-vektor (a továbbiakban egyszerűen csak áramvektor) definíciós egyenlete:

$$\bar{\boldsymbol{i}} = \frac{2}{3} \cdot \left(i_\mathrm{a} + \bar{a} \cdot i_\mathrm{b} + \bar{a}^2 \cdot i_\mathrm{c} \right), \tag{7.35}$$

amelyben

$$\bar{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{és} \quad \bar{a}^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{7.36}$$

a háromfázisú rendszerek tárgyalásánál is használt (+120°-ot és -120°-ot) forgató), komplex egységvektorok. A vektor nem tartalmazza az i_0 zérus sorrendű (azonos fázisú) összetevőt, mert a mindhárom fázisban fellépő i_0-t a (7.35) definíciós egyenletbe helyettesítve, abból az $1 + \bar{a} + \bar{a}^2 = 0$ azonosság miatt kiesik. Ezért a zérus sorrendű összetevőt külön kell figyelembe venni.



7.9. ábra **Park vektorok**
a) A Park-vektorok értelmezésénél használt koordináta-rendszer;
b) a vetület-szabály és az x-y összetevőkre bontás

A vektoroknál alkalmazott koordinátarendszert és a fázistekercsek *térbeli* elhelyezkedését a *7.9a ábrán* rajzoltuk fel. Mivel a Park-vektorok bevezetésénél a fázissorrend ellentétes volt, mint amit a jelenlegi szabvány előír, (7.35)-ben és a továbbiakban megkülönböztetésül, a könyv előző fejezeteiben használt jelölésektől eltérően *s*-el jelöljük az állórész-, *r*-el a forgórész mennyiségeket, ill. *a*, *b* és *c*-vel a fázisokat.

7.2.1.2. A vetületszabály

Az alábbi egyenletekben megadott

$$i_\mathrm{a} = \mathrm{Re}\left[\bar{\boldsymbol{i}}\right], \quad i_\mathrm{b} = \mathrm{Re}\left[\bar{a}^2 \cdot \bar{\boldsymbol{i}}\right] \quad \text{és} \quad i_\mathrm{c} = \mathrm{Re}\left[\bar{a} \cdot \bar{\mathbf{i}}\right] \tag{7.37}$$

ún. *vetületszabályok* szerint a vektornak az adott fázistekercs tengelyére eső merőleges vetülete az illető fázismennyiségek pillanatértékeit adja. A vetületeket egy adott időpillanatban berajzoltuk a *7.9b ábrába*.

A vetületszabály könnyen bizonyítható a definíciós egyenletbe helyettesítéssel. Például az *a* fázisra:

$$i_a = \mathrm{Re}[\bar{\boldsymbol{i}}] = \mathrm{Re}\left\{\frac{2}{3}\cdot\left[i_a + \left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot i_b + \left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot i_c\right]\right\} =$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\left[\frac{3}{2}\cdot i_a - \frac{1}{2}(i_a + i_b + i_c)\right],$$

amely a zérus sorrendű áramok nélkül ($i_a + i_b + i_c = 0$ miatt) i_a-val egyenlő.

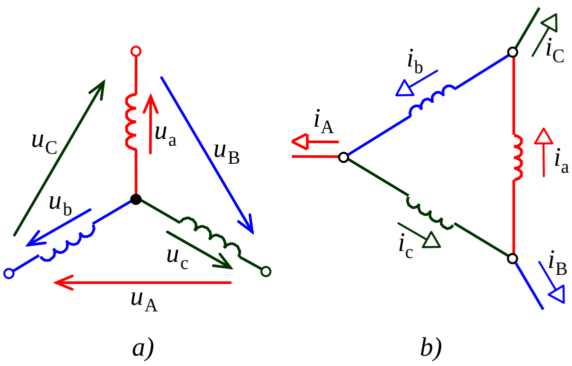
7.2.1.3. A vektor megjelenítése

A vektor láthatóvá tétele, és néha a számítások egyszerűsítése érdekében a vektort célszerű derékszögű x-y komponensekre bontani. (Megjelenítéskor az *x* koordináta-értékkel az oszcilloszkóp függőleges-, az -*y* koordinátával pedig a vízszintes eltérítését vezéreljük.) Az x-y komponensekre bontás összefüggései a {a *7.9b ábra* és a (7.35) definíciós összefüggésbe helyettesítés alapján $i_a + i_b + i_c = 0$-t feltételezve}:

$$\bar{\boldsymbol{i}} = i_x + j\cdot i_y, \text{ amelyben } i_x = \mathrm{Re}[\bar{\boldsymbol{i}}] = i_a \quad \text{és} \quad i_y = \mathrm{Im}[\bar{\boldsymbol{i}}] = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot(i_b - i_c). \tag{7.38}$$

7.2.1.4. A vonali vektor

Gyakran a háromfázisú rendszer nullavezető nélküli. Ilyenkor a fázisértékek helyett a vonali értékekkel dolgozunk. A térvektorok esetén szokásos vonatkoztatási irányokat csillagkapcsolásra a *7.10a ábra*, háromszögkapcsolásra a *7.10b ábra* mutatja.



7.10. ábra **Park vektor vonali vonatkozási irányok**
a) csillagkapcsolás; *b)* háromszögkapcsolás

Az ábrák alapján a vonali áramok ill. vonali feszültségek definíciói:

$$i_A = i_b - i_c, \quad i_B = i_c - i_a \quad \text{és} \quad i_C = i_a - i_b; \tag{7.39}$$

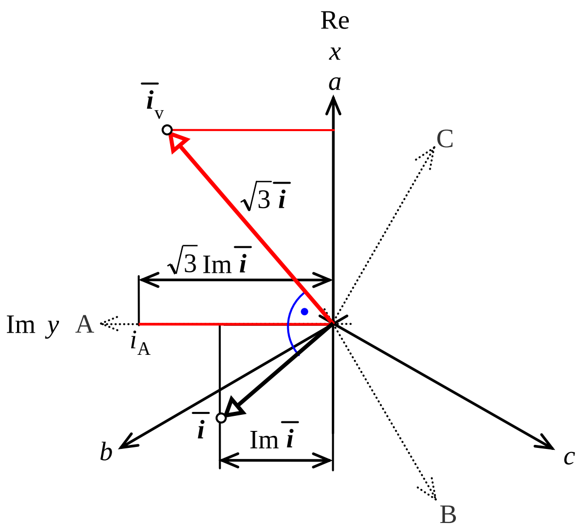
illetve

$$u_A = u_b - u_c, \quad u_B = u_c - u_a \quad \text{és} \quad u_C = u_a - u_b. \tag{7.40}$$

A vonali értékeket a (7.35) definíciós összefüggésbe helyettesítve és elvégezve az átalakításokat a vonali áramvektor:

$$\bar{\boldsymbol{i}}_v = \frac{2}{3}\cdot\left(i_A + \bar{a}\cdot i_B + \bar{a}^2\cdot i_C\right) = \left(\bar{a}^2 - \bar{a}\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(i_a + \bar{a}\cdot i_b + \bar{a}^2\cdot i_c\right)$$

$$\bar{\boldsymbol{i}}_v = \left(\bar{a}^2 - \bar{a}\right)\cdot\bar{\boldsymbol{i}} = -j\cdot\sqrt{3}\cdot\bar{\boldsymbol{i}}. \tag{7.41}$$



7.11. ábra **Az A-B-C koordináta-rendszer a vonali vektor pillanatértékeinek fázisvektorból történő meghatározásához**

A (7.39) szerint értelmezett vonali vektor tehát 90°-al késik a fázisvektorhoz képest, nagysága pedig a fázisérték $\sqrt{3}$-szorosa. A vonali pillanatértékeket bizonyíthatóan megkaphatjuk, ha fázis-vektort a *7.11. ábra* szerinti A-B-C tengelyekre vetítjük és $\sqrt{3}$-al szorozzuk. Például az i_A vonali áramra (7.37)-el analóg módon írható:

$$i_A = \mathrm{Re}[\bar{\boldsymbol{i}}_v] = \mathrm{Re}[-j\cdot\sqrt{3}\cdot\bar{\boldsymbol{i}}] = \\ = \sqrt{3}\cdot\mathrm{Im}[\bar{\boldsymbol{i}}] = \sqrt{3}\cdot i_y \qquad (7.42)$$

Nullavezető nélküli esetben a megjelenítéshez szükséges x-y komponensek a vonali értékekből számíthatók.

(7.38)-at és (7.39)-et felhasználva:

$$i_x = i_a = \frac{1}{3}\cdot(i_C - i_B) \quad \text{és} \quad i_y = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot(i_b - i_c) = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot i_A = -\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot(i_C + i_B). \qquad (7.43)$$

(7.43) azt mutatja, hogy az x-y komponens meghatározáshoz elegendő csak az i_B és i_C vonali értékek ismerete, illetve tárolása.

7.2.1.5. Szimmetrikus összetevők

Tételezzük fel, hogy egy szimmetrikus háromfázisú, *pozitív sorrendű* rendszert vizsgálunk, melyet az alábbi időbeli egyenletek írnak le:

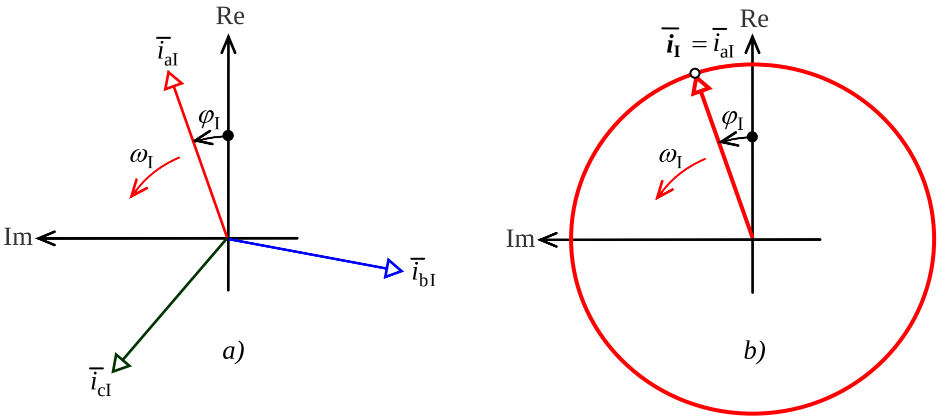
$$\begin{Bmatrix} i_{aI} = I_I\cdot\cos(\omega_I t + \varphi_I) \\ i_{bI} = I_I\cdot\cos(\omega_I t + \varphi_I - 2\pi/3) \\ i_{cI} = I_I\cdot\cos(\omega_I t + \varphi_I - 4\pi/3) \end{Bmatrix} \quad . \qquad (7.44)$$

A (7.44)-ben megadott időfüggvényeket a (7.35) definíciós egyenletbe helyettesítve rövid átalakítások után a pozitív sorrendű áramra az

$$\bar{\boldsymbol{i}}_I = I_I\cdot e^{j\varphi_I}\cdot e^{j\omega_I t} = \bar{\boldsymbol{I}}_I\cdot e^{j\omega_I t} = \bar{i}_{aI}\,. \qquad (7.45)$$

összefüggést kapjuk. Az összefüggés szerint a szimmetrikus, pozitív sorrendű áram Park-vektora megegyezik az *a* fázis komplex vektorával, azaz változatlan amplitúdóval és ω_I szögsebességgel pozitív irányban forog, végpontja kört ír le.

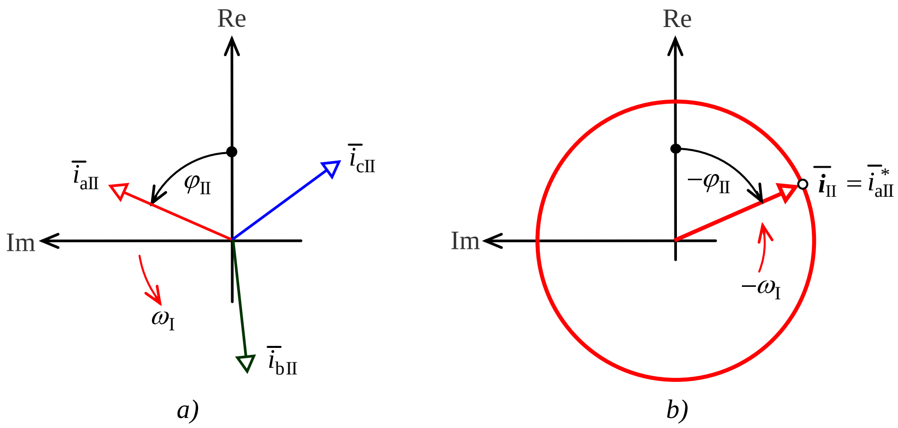
A *7.12a ábrán* a pozitív sorrendű vektorrendszert, a *7.12b ábrán* a Park-vektort és a végpontja által leírt pályát rajzoltuk fel.



7.12. ábra **A pozitív sorrendű rendszer**
a) a pozitív sorrendű háromfázisú rendszer; *b)* a pozitív sorrendű rendszer Park-vektora

Második esetként egy szimmetrikus háromfázisú, *negatív sorrendű* rendszert vizsgálunk, melyet az alábbi időbeli egyenletek írnak le:

$$\left\{\begin{aligned} i_{aII} &= I_{II}\cdot\cos(\omega_{II}t+\varphi_{II}) \\ i_{bII} &= I_{II}\cdot\cos(\omega_{II}t+\varphi_{II}+2\pi/3) \\ i_{cII} &= I_{II}\cdot\cos(\omega_{II}t+\varphi_{II}+4\pi/3) \end{aligned}\right\}. \tag{7.46}$$



7.13. ábra **A negatív sorrendű rendszer**
a) a negatív sorrendű háromfázisú rendszer; *b)* a negatív sorrendű rendszer Park-vektora

A (7.46)-ben megadott időfüggvényeket a (7.35) definíciós egyenletbe helyettesítve rövid átalakítások után a negatív sorrendű áramra az

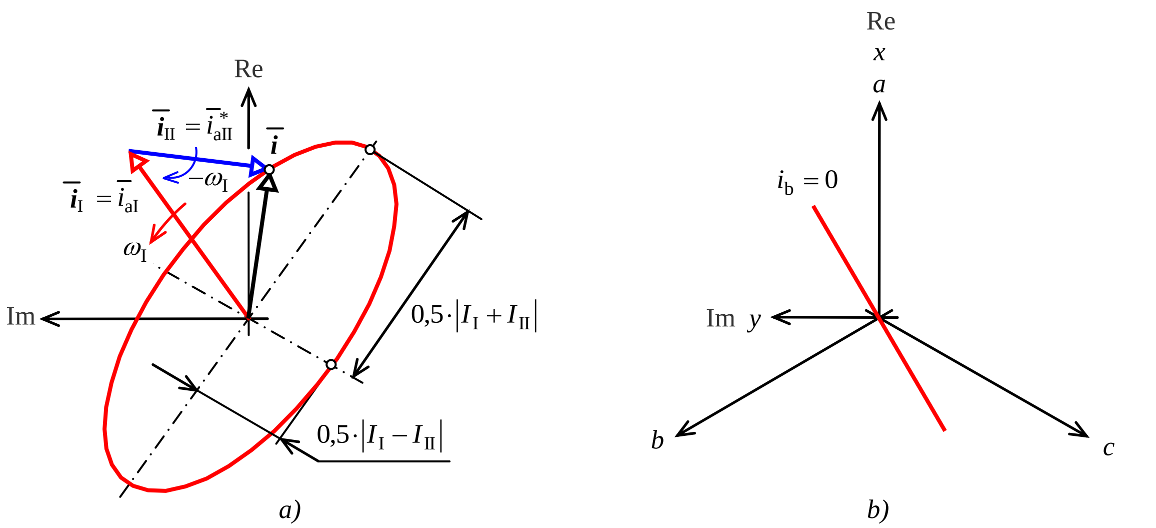
$$\bar{\boldsymbol{i}}_{II} = I_{II}\cdot e^{-j\varphi_{II}}\cdot e^{-j\omega_I t} = \bar{\boldsymbol{I}}^*_{II}\cdot e^{-j\omega_I t} = \bar{i}^*_{aII} \tag{7.47}$$

összefüggést kapjuk. Az összefüggés szerint a szimmetrikus, negatív sorrendű áram Park-vektora megegyezik az *a* fázis komplex vektorának konjugáltjával; amely változatlan amplitúdóval és ω_I szögsebességgel negatív irányban forog, így végpontja kört ír le. A *7.13a ábrán* a negatív sorrendű vektorrendszert, a *7.13b ábrán* a Park-vektort és a végpontja által leírt pályát rajzoltuk fel.

Aszimmetrikus üzemállapotban az összetevők együtt lépnek fel és a vektor lineáris definíciós egyenlete miatt szuperponálhatók:

$$\bar{\boldsymbol{i}} = \bar{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{I}} + \bar{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{II}} = \bar{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{I}} = I_{\mathrm{I}} \cdot e^{j\varphi_{\mathrm{I}}} \cdot e^{j\omega_{\mathrm{I}} t} + I_{\mathrm{II}} \cdot e^{-j\varphi_{\mathrm{II}}} \cdot e^{-j\omega_{\mathrm{I}} t} = \bar{\boldsymbol{I}}_{\mathrm{I}} \cdot e^{j\omega_{\mathrm{I}} t} + \bar{\boldsymbol{I}}^{*}_{\mathrm{II}} \cdot e^{-j\omega_{\mathrm{I}} t} \qquad (7.48)$$

Az eredmény egy olyan vektor, melynek végpontja elliptikus pályán mozog (*7.14a ábra*). Az ellipszis főtengelye a pozitív-, ill. a negatív sorrendű összetevők $|I_{\mathrm{I}} + I_{\mathrm{II}}|$ összegével-, kistengelye pedig az összetevők $|I_{\mathrm{I}} - I_{\mathrm{II}}|$ különbségével arányos.



7.14. ábra **Park vektorok**

a) aszimmetrikus üzemállapot Park vektora; *b)* Park-vektor végpontja által leírt pálya a b-fázis szakadása esetén

Amennyiben az egyik fázis (pl. a *7.14b ábrán* a *b* fázis) szakadása miatt a fázisban nem folyik áram, a pozitív- és a negatív sorrendű összetevő egyenlő értékű lesz. Ekkor a vetületszabályból adódóan a vektor egy olyan egyenessé fajul, amely a szakadt fázis tengelyére merőleges.

7.2.1.6. A háromfázisú hatásos teljesítmény

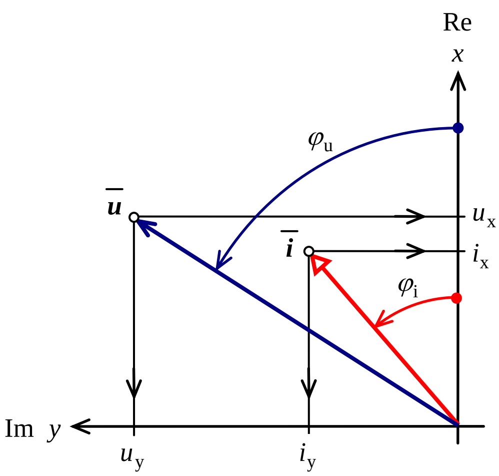
A háromfázisú rendszer pillanatnyi hatásos teljesítménye a

$$p = u_{\mathrm{a}} \cdot i_{\mathrm{a}} + u_{\mathrm{b}} \cdot i_{\mathrm{b}} + u_{\mathrm{c}} \cdot i_{\mathrm{c}} \qquad (7.49)$$

összefüggésből számítható. Ez kifejezhető az $\bar{\boldsymbol{u}}$ feszültség-, és az $\bar{\boldsymbol{i}}$ áram térvektor skaláris szorzataként is:

$$p = \frac{3}{2} \cdot \bar{\boldsymbol{u}} \cdot \bar{\boldsymbol{i}} + 3 \cdot u_0 \cdot i_0 \,, \qquad (7.50)$$

ahol $3 \cdot u_0 \cdot i_0$ a pillanatnyi zérus sorrendű teljesítmény (a továbbiakban feltételezzük, hogy nincs zérus sorrendű teljesítmény). A (7.50) összefüggés akár a definíciós képletbe helyettesítéssel, akár a vetületszabállyal igazolható. A térvektorok skaláris szorzata:



7.15. ábra **A háromfázisú pillanatnyi teljesítmény számítása a feszültség- és az áram Park vektorok x-y összetevőiből**

$$\bar{\boldsymbol{u}} \cdot \bar{\boldsymbol{i}} = \mathrm{Re}\left[\bar{\boldsymbol{u}} \cdot \bar{\boldsymbol{i}}^{*}\right] = \mathrm{Re}\left[\bar{\boldsymbol{u}}^{*} \cdot \bar{\boldsymbol{i}}\right]. \qquad (7.51)$$

A szorzat a (7.51) összefüggés szerint komplex alakban is számítható. Mivel a Park-vektor bevezetése nem változtatja meg sem a vektor amplitúdóját, sem a feszültségek és az áramok közötti szöget, a skaláris szorzat a vektorok bevezetése után is változatlan értékű. A szorzat bármilyen koordináta-rendszerben számítható. Példaként határozzuk meg a háromfázisú pillanatnyi teljesítményt az x-y álló, derékszögű koordináta-rendszerben! A skaláris szorzat:

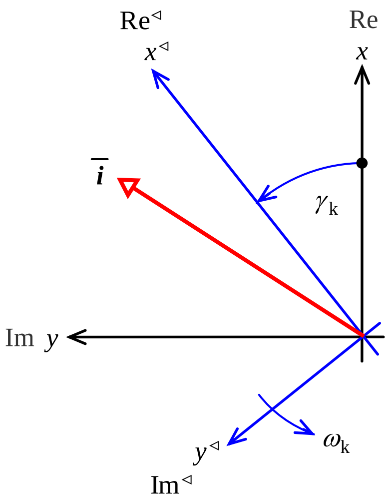
$$p = \frac{3}{2} \cdot \bar{\boldsymbol{u}} \cdot \bar{\boldsymbol{i}} = \frac{3}{2} \cdot u \cdot i \cdot \cos(\varphi_{\mathrm{u}} - \varphi_{\mathrm{i}}) = \frac{3}{2} \cdot u \cdot i \cdot (\cos\varphi_{\mathrm{u}} \cdot \cos\varphi_{\mathrm{i}} + \sin\varphi_{\mathrm{u}} \cdot \sin\varphi_{\mathrm{i}})$$

Ebbe behelyettesítve a feszültség- és áram térvektorok x-y tengelyre eső vetületét (lásd a *7.15. ábrát*) a háromfázisú pillanatnyi teljesítmény:

$$p = \frac{3}{2} \cdot u \cdot i \left(\frac{u_{\mathrm{x}}}{u} \cdot \frac{i_{\mathrm{x}}}{i} + \frac{u_{\mathrm{y}}}{u} \cdot \frac{i_{\mathrm{y}}}{i} \right) = \frac{3}{2} \cdot (u_{\mathrm{x}} \cdot i_{\mathrm{x}} + u_{\mathrm{y}} \cdot i_{\mathrm{y}}) \qquad (7.52)$$

7.2.1.7. A koordináta-transzformáció

Amikor a villamos gépeket tanulmányozzuk, sokszor leegyszerűsíti a viszonyokat és segít a megértésben, ha a vizsgálatokat egy közös (pl. a forgórésszel együtt-, vagy szinkron szögsebességgel forgó) koordináta-rendszerben végezzük.



7.16. ábra **Vektortranszformáció más szögsebességgel forgó koordináta-rendszerbe**

Tételezzük fel, hogy az új $x^{\triangleleft}$-$y^{\triangleleft}$ derékszögű koordináta-rendszer a természetes (pl. x-y álló) koordináta-rendszerhez képesti szögelfordulása $\gamma_{\mathrm{k}} = \omega_{\mathrm{k}} t$, szögsebessége ω_{k}. A *7.16. ábra* alapján látható, hogy az új koordináta-rendszer a természeteshez képest γ_{k} szöggel előbbre jár, így az áram Park-vektor az új rendszerben:

$$\bar{\boldsymbol{i}}^{\triangleleft} = \bar{\boldsymbol{i}} \cdot e^{-j\gamma_{\mathrm{k}}} \qquad (7.53)$$

Visszatranszformáláskor fordított irányú lépést kell végrehajtanunk:

$$\bar{\boldsymbol{i}} = \bar{\boldsymbol{i}}^{\triangleleft} \cdot e^{j\gamma_{\mathrm{k}}}. \qquad (7.54)$$

A (7.53) és a (7.54) összefüggésekből az is látható, hogy a koordináta oda- és visszatranszformációk nem változtatják meg sem a vektor amplitúdóját, sem a fázisszögét.

7.2.2. A Park-vektorok alkalmazása

7.2.2.1. Aszinkron és szinkron gépek feszültség- és fluxus-egyenletei térvektoros alakban

A háromfázisú szimmetrikus felépítésű forgógép állórészének feszültségegyenletei álló (természetes) koordináta-rendszerben felírva:

$$u_{\mathrm{sa}} = i_{\mathrm{sa}} \cdot R_1 + \frac{d\psi_{\mathrm{sa}}}{dt}, \quad u_{\mathrm{sb}} = i_{\mathrm{sb}} \cdot R_1 + \frac{d\psi_{\mathrm{sb}}}{dt} \quad \text{és} \quad u_{\mathrm{sc}} = i_{\mathrm{sc}} \cdot R_1 + \frac{d\psi_{\mathrm{sc}}}{dt} \tag{7.55}$$

Úgy, ahogy az előző pontban a (7.35) összefüggésben az áramokkal tettük, felírható az állórész feszültségek és fluxusok Park-vektora:

$$\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}} = \frac{2}{3} \cdot \left(u_{\mathrm{sa}} + \overline{a} \cdot u_{\mathrm{sb}} + \overline{a}^2 \cdot u_{\mathrm{sc}} \right), \quad \text{és} \tag{7.56}$$

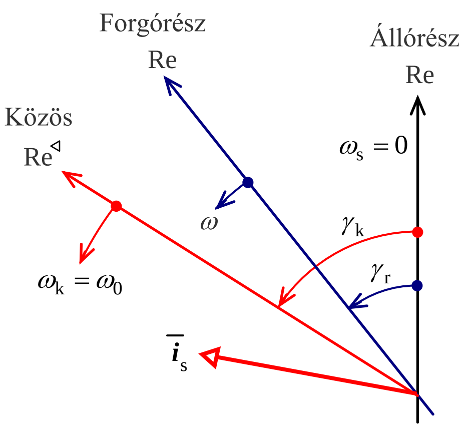
$$\overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}} = \frac{2}{3} \cdot \left(\psi_{\mathrm{sa}} + \overline{a} \cdot \psi_{\mathrm{sb}} + \overline{a}^2 \cdot \psi_{\mathrm{sc}} \right). \tag{7.57}$$

Ezekkel az állórész (7.55)-ben megadott feszültségegyenletei Park-vektoros alakban:

$$\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}} = \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} \cdot R_1 + \frac{d\overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}}}{dt} \tag{7.58}$$

Hasonló egyenlet írható fel a motor forgórészére a forgórésszel együttforgó (a forgórész szempontjából az ω szögsebességgel forgó koordináta rendszer a természetes) koordináta rendszerben:

$$\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}} = \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \cdot R_2 + \frac{d\overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{r}}}{dt} \tag{7.59}$$



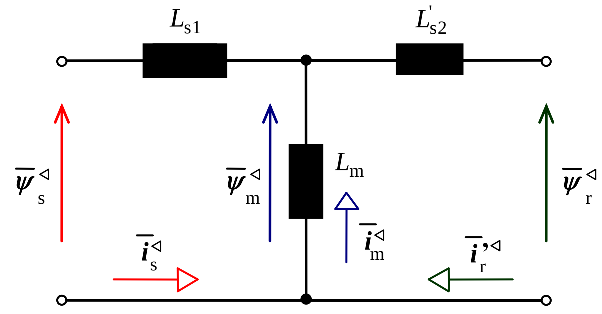
7.17. ábra **Vektortranszformáció a szinkron szögsebességgel forgó közös rendszerbe**

A gép eredő fluxusát meghatározó gerjesztések azonban csak egy közös koordináta rendszerben öszszegezhetők. Aszinkron gépnél a forgórész tekercselésben folyó szlipfrekvenciás áramok a forgórészhez képest szlipfrekvenciával az állórész mező irányába forgó mezőt hoznak létre, így a forgórész által létrehozott mező is ω_0 szinkron szögsebességgel forog.

Ezért célszerű közös koordináta-rendszernek az ω_0 szinkron szögsebességgel forgót választani (*7.17. ábra*), ami szinkron gépeknél egyébként is a forgórészre nézve természetes. Felhasználva a (7.53) transzformációs összefüggést a (7.58) állórész egyenletet $e^{-j\omega_0 t}$-vel, a (7.59) forgórész egyenletet $e^{-j(\omega_0-\omega)t}$-vel kell szorozni. Ezekkel az aszinkron és szinkron gépekre is érvényes álló- és forgórész egyenletek szinkron szögsebességgel forgó koordináta-rendszerben ($^{\triangleleft}$ jelöléssel különböztetve meg az új rendszerben felírt egyenleteket):

$$\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} = \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} \cdot R_1 + \frac{d\overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft}}{dt} + j \cdot \omega_0 \cdot \overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} \qquad \text{és} \tag{7.60}$$

$$\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}^{\triangleleft} = \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}^{\triangleleft} \cdot R_2 + \frac{d\overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{r}}^{\triangleleft}}{dt} + j \cdot (\omega_0 - \omega) \cdot \overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{r}}^{\triangleleft}. \tag{7.61}$$



7.18. ábra **Helyettesítő vázlat a közös, szinkronforgó koordináta rendszerben**

Az álló- és forgórészkör (teljes) induktivitásai

$$L_{\mathrm{s}} = L_{\mathrm{m}} + L_{\mathrm{s1}} \qquad \text{és}$$
$$L'_{\mathrm{r}} = L_{\mathrm{m}} + L'_{\mathrm{s2}}, \tag{7.62}$$

amelyben L_{s1} az állórész szórási-; L'_{s2} a forgórész szórási-; L_{m} az állórész és a forgórész tekercsek közötti kölcsönös (főmező) induktivitás. A szinkronforgó koordináta-rendszerbe transzformálás után a (7.60) és (7.61) egyenletek utolsó tagjaként (a differenciálásból adódóan) megjelentek a *forgási* feszültségek.

A közös koordináta-rendszerben a gerjesztések alapján most már meghatározhatók az állórész és forgórész fluxusok (lásd a *7.18. ábrán* a vasveszteség elhanyagolásával felrajzolt helyettesítő vázlatot):

$$\overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} = L_{\mathrm{s}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} + L_{\mathrm{m}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}'^{\triangleleft}_{\mathrm{r}} = L_{\mathrm{s1}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} + L_{\mathrm{m}} \cdot \left(\overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} + \overline{\boldsymbol{i}}'^{\triangleleft}_{\mathrm{r}} \right) = L_{\mathrm{s1}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} + L_{\mathrm{m}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{m}}^{\triangleleft} \tag{7.63}$$

$$\overline{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{r}}^{\triangleleft} = L_{\mathrm{m}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} + L'_{\mathrm{r}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}'^{\triangleleft}_{\mathrm{r}} = L_{\mathrm{s2}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}'^{\triangleleft}_{\mathrm{r}} + L_{\mathrm{m}} \cdot \left(\overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{\triangleleft} + \overline{\boldsymbol{i}}'^{\triangleleft}_{\mathrm{r}} \right) = L'_{\mathrm{s2}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}'^{\triangleleft}_{\mathrm{r}} + L_{\mathrm{m}} \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{m}}^{\triangleleft} \tag{7.64}$$

A (7.60)...(7.64) ω_0 szögsebességgel forgó rendszerben felírt egyenletek többek között az aszinkron gépek ún. *mezőorientált* szabályozásának alapegyenletei. A módszernél ezen túlmenően a szinkronforgó koordináta-rendszert úgy rögzítik, hogy annak reális tengelye a forgórész gerjesztési tengelyével, a *d*-tengellyel essen egybe. Ezzel a választással a forgórész *d* irányú árama adja a nyomatékképzésben résztvevő fluxus létrehozásához szükséges gerjesztést, *q* irányú árama pedig a nyomaték szempontjából hatásos forgórész áramot. Ezzel a gépet a szabályozástechnikában kedvelt egyenáramú gépre vezetik vissza, amelynél egymástól függetlenül tudjuk szabályozni a fluxust és a nyomatékképzéshez szükséges armatúraáramot. A módszer hátránya bonyolultsága. A gyors mikroszámítógépek (Digitális Szignál Processzorok, angolból rövidítve DSP-k) egyre olcsóbbá válása és a koordináta transzformációkra kifejlesztett céláramkörök azonban egyre több frekvenciaváltóban teszik lehetővé a mezőorientáció alkalmazását.

A következőkben a (7.60)...(7.64) egyenletek alapján gyakorlásképpen szinkronforgó koordináta-rendszerben (elhagyva a $^{\triangleleft}$ jelölést) felírjuk az <u>*aszinkron gép*</u> állandósult állapotra érvényes térvektoros egyenletét és felrajzoljuk a helyettesítő vázlatot.

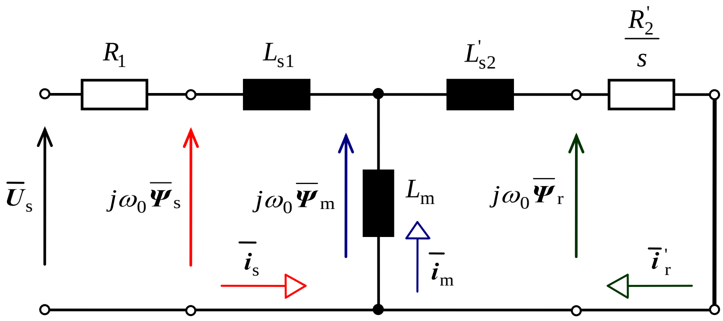
Állandósult állapotban $\frac{d\overline{\psi}_s}{dt}=0$ és $\frac{d\overline{\psi}_r}{dt}=0$, valamint felhasználva még $\omega_0 - \omega = s \cdot \omega_0$ összefüggést írható:

$$\overline{\boldsymbol{u}}_s = \overline{\boldsymbol{i}}_s \cdot R_1 + j \cdot \omega_0 \cdot \overline{\boldsymbol{\Psi}}_s, \quad \text{és} \tag{7.65}$$

$$\overline{\boldsymbol{u}}_r = \overline{\boldsymbol{i}}_r \cdot R_1 + j \cdot s \cdot \omega_0 \cdot \overline{\boldsymbol{\Psi}}_r. \tag{7.66}$$

Rövidrezárt forgórészű motorok esetén $\overline{\boldsymbol{u}}_r = 0$. A (7.66) egyenletet az s szlippel végigosztva és az állórészre redukálva:

$$\frac{\overline{\boldsymbol{u}}_r^{'}}{s} = 0 = \overline{\boldsymbol{i}}_r^{'} \cdot \frac{R_2^{'}}{s} + j \cdot \omega_0 \cdot \overline{\boldsymbol{\Psi}}_r. \tag{7.67}$$



7.19. ábra **Rövidrezárt aszinkron gép állandósult üzemben érvényes helyettesítő vázlata térvektoros alakban**

A (7.65) és (7.67) egyenletek alapján a *7.19. ábrán* térvektorokkal felrajzoltuk a rövidrezárt forgórészű motor állandósult állapothoz tartozó helyettesítő vázlatát.

Ehhez hasonlóan (7.60...7.64) egyenletekből kiindulva szinkronforgó koordináta-rendszerben felírjuk a <u>*hengeres forgórészű szinkron gép*</u> állandósult állapotban érvényes térvektoros egyenleteit és felrajzoljuk az armatúrakör helyettesítő vázlatát.

Állandósult állapotban $\frac{d\overline{\psi}_s}{dt} = 0$ és $\frac{d\overline{\psi}_r}{dt} = 0$; és mivel $\omega = \omega_0$, (7.61) utolsó tagja kiesik, írható:

$$\overline{\boldsymbol{u}}_s = \overline{\boldsymbol{i}}_s \cdot R_s + j \cdot \omega_0 \cdot \overline{\boldsymbol{\Psi}}_s, \quad \text{és} \tag{7.68}$$

$$\overline{\boldsymbol{u}}_r = \overline{\boldsymbol{i}}_r \cdot R_r. \tag{7.69}$$

(7.63) alapján az állórész fluxusa:

$$\overline{\boldsymbol{\Psi}}_s = L_s \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_s + L_a \cdot (\overline{\boldsymbol{i}}_s + \overline{\boldsymbol{i}}_r^{'}) = L_s \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_s + L_m \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_s + L_m \cdot \overline{\boldsymbol{i}}_r^{'}. \tag{7.70}$$

A (7.70) egyenletekben az $\overline{\boldsymbol{i}}_r^{'}$ forgórészáram csak a gerjesztőáramtól függ, a gerjesztőáramnak az állórészre redukált értéke. A redukciót a következő összefüggés alapján végezhetjük (levezetése megtalálható [19]-ben):

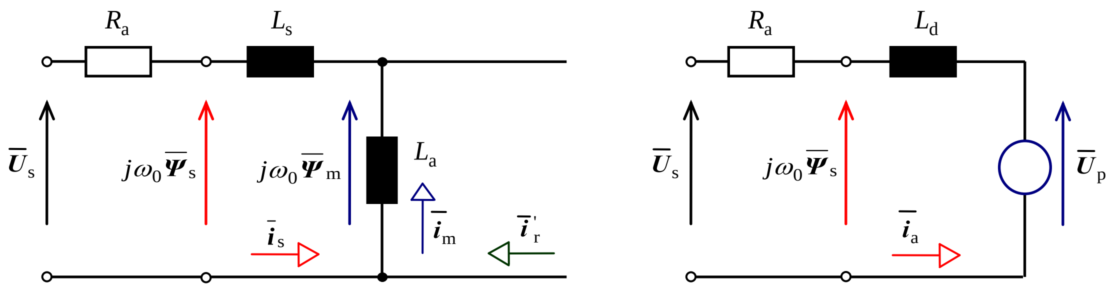
$$I_r^{'} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{N_r \cdot \xi_r}{N_s \cdot \xi_s} \cdot I_g, \tag{7.71}$$

amelyben N_s és N_r az armatúra- ill. a gerjesztőtekercs menetszáma; ξ_s és ξ_r a tekercselési tényezők. Ez a forgórész egyenáram az armatúrakörben váltakozó áramot hoz létre, amelynek értéke a terheléstől független.

A szinkron gépnél használt jelölések: $R_1 = R_a$; $L_{s1} = L_s$; $L_m = L_a$ és $L_d = L_a + L_s$. (7.70)-et (7.68)-ba helyettesítve:

$$\bar{\boldsymbol{u}} = \bar{\boldsymbol{i}}_a \cdot R_a + j \cdot \omega_0 \cdot L_s \cdot \bar{\boldsymbol{i}}_a + j \cdot \omega_0 \cdot L_a \cdot \bar{\boldsymbol{i}}_a + j \cdot \omega_0 \cdot L_a \cdot \bar{\boldsymbol{i}}'_r = . \tag{7.72}$$

(7.72) alapján felrajzolható a szinkron gép állandósult állapotra érvényes térvektoros helyettesítő vázlata (*7.20a ábra*). Az egyenlet átrendezett alakja:



7.20. ábra **Szinkron gép állandósult üzemben érvényes helyettesítő vázlata térvektoros alakban**

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{u}} &= \bar{\boldsymbol{i}}_a \cdot R_a + j \cdot \omega_0 \cdot (L_s + L_a) \cdot \bar{\boldsymbol{i}}_a + j \cdot \omega_0 \cdot L_a \cdot \bar{\boldsymbol{i}}'_r = \\ &= \bar{\boldsymbol{i}}_a \cdot R_a + j \cdot \omega_0 \cdot (L_s + L_a) \cdot \bar{\boldsymbol{i}}_a + \bar{\boldsymbol{u}}_p .\end{aligned} \tag{7.73}$$

a megszokott helyettesítő vázlatot adja (*7.20b ábra*).

