

1. Найти область определения функции

$$z = \sqrt{1 - x^3} + \ln(y^2 - 1)$$

Ответ: $x \leq 1, y > 1$

2. Найти производные 1-го порядка функции

$$z = \left(1 + \frac{\ln x}{\ln y}\right)^3$$

$$Z'_x = \frac{3}{x \ln y} \left(1 + \frac{2 \ln x}{\ln y} + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y}\right) =$$

$$\frac{3 \ln^2 y + 6 \ln x \ln y + 3 \ln^2 x}{x \ln^3 y} =$$

$$\frac{3(\ln x + \ln y)^2}{x \ln^3 y}$$

$$Z'_y = 3 \left(1 + \frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 \left(-\frac{1}{\ln^2 y}\right) \frac{1}{y} =$$

$$\frac{-(3 \ln^2 y + 6 \ln x \ln y + 3 \ln^2 x)}{y \ln^4 y} =$$

$$-\frac{3(\ln x + \ln y)^2}{y \ln^4 y}$$

3. Найти полный дифференциал функции в точке (1;1)

$$z = \sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}$$

$$Z'_x = \frac{2y - \frac{\sin \frac{x}{y}}{y}}{2\sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}}$$

$$Z'_y = \frac{2x + \frac{\sin \frac{x}{y}}{y^2}}{2\sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}}$$

$$Z'_x(1, 1) = \frac{2 - \sin 1}{2\sqrt{2 + \cos 1}} = 0.57$$

$$Z'_y(1, 1) = \frac{2 + \sin 1}{2\sqrt{2 + \cos 1}} = 0.58$$

Ответ: $dW = 0.57dx + 0.58dy$

4. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$$

$$Z'_x = 2x + y - 6$$

$$Z'_y = 2y + x - 9$$

$$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 - 2x \\ x + 2(6 - 2x) - 9 = 0 \end{cases}$$

$$3x = 3, x = 1, y = 6 - 2 = 4$$

$$A = Z''_{xx} = 2$$

$$B = Z''_{xy} = 1$$

$$C = Z''_{yy} = 2$$

$$Z''_{yx} = 1$$

$$AC - B^2 = 4 - 1 = 3 > 0$$

В точке (1, 4) есть минимум

$$Z(1, 4) = 1 + 4 + 16 - 6 - 36 = -21$$

In []: