

Task 1

Исследовать ряд на сходимость, используя признак д'Аламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n+1} (n!)^2}{((n+1)!)^2 n^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)^2 n^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n-1}}{n^n} = 0$$

$0 < 1 \Rightarrow$ ряд сходится

Task 2

Исследовать ряд на сходимость, используя радикальный признак Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n}{2^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{2} = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ ряд сходится

Task 3

Исследовать ряд на сходимость, используя признак Лейбница:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \ln n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n + \ln n} = 0$$

$$\left| \frac{(-1)^n}{n + \ln n} \right| \geq \left| \frac{(-1)^{n+1}}{n+1 + \ln(n+1)} \right|$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^n}{n + \ln n} \right| = 0$$

Ряд сходится абсолютно

Task 4

Исследовать ряд на сходимость, используя признак Раабе:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$$

“_(ツ)_/”

Task 5

Разложить функцию по Тейлору в единице:

$$f(x) = \ln(16x^2)$$

$$\ln(16x^2) = \ln 16 + 2(x - 1)$$

Но кажется тут получаются бесконечные производные....

Task 6

Дана функция $f(x) = x^2$

6.1 Разложить функцию в ряд Фурье по косинусам на отрезке $x \in [-2; 0]$

“_(ツ)_/”

6.2 Построить график функции и ее разложения

“_(ツ)_/”

Task 7

Найти неопределенный интеграл:

$$\int (2x^2 - 2x - 1 + \sin x - \cos x + \ln x + e^x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} - x - \cos x - \sin x + x \ln x - x + e^x + C$$

Task 8

Найти неопределенный интеграл:

$$\int (2x + 6xz^2 - 5x^2y - 3 \ln z) dx = x^2(1 + 3z^2) - \frac{5yx^3}{3} - 3x \ln z + C$$

Task 9

Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^\pi 3x^2 \sin(2x) dx = -\frac{1}{2} \pi^3 \cos(2\pi) = \frac{\pi^3}{2}$$

Task 10

Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = \int \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} dx = \dots$$

^ _ (^) _ / ^ : (