VEKTÖRLER

Tanım. Başlangıç ve bitim noktası belli olan yönlü doğru parçasına vektör denir.

Vektörler ile Yapılan işlemler

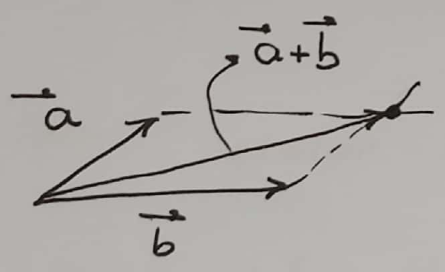
1) Vektörlerde toplama işlemi

a) Paralel kenar kuralı ile

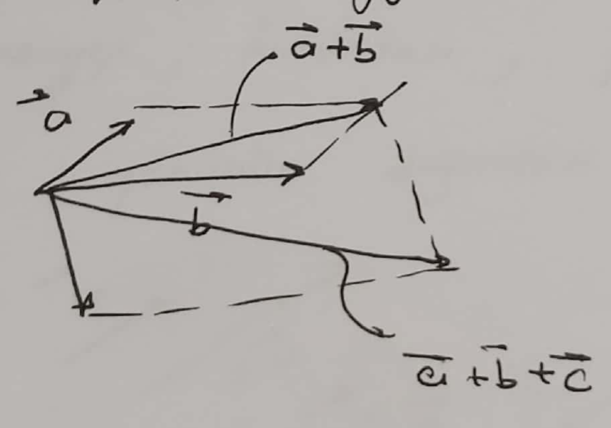
b) Üçgen kuralı ile

a) Paralel kenar kuralı ile vektörlerin toplamı :

Yönleri farklı olan iki vektörü bu kural ile toplamak için (Başlangıç noktaları aynı) bitim noktalarından birbirlerine paraleller çizilir ve bu paraleller bir noktada kesişirler. Başlangıç noktasını bu noktaya birleştiren vektöre toplam vektör denir.



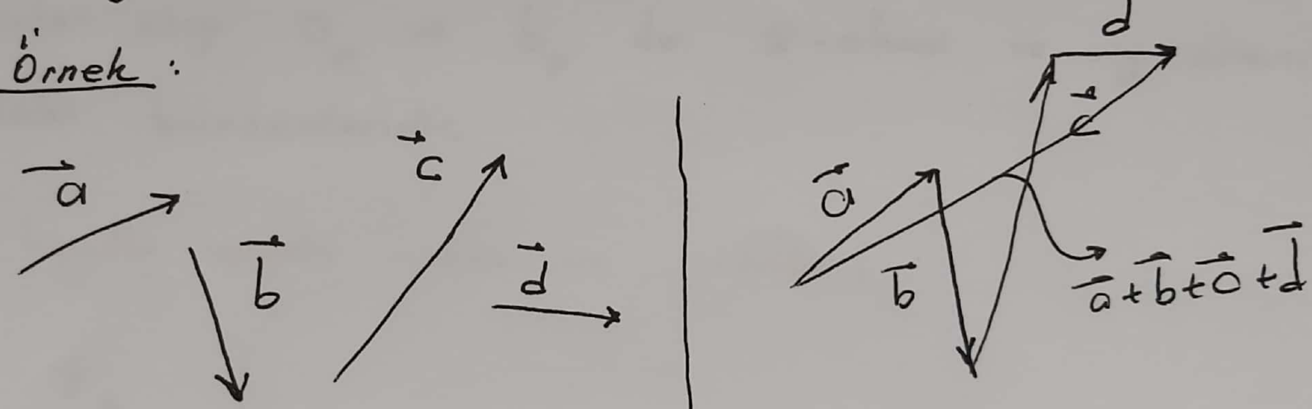
iki vektör bu şekilde olduğu gibi daha fazla vektörde toplam vektöre uygulanarak bulunur



b) Üçgen kuralı:

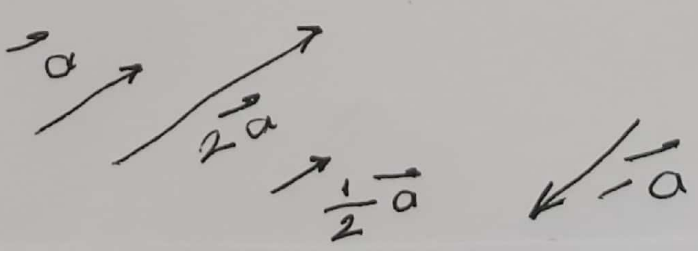
Başlangıç noktaları ve yönleri farklı olan vektörleri bu kural ile toplarız. Uzaya serpiştirilmiş vektörlerden birini gözönüne alıp, diğer vektörlerin boyunu ve yönünü değiştirmeksizin, başlangıç noktalarını bir önceki vektörün bitim noktasına kaydırıp, en sonunda en başta göze aldığımız vektörün başlangıç noktasını en sondaki vektörün bitim noktasına birleştirdiğimiz vektör toplam vektör olacaktır.

