Confrontando mi saber de trigonometría

Mónica Selena Erazo Polo

Matemáticas Operativas- G100

Docente: Juan David Builes

Institución universitaria pascual bravo

Desarrollo de software

2021

Contenido

Demuestre que $P\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$, pertenece al círculo unitario.

Solución

1.)

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 = 1$$
$$\frac{3}{9} + \frac{6}{9} = 1$$
$$\frac{9}{9} = 1$$

$1 = 1$, por tanto el punto pertenece al círculo unitario.

2.)

Encuentre la coordenada faltante en el punto $P\left(\quad , \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, si se sabe que pertenece al círculo unitario y está en el primer cuadrante.

$$x^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$$
$$x^2 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$$
$$x^2 = \frac{2}{2} - \frac{1}{2}$$
$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$, como esta en el primer cuadrante, sólo se tiene en cuenta la respuesta positiva.

3.)

Encuentre en ángulo complementario de 13.7°

90°-13.7°=76.3°

Por lo tanto, el ángulo complementario seria 76.3°

4.)

Encuentre en ángulo suplementario de 13.7º

Los ángulos suplementarios suman 180º

Ángulo suplementario: 180º-13.7º =166.3º

5.)

Convierta 345°, en radianes

Puedes usar una regla de tres, sabiendo que $\pi = 180°$

$$345° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{23}{12}\pi$$

6.)

Convierta $\frac{5}{12}\pi$, en grados

Puedes usar una regla de tres, sabiendo que $\pi = 180°$

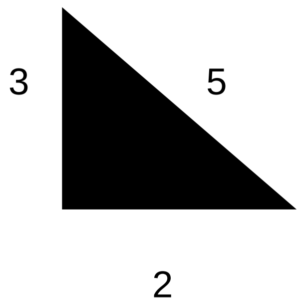
$$\frac{5}{12}\pi = \frac{5}{12}\pi \cdot \frac{180°}{\pi}$$, se simplifica

$$\frac{5}{12}\pi = \frac{5}{1} \cdot \frac{15°}{1}$$

$$\frac{5}{12}\pi = 75°$$

7.)

¿Cuál es el valor de los ángulos en el siguiente triángulo rectángulo?



Para ello se emplean las razones trigonométricas.

$$Sen\ \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\alpha = Sen^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\alpha = 36.87\ ^{\circ}$$

Por ángulos complementarios se puede hallar β

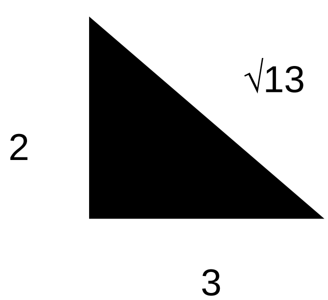
$$\beta = 90 - \alpha$$

$$\beta = 90\ ^{\circ} - 36.87\ ^{\circ}$$

$$\beta = 53.13\ ^{\circ}$$

8.)

Cuál es el valor del ángulo “y” en el siguiente triángulo rectángulo.



Para ello se emplean las razones trigonométricas.

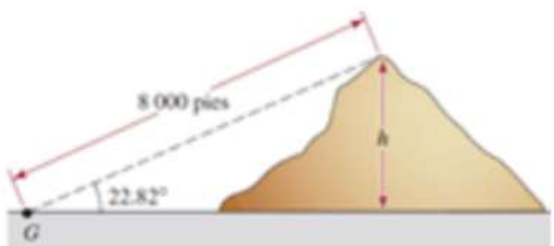
$$Sen\, y = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$y = Sen^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$$

$$\alpha = 33.69\,°$$

9.)

Un topógrafo usa un geodímetro para medir la distancia, en línea recta, desde un punto el suelo hasta la cumbre de una montaña, como se muestra en la siguiente figura. Calcule la altura de la montaña.



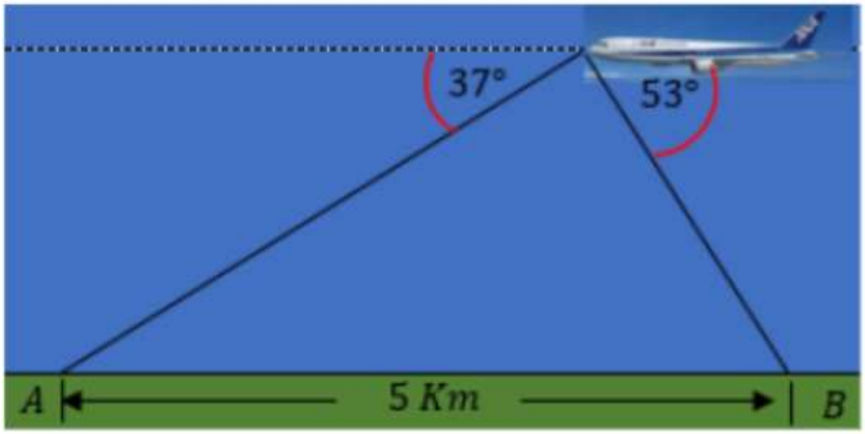
$$Sen\; 22.82\,° = \frac{h}{8000}$$

$$8000\; Sen\; 22.82\,° = h$$

$$h = 3102.7\; pies$$

10.)

Encuentre la distancia del avión al punto "A" y al punto "B".



37°+53°=90°

$$Sen\ 53° = \frac{Distancia\ del\ avión\ al\ punto\ A.}{5}$$

$$5\ Sen\ 53° = Distancia\ del\ avión\ al\ punto\ A$$

$$Distancia\ del\ avión\ al\ punto\ A = 4\ Km$$

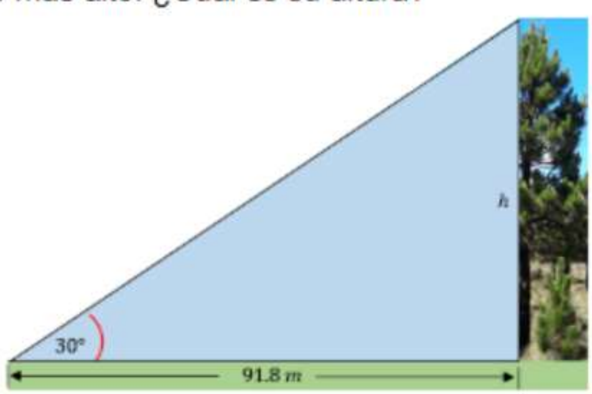
$$Sen\ 37° = \frac{Distancia\ del\ avión\ al\ punto\ B.}{5}$$

$$5\ Sen\ 37° = Distancia\ del\ avión\ al\ punto\ B$$

$$Distancia\ del\ avión\ al\ punto\ B = 3\ Km$$

11.)

Un leñador ubicado a 91.8 metros de la base de un pino, determina que el ángulo de elevación medido desde el piso es de 30° y desea saber la altura del pino, hasta el copo más alto. ¿Cuál es su altura?



Para ello se emplean las razones trigonométricas.

$$Tan\ 30^\circ = \frac{h}{91.8}$$
$$91.8\ Tan\ 30^\circ = h$$
$$h = 53\ metros$$

12.)

Un terreno triangular tiene lados de longitudes 420 pies, 350 pies y 180 pies. Calcule el mínimo ángulo entre los lados.

Aplicamos la ley del coseno:

$$350^2 = 420^2 + 180^2 - 2(420)(180)\,Cos\ \alpha$$
$$350^2 - 420^2 - 180^2 = -2(420)(180)\,Cos\ \alpha$$
$$-86300 = -151200\ Cos\ \alpha$$
$$151200\ Cos\ \alpha = 86300$$
$$Cos\ \alpha = \frac{86300}{151200}$$
$$Cos\ \alpha = 0.5708$$
$$\alpha = Cos^{-1}\ (0.5708)$$
$$\alpha = 55.2$$

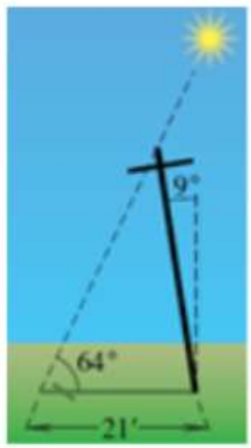
$$180^2 = 420^2 + 350^2 - 2(420)(350)\,Cos\ \beta$$
$$180^2 - 420^2 - 350^2 = -2(420)(350)\,Cos\ \beta$$
$$-266500 = -294000\ Cos\beta$$
$$294000\ Cos\ \beta = 266500$$
$$Cos\ \beta = \frac{266500}{294000}$$
$$Cos\ \beta = 0.9065$$
$$\beta = Cos^{-1}\ (0.9065)$$
$$\beta = 24.98$$

Por lo que los ángulos internos suman 180°

$$\theta = 180° - 55.20° - 24.98°$$
$$\theta = 99.82°$$

13.)

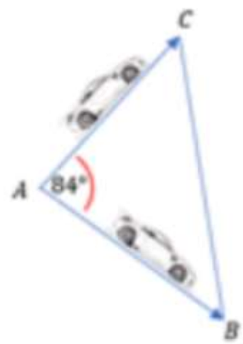
Cuando el ángulo de elevación del Sol es 64°, un poste de teléfono que está inclinado a un ángulo de 9° directamente alejándose del Sol proyecta una sombra de 21 pies de largo en un terreno nivelado, como se muestra en la figura. Calcule la longitud del poste.



$$\frac{Longitud\ del\ poste}{Sen\ 64°} = \frac{21}{Sen\ 35°}$$
$$\frac{Longitud\ del\ poste}{1} = \frac{21\ Sen\ 64°}{Sen\ 35°}$$
$$Longitud\ del\ poste = 32.91\ pies$$

14.)

Dos automóviles salen de una ciudad al mismo tiempo y viajan a lo largo de carreteras rectas que difieren en dirección en 84°. Si las magnitudes de rapidez de ambos son 60 mi/h y 45 mi/h, respectivamente, ¿aproximadamente a qué distancia están uno de otro al término de 20 minutos?



El automóvil que se mueve en dirección AC, recorre 20 millas en 20 minutos, mientras que el que se mueve en dirección AB, recorre 15 millas en 20 minutos.

Datos:

$\overline{AC} = 20\ millas$

$\overline{AB} = 15\ millas$

$\overline{BC} = \ ??\ millas$

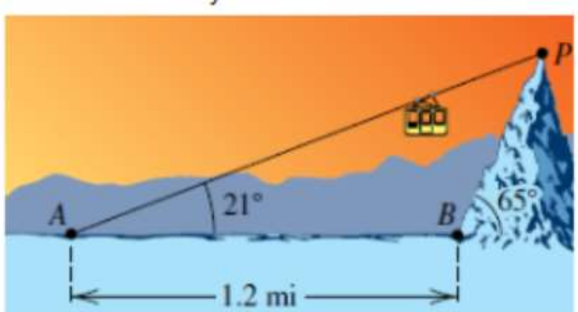
Se aplica la ley del coseno.

$\overline{BC} = \sqrt{20^2 + 15^2 - 2(20)(15)\ Cos\ 84°}$

$\overline{BC} = 23.71\ millas$

15.)

Como se ilustra en la figura, un funicular lleva pasajeros de un punto A, que está a 1.2 millas de un punto B en la base de una montaña, a un punto P en la cima de la montaña. Los ángulos de elevación de P de A y B son 21° y 65°. Calcule la distancia de A hasta P y la altura de la montaña.



