

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

Павлович Владислав Викторович

## МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Отчёт по лабораторной работе №1  
студента 3 курса 3 группы

*Преподаватель:*  
ПОЛЕЩУК МАКСИМ АЛЕКСАНДРОВИЧ

Минск, 2016

Содержание

|   |            |   |
|---|------------|---|
| 1 | Задание 1  | 1 |
| 2 | Теория     | 1 |
| 3 | Результаты | 1 |
| 4 | Задание 2  | 1 |
| 5 | Теория     | 2 |
| 6 | Результаты | 2 |

# 1 Задание 1

Классическим методом Рунге-Кутты четвёртого порядка точности найти приближенное решение задачи Коши дифференциального уравнения:

$$u' = -(g + 0.05s)x^{g-1+0.05s}u \sin(x^{g+0.05s}), u(0) = e, g = 3, s = 2,$$

$$u' = -3.1x^{2.1}u \sin(x^{3.1})$$

## 2 Теория

Была использована следующая совокупность формул для метода Рунге-Кутты четвёртого порядка точности:

$$k_1 = hf(x, y),$$

$$k_2 = hf\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1}{2}\right),$$

$$k_3 = hf\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2}{2}\right),$$

$$k_4 = hf(x + h, y + k_3),$$

$$y(x + h) = y(x) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

Новое  $h$  вычисляется по следующей формуле:

$$h_\varepsilon = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{(2^k - 1)\varepsilon}{|y_{h/2} - y_h|}}$$

## 3 Результаты

Всего потребовалось 2 итерации для достижения глобальной ошибки 0.000781834.

1. Принятая длина шага:  $h_n = 0.189498$ .
2. Приближенные значения  $y_{n,h}$ :

|           |         |          |          |          |          |         |         |          |
|-----------|---------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|----------|
| $x_n$     | 0       | 0.189498 | 0.378996 | 0.568494 | 0.757992 | 0.94749 | 1.13699 | 1.32649  |
| $y_{n,h}$ | 2.71828 | 2.71823  | 2.71494  | 2.67764  | 2.48822  | 1.9405  | 1.08561 | 0.478938 |

3. Приближенные значения  $y_{n,h/2}$ :

|           |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $x_n$     | 0        | 0.094749 | 0.189498 | 0.284247 | 0.378996 | 0.473745 | 0.568494 | 0.663243 | 0.757992 |
| $y_{n,h}$ | 2.71828  | 2.71828  | 2.71824  | 2.71772  | 2.71497  | 2.70509  | 2.67771  | 2.61444  | 2.48833  |
| $x_n$     | 0.852741 | 0.94749  | 1.04224  | 1.13699  | 1.23174  | 1.32649  |          |          |          |
| $y_{n,h}$ | 2.26933  | 1.94055  | 1.52269  | 1.08538  | 0.718349 | 0.478156 |          |          |          |

4. Абсолютная погрешность:

|            |   |             |             |             |             |             |             |             |
|------------|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $x_n$      | 0 | 0.189498    | 0.378996    | 0.568494    | 0.757992    | 0.94749     | 1.13699     | 1.32649     |
| $\Delta_n$ | 0 | 6.67572e-06 | 3.09944e-05 | 7.43866e-05 | 0.000110865 | 4.64916e-05 | 0.000281572 | 0.000875711 |

5. Относительная погрешность:

|            |   |            |             |             |             |             |             |           |
|------------|---|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| $x_n$      | 0 | 0.189498   | 0.378996    | 0.568494    | 0.757992    | 0.94749     | 1.13699     | 1.32649   |
| $\Delta_n$ | 0 | 2.4559e-06 | 1.14161e-05 | 2.77799e-05 | 4.45538e-05 | 2.39581e-05 | 0.000259435 | 0.0018318 |

6. Модуль главного члена ошибки:

|            |   |             |             |             |             |             |             |             |
|------------|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $x_n$      | 0 | 0.189498    | 0.378996    | 0.568494    | 0.757992    | 0.94749     | 1.13699     | 1.32649     |
| $\Delta_n$ | 0 | 4.13259e-07 | 1.93914e-06 | 4.65711e-06 | 7.00951e-06 | 3.26633e-06 | 1.50204e-05 | 5.21223e-05 |

## 4 Задание 2

Экстраполяционным методом Адамса четвёртого порядка точности найти приближённое решение задачи Коши дифференциального уравнения из задания 1 на сетке узлов с фиксированным шагом  $h = 5 \cdot 10^{-3}$  построив начало таблицы с использованием метода Рунге-Кутты.

## 5 Теория

Была использована следующая формула для экстраполяционного метода Адамса с  $q = 3$ :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}).$$

## 6 Результаты

1. Число шагов: 200.
2. Максимальная глобальная ошибка:  $1.73904 \cdot 10^{-7}$ .
3.  $251/(720 * 5^5) * \max|u^{(5)}| = 0.0081791$ .
4. Первые 20 приближённых значений  $y_n$  равны 2.71828, последние 20:

|       |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $y_n$ | 0.792387 | 0.774736 | 0.757435 | 0.740491 | 0.723908 | 0.70769  | 0.691842 | 0.676367 | 0.661268 | 0.646547 |
| $y_n$ | 0.632208 | 0.618251 | 0.604677 | 0.591489 | 0.578686 | 0.566269 | 0.554238 | 0.542592 | 0.531331 | 0.520455 |

