

İSTATİSTİK DERSİ 6. HAFTA DERS NOTLARI

MOMENTLER

Bir rastgele değişkenin beklenen değer ve varyansından başka önemli karakteristiklerinden biri de çeşitli dereceden momentleridir.

Not: Terimlerin sıfırdan veya aritmetik ortalamadan sapmalarının değişik kuvvetlerinin beklenen değerine moment adı verilir

$$\mu_r = \frac{\sum (X_i - \theta)^r}{n}$$

$$\mu_r = \frac{\sum (X_i - \theta)^r f_i}{\sum f_i}$$

Örnek: 2, 3, 5, 7, 8 basit serisi için ilk dört mertebeden ortalamaya göre momentlerini bulunuz.

$$\theta = \bar{X} = 5$$

$$\mu_1 = \frac{(2 - 5) + (3 - 5) + (5 - 5) + (7 - 5) + (8 - 5)}{5} = 0$$

$$\mu_2 = \frac{(2 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (5 - 5)^2 + (7 - 5)^2 + (8 - 5)^2}{5} = 5,2$$

$$\mu_2 = \text{Varyans}$$

$$\mu_3 = \frac{(2 - 5)^3 + (3 - 5)^3 + (5 - 5)^3 + (7 - 5)^3 + (8 - 5)^3}{5} = 0$$

$$\mu_4 = \frac{(2 - 5)^4 + (3 - 5)^4 + (5 - 5)^4 + (7 - 5)^4 + (8 - 5)^4}{5} = 38,8$$

Örnek: Bir hastanede bir günde doğan bebeklerin ağırlıkları dağılımı aşağıdaki gruplanmış frekans serisi ile verilmektedir. Bu seri için ilk dört mertebeden ortalamaya göre momentleri hesaplayınız

Ağırlık (kg)	X	Bebek Sayısı
0-2	1	6
2-4	3	10
4-6	5	4
6-8	7	2

$$\theta = \bar{X} = \frac{70}{22} \cong 3,18$$

$$\mu_1 = \frac{(1 - 3,18)^1 6 + (3 - 3,18)^1 10 + (5 - 3,18)^1 4 + (7 - 3,18)^1 2}{22}$$

$$\mu_1 = 0,04$$

$$\mu_2 = \frac{(1 - 3,18)^2 6 + (3 - 3,18)^2 10 + (5 - 3,18)^2 4 + (7 - 3,18)^2 2}{22}$$

$$\mu_2 = 3,24$$

Varyans=3,24 Standart Sapma=1,8

$$\mu_3 = \frac{(1 - 3,18)^3 6 + (3 - 3,18)^3 10 + (5 - 3,18)^3 4 + (7 - 3,18)^3 2}{22}$$

$$\mu_3 = 3,34$$

$$\mu_4 = \frac{(1 - 3,18)^4 6 + (3 - 3,18)^4 10 + (5 - 3,18)^4 4 + (7 - 3,18)^4 2}{22}$$

$$\mu_4 = 27,51$$

Standart Momentler

Standart momentler α (Alfa) ile gösterilir. r -inci mertebeden standart momentin genel formülü aşağıdaki gibi verilir.

$$\alpha_r = \frac{\mu_r}{s^r}, r = 1, 2, 3, 4$$

Çarpıklığın Momentlerle Ölçümü

Standart momentler çarpıklığın ölçüsü olarak kullanılabilir. Alfa 3 adı verilen üçüncü mertebeden standart moment α_3 , serinin simetrik ligine göre,

- Sola çarpık serilerde $\alpha_3 < 0$
- Simetrik serilerde $\alpha_3 = 0$
- Sağa çarpık serilerde $\alpha_3 > 0$

değerini almaktadır.

Basıklığın Momentlerle Ölçümü

Standart momentler basıklığın ölçüsü olarak da kullanılabilir. Alfa 4 adı verilen dördüncü mertebeden standart moment α_4 , serinin basıklığına göre,

- Basık serilerde $\alpha_4 < 3$
- Normal serilerde $\alpha_4 = 3$
- Dik serilerde $\alpha_4 > 3$

değerini almaktadır.

Not: Herhangi bir seride özel olarak $\alpha_3 = 0$ ve $\alpha_4 = 3$ çıkarsa böyle serilere NORMAL DAĞILIMLI SERİ adı verilir.

Örnek:

Bir hastanede bir günde doğan bebeklerin ağırlıkları dağılımı aşağıdaki gruplanmış frekans serisi ile verilmektedir. Bu seri için α_3 ve α_4 değerlerini bularak yorumlayınız.

Ağırlık (kg)	X	Bebek Sayısı
0-2	1	6
2-4	3	10
4-6	5	4
6-8	7	2

ÇÖZÜM:

$$\alpha_r = \frac{\mu_r}{s^r}, r = 1,2,3,4$$

$$\alpha_1 = \frac{\mu_1}{s^1} = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{\mu_2}{s^2} = \frac{Varyans}{Varyans} = 1$$

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{s^3} = \frac{3,34}{(1,8)^3} = 0,57$$

$$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{s^4} = \frac{27,51}{(1,8)^4} = 2,62$$