A teljesség kedvéért összefoglaljuk a nyomaték képleteket is (levezetését lásd az ebben a témakörben alapműnek számító [19] 4.2.8.4 fejezetében):

$$m = c \cdot p \cdot (\bar{\boldsymbol{\psi}}_s \times \bar{\boldsymbol{i}}_s) = -c \cdot p \cdot (\bar{\boldsymbol{\psi}}_r \times \bar{\boldsymbol{i}}_r) \quad \text{és} \tag{7.74}$$

$$m = c \cdot p \cdot L_m \cdot (\bar{\boldsymbol{i}}_r \times \bar{\boldsymbol{i}}_s) \tag{7.75}$$

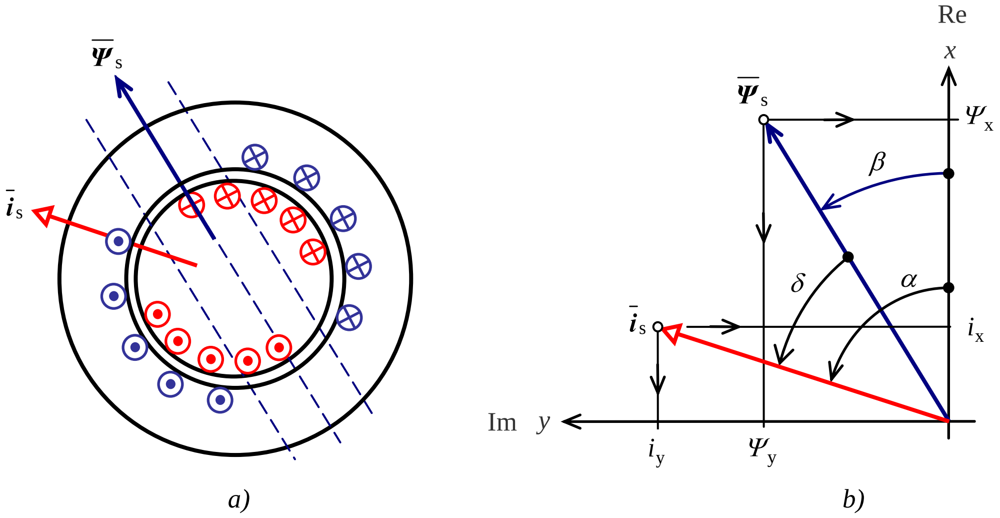
ahol p a póluspárok száma, a c konstans értéke c = 3/2 háromfázisú-, és c = 1 kétfázisú gépekre.

7.2.2.2. A fluxusvektor és a nyomaték időfüggvényének mérése

A (7.58) térvektoros állórész feszültségegyenlet átrendezett alakja lehetőséget biztosít az állórész fluxusvektor mérésére:

$$\bar{\boldsymbol{\Psi}}_s = \int_0^t (\bar{\boldsymbol{u}}_s - \bar{\boldsymbol{i}}_s \cdot R_s) dt + \bar{\boldsymbol{\Psi}}_0 \tag{7.76}$$

(7.70) szerint a fluxusvektor meghatározásához az állórész feszültségből először le kell vonni az állórész ellenálláson eső feszültséget, majd az így kapott indukált feszültséget integrálni kell és végül hozzáadni a kiindulási feltételt.



7.21. ábra **A nyomaték számítása az állórész áram- és a fluxus térvektor x-y komponenseiből**

A *7.21a ábra* aszinkron motor esetén, egy adott pillanatban mutatja a $\overline{\boldsymbol{\psi}}_s$ és $\bar{\boldsymbol{i}}_s$ vektorok térbeli elhelyezkedését. A nyomaték pillanatértéke (7.74) szerint a $\overline{\boldsymbol{\psi}}_s$ az állórész fluxus és az $\bar{\boldsymbol{i}}_s$ állórészáram vektoriális szorzatából határozható meg:

$$m = c \cdot p \cdot (\overline{\boldsymbol{\psi}}_s \times \bar{\boldsymbol{i}}_s)\,. \tag{7.77}$$

Az ezzel az eljárással kapott nyomaték csak a vasveszteség elhanyagolása miatt nagyobb a valóságosnál, ami viszont számításba vehető.

A vektoriális szorzat a $\overline{\boldsymbol{\psi}}_s$ fluxus- és az $\bar{\boldsymbol{i}}_s$ áram térvektor *7.21b ábra* alapján x-y komponenseire bontott értékeiből:

$$(\overline{\boldsymbol{\psi}}_s \times \bar{\boldsymbol{i}}_s) = \psi \cdot i \cdot \sin\delta = \psi \cdot i \cdot \sin\delta = \psi \cdot i \cdot \sin(\alpha - \beta) =$$

$$= \psi \cdot i \cdot (\sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta) = \psi \cdot i \cdot \left(\frac{i_y}{i} \cdot \frac{\psi_x}{\psi} - \frac{i_x}{i} \cdot \frac{\psi_y}{\psi} \right).$$

Ezt behelyettesítve a (7.71) összefüggésbe a pillanatnyi nyomaték:

$$m = c \cdot p \cdot (\overline{\boldsymbol{\psi}}_s \times \bar{\boldsymbol{i}}_s) = c \cdot p \cdot (\psi_x \cdot i_y - \psi_y \cdot i_x) \tag{7.78}$$

Ezen az elven méri a nyomatékot a BME Villamosgépek Tanszéken kifejlesztett nyomatékmérő berendezés [16], [25]. A készülék tranziens üzemállapotban (pl. félvezetős táplálás esetén) is használható, a nyomatékméréshez nem szükséges mérleggép és erőmérő cella illetve nyomatékmérő tengely.

7.3. ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Definiálja a mágneses energia fogalmát!
2. Definiálja a koenergia energia fogalmát!
3. Mire fordítódik egytekercses esetben a tekercsbe betáplált villamos energia?
4. Hogyan számítható ki linearizált esetben a nyomaték, ha a változás közben a tekerccsel kapcsolódó fluxus állandó?
5. Hogyan számítható ki linearizált esetben a nyomaték, ha a változás közben a tekercs árama állandó (áramkényszer)?
6. Linearizált esetben hogyan számítható ki egy egyoldalról táplált villamos gép nyomatéka a tekercsben tárolt mágneses-, illetve a koenergiából?
7. Mit mond ki a frekvenciafeltétel?
8. Mit mond ki a *Ferraris* tétel?
9. Definiálja a Park-vektor fogalmát!
10. Milyen összetevőt nem tartalmaz a Park-vektor?
11. Mit mond ki Park-vektorok esetén a vetület szabály?
12. Definiálja a vonali Park-vektort!
13. Hogyan jelenítjük meg a Park-vektort?
14. Milyen helygörbét ír le, és milyen irányban forog a Park vektor szimmetrikus háromfázisú rendszer esetén?
15. Milyen helygörbét ír le az áram Park-vektor, ha egy háromfázisú rendszer valamelyik fázisa szakadt?
16. Milyen helygörbét ír le az áram Park-vektor, ha a háromfázisú rendszer nem szimmetrikus (eltérő értékű pozitív- és negatív sorrendű összetevőt is tartalmaz)?
17. Hogy számítható ki a két összetevő értéke nem szimmetrikus háromfázisú rendszer esetén?
18. Mit nevezünk levélgörbének?
19. Hogyan számítható ki a háromfázisú hatásos teljesítmény a Park-vektor összetevők segítségével?
20. Hogyan határozható meg az állórész fluxusvektor a feszültségvektor és a géppara-méterek ismeretében?
21. Hogyan számítható ki a nyomaték az áram- és a fluxus térvektor összetevők segítségével?

JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

a	a áttétel, kommutátoros tekercselés ágpárainak a száma; a_1, a_2 a primer- és szekunder tekercselés párhuzamos ágainak száma
A	A felület, keresztmetszet, kerületi áram, gyorsító energia; A_f fog tiszta vaskeresztmetszete; A_h horony keresztmetszete
b	b sávszélesség; b_i ideális pólusív; b_k kefeszélesség; b_p pólustörzs szélessége; b_{sp} segédpólussaru szélessége b_{sza} és b_{szp} radiális szellőzőrések szélessége az armatúrában, illetve a póluskerékben
B	B indukció; B_{ak} armatúrakoszorú indukciója, B_f valóságos fogindukció; B_f' látszólagos fogindukció; B_p pólustörzs indukciója; B_δ légrésindukció; B_δ' illesztési légrés indukciója; $B_{\delta a}$ légrésindukció a geomatriai semleges vonalban segédpólus nélkül; $B_{\delta k}$ közepes légrésindukció; $B_{\delta m}$ maximális légrésindukció; $B_{\delta sp}$ légrésindukció a segédpólus alatt
c	c horonyszáj szélessége; c_a és c_p horonyszáj szélessége az armatúrában, illetve a pólusokban; c párhuzamos szálak száma a tekercselésekben
d	d a hosszirány jelölése
D	D_a armatúraátmérő; D_k kommutátorátmérő; D_{pk} póluskoszorú átmérője
E	E villamos térerősség; erősítési tényező
f	f frekvencia; fogszélesség; f_I hullámos áram formatényezője; f_l lengési frekvencia; f_r rezonanciafrekvencia
F	erő, formatényező
G	*g*rafit; súly
h	h_{pk} póluskoszorú, h_{ak} az aramatúrakoszorú sugárirányú mérete
H	H mágneses térerősség; H_{ak} mágneses térerősség az armatúrakoszorúban; H_f mágneses térerősség a fogban; H_m mágneses térerősség állandó mágnesben; H_p mágneses térerősség a pólusban; H_{pk} mágneses térerősség a póluskoszorúban; H_{sz} mágneses térerősség a széles fogban; H_v mágneses térerősség a vasban; H_δ mágneses térerősség a légrésben; H_δ' mágneses térerősség az illesztési légrésben

i	i az áram pillanatértéke; i_k a kommutáló tekercs árama; i_{azm} rövidzárlati armatúraáram váltakozó összetevőjének csúcsértéke; i_{az}^* rövidzárlat utáni armatúraáram pillanatértéke; i_{gz}^* rövidzárlat utáni gerjesztőáram pillanatértéke; i a mechanikai áttétel
I	I_a armatúraáram; $I_{ág}$ ágáram kommutátoros forgórészben; I_{ad} armatúraáram hosszirányú összetevője; I_{amax} legnagyobb armatúraáram indításkor; I_{amin} legkisebb armatúraáram indításkor; I_{an} névleges armatúraáram; I_{aq} armatúraáram keresztirányú összetevője; I_{az} állandósult rövidzárási áram; $I_{az}^{'}$ rövidzárlat utáni tranziens áram váltakozó összetevőjének effektív értéke; $I_{az}^{''}$ rövidzárlat utáni szubtranziens áram váltakozó összetevőjének effektív értéke; I_e rövidzárlati áram egyenáramú összetevőjének a kezdeti értéke; I_{eff} hullámos áram effektív értéke; I_g gerjesztőáram; I_d hullámos áram középértéke; I_{ko} kompenzáló tekercselés áram; I_{gy} gyűrűáram; I_{sp} segédpólustekercselés árama; I_r rúdáram; I_v vezérlőáram, vasveszteségi áram; I_1 és I_2 primer, ill. szekunder áram; I_0 üresjárási áram; I_n névleges áram; I_t terhelőáram; I_z rövidzárási áram
J	J jósági tényező; J tehetetlenségi nyomaték
k	k csillapítási tényező, a kompenzáltság mértéke; k_c Carter-tényező; k_{ca} és k_{cp} az armatúra-, illetve a pólusok adataival számított Carter-tényező; k_{csp} a segédpólus légréssel számított Carter-tényező; k_d és k_q tényező a hatásos hosszirányú, illetve keresztirányú armatúragerjesztés számításához; k_h horonyvezetési tényező; k_v vaskitöltési tényező; k_f formatényező
K	K kommutátorszeletek száma; K_a armatúrafurat köbtartalma; V_a a forgórész köbtartalma
l	l_a armatúrahossz; l_{gk} gerjesztőtekercs közepes menethossza; l_i ideális armatúrahossz; l_k közepes menethossz; l_p póIushossz; l_{pk} póluskoszorú tengelyirányú mérete; l_s segédpólussaru hossza; l_t közepes tekercsfejhossz; l_v tiszta vashossz
L	L önindukciós tényező; L_a armatúra induktivitása; L_{ak} armatúrakoszorú közepes erővonalhossza; L_f fog közepes erővonalhossza; fojtótekercs induktivitása; L_g gerjesztőkör induktivitása; L_m kölcsönös induktivitás, közepes erővonalhossz állandó mágnesben; L_p pólus közepes erővonalhossza; L_{pk} póluskoszorú közepes erővonalhossza; L_s szórási induktivitás, állórész induktivitás; L_r forgórész induktivitás; L_{sh} horonyszórási induktivitás; L_{sz} széles fog sugárirányú mérete; L_t egy tekercs induktivitása

m	m fázisszám, nyomaték-időfüggvény, járatok száma, tömeg, fokozatok száma
M	M nyomaték; kölcsönös induktivitás; M_B billenőnyomaték; M_M motor nyomatéka; M_S szinkronozó nyomaték; M_T terhelőnyomaték; M_{T0} statikus terhelőnyomaték (tengelyen); M_v villamos nyomaték; M_{v0} statikus villamos nyomaték; M_d tömeggyorsítási nyomaték
n	n fordulatszám; n_{sz} szellőzőrések száma; n_0 szinkron fordulatszám
N	N menetszám; fázisonkénti menetszám; N_g gerjesztőtekercs menetszáma; N_{sp} segédpólustekercs menetszáma; N_t egy tekercs menetszáma
p	p póluspárok száma
P	P hatásos teljesítmény; P_b belső teljesítmény; P_v vasveszteség, vezérlőteljesítmény; P_t tekercsveszteség; P_δ légrésteljesítmény; P_1 és P_2 felvett, ill. leadott teljesítmény; P_{s+v} súrlódási- és ventilációs veszteség
q	q huzalkeresztmetszet, fázisonkénti és pólusonkénti horonyszám, keresztirány jelölése; q ill. q_s a legkisebb és a legnagyobb indítási/fékezési áram hányadosa állandó fluxusú, ill. soros gépeknél
Q	meddőteljesítmény, az árammunkadiagram pontjainak jelölése
R	R_a az armatúra ellenállása; R_b belső ellenállás; R_e előtételellenállás; R_g gerjesztőtekercs ellenállása; R_i indítóellenállás; R_f fékező ellenállás; R_1 ill. R_s állórész fázisellenállás; R_2 ill. R_r forgórész fázisellenállás; R_{sz} gerjesztőkör előtétellenállása; R_t terhelőellenállás
s	s szlip, áramsűrűség; s_B billenőszlip; s_k kefe átlagos áramsűrűsége
S	S látszólagos teljesítmény, tekercsszélesség
t	t idő
T	T időállandó; T_m elektromechanikai időállandó; $T_d^{'}$ és $T_d^{''}$ tranziens, ill. szubtranziens időállandó;
u	u tekercsoldalszám; feszültség pillanatértéke; u_i indukált feszültség pillanatértéke
U	U kapocsfeszültség; U_a armatúrareaktancia feszültsége; ΔU_k kefeátmeneti feszültségesés; U_g gerjesztőfeszültség; U_i indukált feszültség; U_{iG} és U_{iM} generátor, ill. motor indukált feszültsége; U_{rem} remanenciafeszültség; U_{it} terhelési indukált feszültség; $U_{ív}$ ív feszültségesése; U_d hullámos feszültség középértéke; U_m mágneses feszültség; U_{mak} armatúrakoszorú mágneses feszültsége; U_{maf} armatúrafog mágneses feszültsége; U_{mpf} pólusfog mágneses feszültsége;

U — U_{mp} pólus mágneses feszültsége; U_{mpk} póluskoszorú mágneses feszültsége; U_{msp} segédpóluslégrés mágneses feszültsége; U_{msz} széles fog mágneses feszültsége; $U_{m\delta}$ légrés mágneses feszültsége; $U_{m\delta'}$ illesztési légrés mágneses feszültsége; U_p pólusfeszültség; U_{re} reaktanciafeszültség; U_n névleges feszültség; U_R ohmos feszültségesés; U_s szórási feszültség; U_{szk} szeletfeszültség középértéke; U_{szm} szeletfeszültség üresjárási maximális értéke; U'_{szm} szeletfeszültség terhelési maximális értéke; U_v vezérlőfeszültség; U_0 üresjárási feszültség; U_{zn} névleges rövidzárási feszültség

v — v_a armatúra kerületi sebessége; v_k kommutátor kerületi sebessége; $v_{1,0}$ veszteségi szám

V — V_a az armatúra vastest köbtartalma

x — x távolság;

X — X szinkron reaktancia; X_a armatúrareaktancia; X_m főmező reaktancia; X_{ad} és X_{aq} hosszirányú, ill. keresztirányú armatúrareaktancia; X_d hosszirányú szinkron reaktancia; X'_d hosszirányú tranziens reaktancia; X''_d hosszirányú szubtranziens reaktancia; X_n névleges reaktancia; X_q keresztirányú szinkron reaktancia; X_2 negatív sorrendű reaktancia

y — y eredő tekercselési lépés; y_h horonylépés; y_k kommutátorlépés; y_1 tekercsszélesség; y_2 kapcsolási lépés

z — z összes hatásos vezetők száma; z_{ko} kompenzáló tekercselés pólusonkénti vezetőszáma;

Z — Z horonyszám, impedancia; Z_k kalicka rúdszáma; Z_z rövidzárási impedancia

α — α lengési szög; α_g geometriai szög; α_i ideális pólusív és pólusosztás hányadosa; α_v villamos szög

β — β egyenlőtlenségi fok;

γ — γ lépésrövidítési szög

δ — δ terhelési szög; légrés sugárirányú mérete; δ_{sp} segédpólus alatti légrés; δ' illesztési légrés

ε — ε_h lépésrövidítés horony-lépésben

Θ — Θ gerjesztés; Θ_a armatúragerjesztés; Θ_{ad} hosszirányú armatúragerjesztés; Θ_{ae} ellenforgó (negatív sorrendű) gerjesztés; Θ_{aq} keresztirányú armatúragerjesztés; Θ_{ko} kompenzáló tekercs gerjesztése; Θ_m gerjesztés térbeli maximuma;

Θ	Θ_p (mellékáramkörű) pólusgerjesztés; Θ_{ps} soros tekercs gerjesztése; Θ_{sp} segédpólustekercs gerjesztése; Θ_v vasra jutó gerjesztés; Θ_δ légrésre jutó gerjesztés; Θ_1 gerjesztés alapharmonikusának amplitúdója
λ	λ legnagyobb és legkisebb indítási áram hányadosa; λ_t armatúrahorony egységnyi hosszának egyenértékű mágneses vezetőképessége
Λ	Λ mágneses vezetőképesség; Λ_h horony mágneses vezetőképessége; Λ_{ps} pólus szórt fluxusának mágneses vezetőképessége; Λ_S eredő szórási vezetőképesség; Λ_t tekercsfejszórási vezetőképesség
μ	μ lengési körfrekvencia; μ_r relatív permeabilitási tényező; μ_0 vákuum permeabilitási tényezője
ν	felharmonikus rendszám
γ	γ_I áramhullámosság; γ_U feszültséghullámosság;
ρ	ρ fajlagos ellenállás, sűrűség
σ	σ szórási tényező
τ	τ_h horonyosztás; τ_p pólusosztás
φ	φ fázisszög
Φ	Φ hasznos fluxus; Φ_a armatúrafluxus; Φ_d hosszirányú fluxus; Φ_f a fog fluxusa; Φ_m maximális fluxus; Φ_h a horony fluxusa; Φ_{max} és Φ_{min} legnagyobb és legkisebb fluxus indításkor/fékezéskor; Φ_p pólus hasznos és szórt fluxusának összege; Φ_{pf} széles fog hasznos és szórt fluxusának összege; Φ_{ps} pólus szórt fluxusa; Φ_q keresztirányú fluxus; Φ_{rem} remanens fluxus;
Ψ	Ψ pólusfeszültség és armatúraáram vektorai által bezárt szög, tekercsfluxus
ξ	ξ tekercselési tényező; ξ_e elosztási tényező; ξ_h húrtényező; ξ_{ev} a felharmonikus elosztási tényezője
ω	ω mechanikai szögsebesség, körfrekvencia; ω_v villamos szögsebesség

IRODALOMJEGYZÉK

[1]. Barabás M.: Villamos gépek I. (1. rész)
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981

[2]. Barabás M.: Villamos gépek I. (2. rész)
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981

[3]. Pálfi Z.: Villamos hajtások
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978

[4]. Danku A. - Farkas A. - Nagy L.: Villamos gépek példatár
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978

[5]. Mersichné - Nagy L. - Farkas A. - Peresztegi S.: Különleges villamos gépek
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983

[6]. Retter Gy.: Az egységes villamosgépelmélet
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1976

[7]. Halász S.: Villamos hajtások
Havas&Társa, Budapest, 1993

[8]. Rajki I.: Törpe és automatikai villamos gépek
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1990

[9]. Liska J.: Transzformátorok
Tankönyvkiadó, Budapest, 1962

[10]. Liska J.: Egyenáramú gépek
Tankönyvkiadó, Budapest, 1962

[11]. Liska J.: Szinkron gépek
Tankönyvkiadó, Budapest, 1963

[12]. Liska J.: Aszinkron gépek
Tankönyvkiadó, Budapest, 1960

[13]. Géring T.: Villamos gépek szerkezettana
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969

[14]. Retter Gy.: Villamosenergia-átalakítók (1. kötet)
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986

[15]. Asztalos P. szerk.: Villamosgépek II.
Tankönyvkiadó, Budapest, 1972

[16]. Istvánfy Gy.: Erősáramú átalakítók mérése
Tankönyvkiadó, Budapest, 1984

[17]. Moczala H.: Törpe villamos motorok és alkalmazásaik
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984

[18]. Lázár J.: Park-vector theory of line-commutated three-phase bridge converters
OMIKK Publisher, Budapest, 1987

[19]. Kovács K. P. - Rácz I.: Váltakozóáramú gépek tranziens folyamatai
Akadémia Kiadó, Budapest, 1954

[20]. Fitzgerald - Kingsley - Kusko.: Electric machinery
McGraw-Hill, Tokyo, 1971

[21]. Schönfeld R.: Villamos hajtások kézikönyve
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977

[22]. Selmeczi Gy.: Villamos gépek hővédelme
Elektrotechnika, 1987. 6. sz.

[23]. Budai F.: Motorvédelem termikus túlterhelésrelével
Elektrotechnika, 1994. 10. sz.

[24]. Nagy P.: Elektronikus motorvédő relék
Elektrotechnika, 1994. 10. sz.

[25]. Rácz I. - Csörgits F. - Halász S. - Hunyár M. - Schmidt I.: Nyomatékmérő készülék váltakozóáramú gépek nyomatékának mérésére
Elektrotechnika, 1973. 6. sz.

[26]. Lamár, K. – Veszprémi, K.: A mikroszámítógépek térnyerése a villamos hajtások szabályozásában, Proceedings of the International Conference ”Kandó 2002”, Budapest, Hungary, p.7. 2002. – ISBN 963 7158 03

[27]. Mika Sippola: Developments for high frequency power transformer design and implementation
Helsinki University of Technology Electronics Publication E3 Espoo 2003

[28] Lamár Krisztián: A világ leggyorsabb mikrovezérlője, Második, bővített kiadás, ChipCAD Kft., p.102. 2012, ISBN 978-963-08-5166-4

[29]. Ed Blum: Cost-effective, Low profile Transformer and Inductor Designs. Magnetic Business & Technology • www.magneticsmagazine.com August 2002

TARTALOMJEGYZÉK