Örnek:



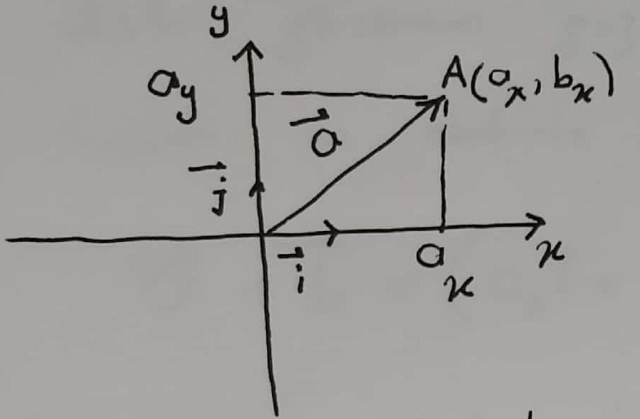
2) Vektörlerin skalar ile çarpılması

Bir vektörün skalar ile çarpılması demek, skaların mutlak değerce büyüklük ve küçüklüğüne göre boyunun uzayıp, kısalması, pozitif ve negatifliğine göre de yönünün değişmesi ile ilgilidir.



2 ve 3- boyutlu uzayda nokta ve vektörün gösterimi

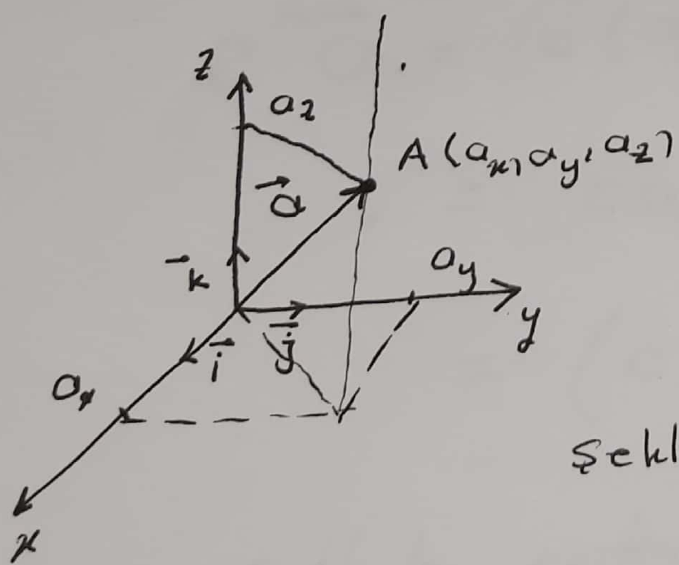
2- boyutlu uzayda (düzlemde) nokta ve vektör.



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

şeklindedir. Burada $\vec{i} = (1,0)$, $\vec{j} = (0,1)$ şeklinde birim vektörler olup a_x ve b_x de x-ekseni ve y-ekseninindeki bileşenleridir.

3- boyutlu uzayda nokta ve vektör;



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Burada
$\vec{i} = (1,0,0)$, $\vec{j} = (0,1,0)$, $\vec{k} = (0,0,1)$

şeklinde birim vektörlerdir.

Yukarıda anlattığımız gibi 2 ve 3 - boyutlu uzaydaki vektörlerin kartezyen ve uzay koordinatlarındaki gösterimi gözönüne alırsak, iki vektörün toplamı ve skalarla çarpımı,

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j}) + (b_x \vec{i} + b_y \vec{j})$$

$$= (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} \quad \text{veya}$$

$$= (a_x + b_x, a_y + b_y) \quad \text{şeklinde}$$

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$c\,\vec{a} = c(a_x \vec{i} + a_y \vec{j})$$

$$= c a_x \vec{i} + c a_y \vec{j} \quad \text{veya}$$

$$= (c a_x, c a_y)$$

şeklinde göstereceğiz.

Vektörlerde Toplama ve Skalar ile Çarpmanın Özellikleri

a) Toplama işlemin özellikleri ;

1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (Değişme öz)
2) $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}$ ($\vec{0}$ vektörü v. t. i. göre birim el)
3) $\vec{a}+(-\vec{a})=(-\vec{a})+\vec{a}=\vec{0}$ ($-\vec{a}$ vek. v. t. i. göre $\vec{a}$'ın inversi)
4) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ (birleşme özelliği).

b) skalar ile çarpmanın özellikleri

1) $c(\vec{a}+\vec{b})=c\vec{a}+c\vec{b}$, $c\in\mathbb{R}$
2) $(c_1+c_2)\vec{a}=c_1\vec{a}+c_2\vec{a}$, $c_1,c_2\in\mathbb{R}$.
3) $(c_1\cdot c_2)\vec{a}=c_1(c_2\vec{a})=c_2(c_1\vec{a})$
4) $1\cdot\vec{a}=\vec{a}$

Bunlara ilave olarak herhangi iki vektörün toplamı olan vektörü içerisinde bulunduran cümleyi V ile gösterirsek bu özellikleri sağlayan V'ye de <u>vektör uzayı</u> diyeceğiz.