Como se puede observar, la distancia del punto B a la cima de la montaña, tiene una inclinación de $65°$, por lo tanto el ángulo que se forma en el punto B, es de $115°$, siendo así, el ángulo que se forma en el punto P de la cima de la montaña es de $180° - 115° - 21° = 44°$

Ahora se aplica la ley del seno para hallar la distancia $\overline{AP}$:

$$\frac{\overline{AP}}{Sen\ 115°} = \frac{1.2}{Sen\ 44°}$$

$$\frac{\overline{AP}}{1} = \frac{1.2\ Sen\ 115°}{Sen\ 44°}$$

$$AP = \frac{1.2\ Sen\ 115°}{Sen\ 44°}$$

$$AP = 1.57\ millas$$

Para hallar la altura de la montaña, se aplican las razones trigonométricas, ya que la montaña forma un ángulo recto con la horizontal.

$$Sen\ 21° = \frac{Altura\ de\ la\ Montaña}{1.57}.$$

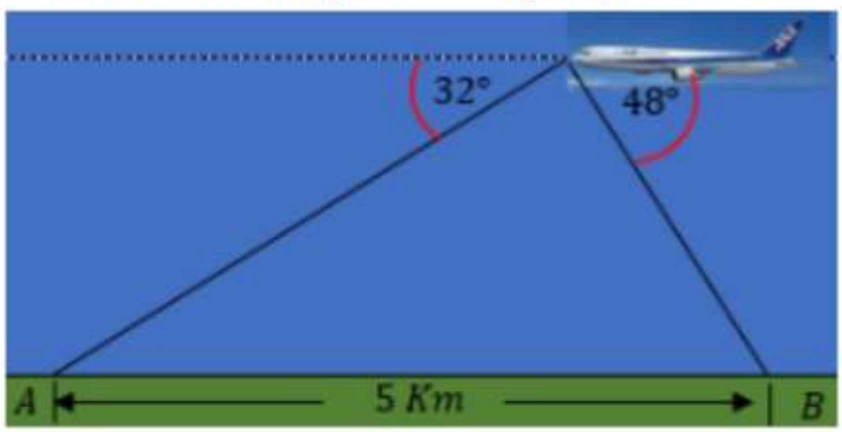
$$1.57\ Sen\ 21° = \frac{Altura\ de\ la\ Montaña}{1}$$

$$1.57\ Sen\ 21° = Altura\ de\ la\ Montaña$$

$$Altura\ de\ la\ Montaña = 0.56\ millas$$

16.)

Encuentre la distancia del avión al punto "A" y al punto "B".



$$\frac{\textit{Distancia del avión al punto "A"}}{Sen\ 48°} = \frac{5}{Sen\ 100°}$$

$$\textit{Distancia del avión al punto "A"} = \frac{5\ Sen\ 48°}{Sen\ 100°}$$

$$\textit{Distancia del avión al punto "A"} = 3.77$$

$$\frac{\textit{Distancia del avión al punto "B"}}{Sen\ 32°} = \frac{5}{Sen\ 100°}$$

$$\textit{Distancia del avión al punto "B"} = \frac{5\ Sen\ 32°}{Sen\ 100°}$$

$$\textit{Distancia del avión al punto "B"} = 2.69$$

17.)

Hallar los ángulos entre 0º y 360º grados que satisfacen la siguiente ecuación.

2Sen^2(x)- Sen x -1=0

$$2\ Sen^2 x - Sen\,x - 1 = 0$$

$(2\ Sen\,x + 1)(Sen\,x - 1) = 0$, Se iguala cada uno de los factores a cero.

$$(2\ Sen\,x + 1) = 0$$

$$2\ Sen\,x = -1$$

$$Sen\,x = -\tfrac{1}{2}$$

$$x = Sen^{-1}(-\tfrac{1}{2})$$

$$x = -30°$$

Para el tercer cuadrante el ángulo será:

$$180° + 30° = 210°$$

Para el cuarto cuadrante el ángulo será:

$$360° - 30° = 330°$$

Se iguala el segundo factor.

$$(Sen\,x - 1) = 0$$

$$Sen\,x = 1$$

$$x = Sen^{-1}(1)$$

$$x = 90°$$

Hallar los ángulos entre 0º y 360º grados que satisfacen la siguiente ecuación.

4Sen2x- 8 Sen x +3=0

$$4\ Sen^2 x - 8\,Sen\,x + 3 = 0$$

$(2\,Sen\,x - 1)(2\,Sen\,x - 3) = 0$, Se iguala cada factor a cero.

$$2\,Sen\,x - 1 = 0$$

$$Sen\,x = \tfrac{1}{2}$$

$$x = Sen^{-1}\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$x = 30°$, ahora se busca en qué cuadrantes el seno es positivo, para ángulos equivalentes a $30°$

El seno es positivo en el I y II cuadrante, por lo tanto los ángulos son $30°$ y

$$180° - 30° = 150°$$

Se iguala el otro factor a cero.

$$2\,Sen\,x - 3 = 0$$

$$Sen\,x = \tfrac{3}{2}$$

19.)

Hallar los ángulos entre 0 y 360 grados que satisfacen la siguiente ecuación.

6Sen3 θ+18 Sen2 θ- 5 Sen θ -15=0

$6\,Sen^3\theta + 18\,Sen^2\theta - 5\,Sen\,\theta - 15 = 0$

Se saca factor común por agrupación de términos.

$6\,Sen^2\theta(Sen\,\theta + 3) - 5\,(Sen\,\theta + 3) = 0$, nuevamente un factor común.

$(Sen\,\theta + 3)\left(6\,Sen^2\theta - 5\right) = 0$, Se iguala cada factor a cero.

$Sen\,\theta + 3 = 0$

$Sen\,\theta = -3$, este valor no aplica para solución en los reales. $Sen\,\theta$ tiene que ser mayor o igual a -1, o menor o igual que 1, es decir, $-1 \leq Sen\,\theta \leq 1$.

Para el otro factor:

$6\,Sen^2\theta - 5 = 0$

$6\,Sen^2\theta = 5$

$Sen^2\theta = \frac{5}{6}$

$Sen\,\theta = \pm\sqrt{\frac{5}{6}}$

$\theta = Sen^{-1}\left(\pm\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$

Para $\theta = Sen^{-1}\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$

$\theta = 65.9^\circ$, como el seno es positivo en el I y II cuadrante, su equivalente en el II cuadrante es:

$\theta = 180^\circ - 65.9^\circ$

$\theta = 114.1^\circ$

Para $\theta = Sen^{-1}\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$

$\theta = -65.9^\circ$, como el seno es negativo en el III y IV cuadrante, su equivalente en el III cuadrante es: $\theta = 180^\circ + 65.9^\circ$

$\theta = 245.9^\circ$

Para el IV cuadrante será:

$\theta = 360^\circ - 65.9^\circ$

$\theta = 294.1^\circ$

20.)}

Hallar los ángulos entre 0º y 360º grados que satisfacen la siguiente ecuación.

2Cos2t+3 Cos t +1=0

$(2\ Cos\ t+1)(Cos\ t+1)\ =0$

Se iguala cada factor a cero.

$2\ Cos\ t+1=0$

$Cos\ t=-\frac{1}{2}$

$t=Cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$, el coseno es negativo en el II y III cuadrante, luego:

$t=120^{\circ}$ en el segundo cuadrante y

$t=180^{\circ}+60^{\circ}$

$t=240^{\circ}$, en el tercer cuadrante.

Para el segundo factor:

$Cos\ t+1=0$

$Cos\ t=-1$

$t=Cos^{-1}(-1)$

$t=180^{\circ}$

Solución final:

$t=120^{\circ}, 180^{\circ} \wedge 240^{\circ}$