

## 1. Предложить пример функции, не имеющей предела в нуле и в бесконечностях.

In [1]:

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
%matplotlib inline
```

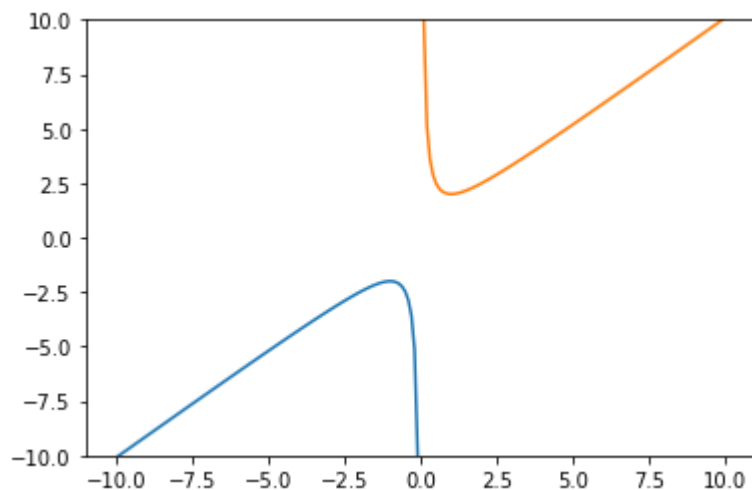
$$y = \frac{1}{x} + x$$

In [9]:

```
x1 = np.linspace(-10, -0.001, 100)
x2 = np.linspace(0.001, 10, 100)
def funcy(x):
    return (1/x) + x
```

In [10]:

```
plt.ylim((-10, 10))
plt.plot(x1, funcy(x1))
plt.plot(x2, funcy(x2))
plt.show()
```



## 2. Привести пример функции, не имеющей предела в точке, но определенной в ней.

∩(ツ)∩

### 3. Исследовать функцию по плану:

- Область задания и область значений.
- Нули функции и их кратность.
- Отрезки знакопостоянства.
- Интервалы монотонности.
- Четность функции.
- Ограниченность.
- Периодичность.

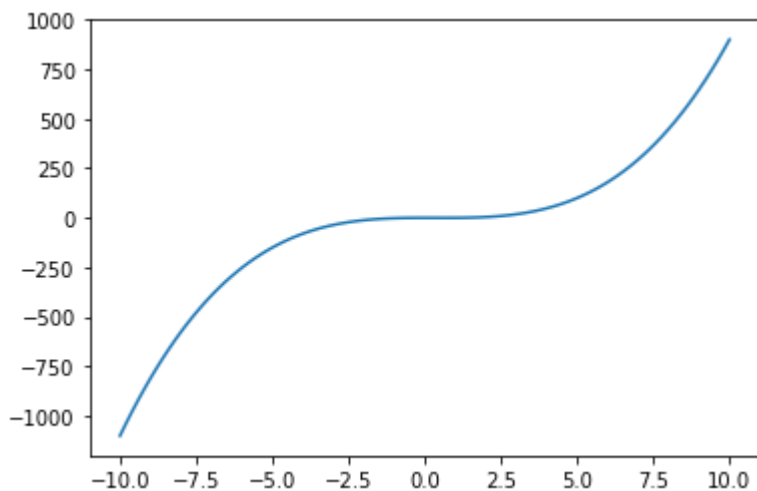
$$f(x) = x^3 - x^2$$

In [22]:

```
def func(x):  
    return x**3 - x**2
```

In [24]:

```
x = np.linspace(-10, 10, 100)  
plt.plot(x, func(x))  
plt.show()
```



1. функция определена от минус бесконечности до плюс бесконечности, область значений такая же

1. имеет единственный ноль в 0

$$f(-x) = (-x)^3 - (-x)^2 = -x^3 - x^2 \neq f(x)$$

1. Функция не является ни четной ни нечетной

$$f'(x) = 3x^2 - 2x$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$x_{1,2} = [0, \frac{2}{3}]$$

In [20]:

```
def f1(x):
    return 3*(x**2) - 2*x
```

In [21]:

```
f1(-1), f1(1/3), f1(1)
```

Out[21]:

```
(5, -0.3333333333333333, 1)
```

1. функция возрастает от - бесконечности до 0, убывает от - до 2/3 и возрастает от 2/3 до + бесконечности

1. Функция не является монотонной

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - x^2 = -\infty$$

1. Функция не ограничена и не периодическая

## 4. Найти пределы

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - 2}{4} = -\frac{1}{2}$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x-1)(\sqrt{1+x}^2 + \sqrt{1+x} + 1)}{(1+x-1)(\sqrt[3]{1+x}^2 + \sqrt[3]{1+x} + 1)} = \frac{3}{2}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{4x+1} = -\infty$$

## 5. Теоремы о пределах

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \frac{1}{2}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = 1$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = \frac{x}{x} = 1$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{4x + 3}{4x - 3} \right)^{6x} = 1$$

5

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln x}{x} = -\backslash_{-}(\text{?})_{-}/-$$

6

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln x}{x} = -\backslash_{-}(\text{?})_{-}/-$$

In [ ]: