

Номера заданий для выполнения контрольной работы №3

Номера заданий контрольной работы №3 студент определяет по последним двум цифрам номера зачетной книжки (номер на магнитной карточке) из приведённой ниже таблицы. Например, № 5038, тогда студенту нужно выполнить задания, номера которых указаны в ячейке на пересечении 3 строки и 8 столбца.

Последняя цифра шифра											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Предпоследняя цифра шифра	0	1,20, 29,38, 47,56	2,11, 30,39, 48,57	3,12, 21,40, 49,58	4,13, 22,31, 50,59	5,14, 23,32, 41,60	6,15, 24,33, 42,51	7,16, 25,34, 43,52	8,17, 26,35, 44,53	9,18, 27,36, 45,54	10,19, 28,37, 46,55
	1	1,11, 21,31, 41,51	2,12, 22,32, 42,52	3,13, 23,33, 43,53	4,14, 24,34, 44,54	5,15, 25,35, 45,55	6,16, 26,36, 46,56	7,17, 27,37, 47,57	8,18, 28,38, 48,58	9,19, 29,39, 49,59	10,20, 30,40, 50,60
	2	10,11, 22,33, 44,55	9,20, 21,32, 43,54	8,19, 30,31, 42,53	7,18, 29,40, 41,52	6,17, 28,39, 50,51	5,16, 27,38, 49,60	4,15, 26,37, 48,59	3,14, 25,36, 47,58	2,13, 24,35, 46,57	1,12, 23,34, 45,56
	3	1,12, 21,32, 41,52	2,11, 22,31, 42,51	3,14, 23,34, 43,54	4,13, 24,33, 44,53	5,16, 25,36, 45,56	6,15, 26,35, 46,55	7,18, 27,38, 47,58	8,17, 28,37, 48,57	9,20, 29,40, 49,60	10,19, 30,39, 50,59
	4	2,11, 21,32, 43,53	3,12, 22,38, 49,59	4,13, 23,39, 45,55	5,14, 24,40, 41,51	6,15, 25,31, 47,57	7,16, 26,32, 43,53	8,17, 27,33, 49,59	9,18, 28,34, 45,55	10,19, 29,35, 41,51	1,20, 30,36, 42,52
	5	3,12, 27,33, 44,54	4,13, 25,39, 50,60	5,14, 28,38, 46,56	6,15, 24,31, 42,52	7,16, 23,40, 48,58	8,17, 22,33, 44,54	9,18, 28,32, 50,60	10,19, 25,35, 46,56	1,20, 26,34, 42,52	2,11, 21,37, 41,51
	6	4,11, 21,34, 45,55	5,12, 22,40, 41,51	6,13, 23,37, 47,57	7,14, 24,32, 43,53	8,15, 25,39, 49,59	9,16, 26,34, 45,55	10,17, 29,31, 41,51	1,18, 24,36, 47,57	2,19, 27,33, 43,53	3,20, 22,38, 50,60
	7	5,13, 28,35, 46,56	6,18, 24,31, 42,52	7,19, 29,36, 48,58	8,14, 25,33, 44,54	9,15, 22,38, 50,60	10,20, 27,35, 46,56	1,11, 26,40, 42,52	2,16, 23,37, 48,58	3,17, 28,32, 44,54	4,12, 23,39, 49,59
	8	6,14, 27,36, 47,57	7,17, 23,32, 43,53	8,20, 30,35, 49,59	9,13, 26,34, 45,55	10,16, 21,37, 41,51	1,19, 28,36, 47,57	2,12, 27,39, 43,53	3,15, 22,38, 49,59	4,18, 29,31, 45,55	5,11, 24,40, 48,58
	9	7,15, 26,37, 48,58	8,16, 22,33, 44,54	9,11, 21,34, 50,60	10,12, 27,35, 46,56	1,17, 30,36, 42,52	2,18, 29,37, 48,58	3,13, 30,38, 44,54	4,14, 21,39, 50,60	5,19, 30,40, 46,56	6,20, 25,31, 47,57

Найти указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x$.
2.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+1}{2x^3+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^x$.
3.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+x^2-5}{x^3+x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x}\right)^{2x}$.
4.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+x^2-6}{2x^4-x+2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{1/x}$.
5.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+6x-5}{5x^2-x-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x[\ln(x+1) - \ln x]$.
6.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4+x+3}{x^4-12x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1)[\ln(x+3) - \ln x]$.
7.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4-2x^2-x}{x^4+3x^2+2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-5)[\ln(x-3) - \ln x]$.
8.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{x/(3x-3)}$.
9.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{2x/(x^2-4)}$.
10.	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2+5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (5x \cdot \operatorname{ctg} 3x)$; г) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{2/(x-3)}$.

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

11.	а) $y = \frac{3x}{\sqrt[3]{2+x}} - 6 \cdot \sqrt[4]{x}$; б) $y = \sin^3 2x$; в) $y = x \cdot \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$; г) $y = x^{e^x}$; д) $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$; е) $\begin{cases} x = 2t - \sin 2t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$
12.	а) $y = \frac{\sqrt{1+3x^2}}{2+3x^2}$; б) $y = e^{-x^2} \cdot \cos(2x+3)$; в) $y = x^3 \cdot \operatorname{arctg} 5x + \ln \operatorname{tg} x$; г) $y = (\sin 3x)^{\sqrt{x}}$; д) $y \cdot \ln x - x \cdot \ln y = x + y$; е) $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 2t. \end{cases}$
13.	а) $y = \sqrt[3]{x+\sqrt{x}}$; б) $y = \frac{1+\sin 2x}{1-\sin 2x}$; в) $y = 5^{\operatorname{arctg} 3x}$; г) $y = x^{\frac{2}{\ln^2 x}}$; д) $e^{x+y} - x \cdot y = 0$; е) $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3. \end{cases}$
14.	а) $y = (5x^2 - x + 3)^7$; б) $y = \ln \sqrt{\frac{1-x^6}{1+x^6}}$; в) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1}$; г) $y = (x^2+1)^{\operatorname{tg} 2x}$; д) $x \cdot \sin y - \cos y + \cos 2y = 0$; е) $\begin{cases} x = \cos t + t \cdot \sin t, \\ y = \sin t - t \cdot \cos t. \end{cases}$
15.	а) $y = x \cdot \sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}$; б) $y = e^{\cos^2 3x}$; в) $y = \ln(\arcsin x)$; г) $y = (x^2+x)^x$; д) $\operatorname{tg}(x+y) - x \cdot y = 0$; е) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$
16.	а) $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$; б) $y = \sqrt{1+\ln^2 x}$; в) $y = \arccos \frac{1}{x}$; г) $y = x^{\operatorname{arctg} x}$; д) $y \cdot \sin x + \cos(x-y) = \cos x$; е) $\begin{cases} x = t + \frac{1}{2} \cdot \sin 2t, \\ y = \cos^3 t. \end{cases}$
17.	а) $y = \left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)^2$; б) $y = \frac{\sin x}{1+\operatorname{tg} x}$; в) $y = \operatorname{arctg}(e^{3x})$; г) $y = x^{\sqrt{x+1}}$; д) $y + \arcsin(x+y) - 3x = 0$; е) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t, \\ y = (\cos t)^{-2}. \end{cases}$
18.	а) $y = \sqrt{x^2+1} + \sqrt[3]{x^3+1}$; б) $y = \frac{1}{3} \cdot \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$; в) $y = \operatorname{arcctg} \frac{3-x}{x-2}$; г) $y = (\ln x)^x$; д) $x - y + e^y \cdot \operatorname{arctg} x = 0$; е) $\begin{cases} x = \cos 3t, \\ y = \sin 3t. \end{cases}$
19.	а) $y = \sqrt[3]{1+x \cdot \sqrt{x+3}}$; б) $y = \sqrt{1+\ln^2 x}$; в) $y = \frac{e^{x^2}+1}{\sin 3x}$; г) $y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$; д) $e^{x+y} = \sin(x \cdot y)$; е) $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t, \\ y = (\sin t)^{-2}. \end{cases}$
20.	а) $y = \frac{3}{\sqrt[3]{x^3+3x+1}} - 2\sqrt{6x+5}$; б) $y = \cos 2x \cdot \sin^2 x$; в) $y = \ln(\operatorname{arctg} x)$; г) $y = \sqrt{x}$; д) $e^{x^2 y} - (x+2y) = 0$; е) $\begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 4 \sin^2 t. \end{cases}$

Найти производную $\frac{d^2y}{dx^2}$ данной функции.

21. $y = \operatorname{arctg}(x^2).$	22. $y = \ln(\ln x).$	23. $y = x\sqrt{1+x^2}.$	24. $y = x^2 \cdot \ln x.$
25. $y = x^3 \cdot \ln x.$	26. $y = \ln(\sin x).$	27. $y = x \cdot e^{\frac{1}{x}}.$	28. $y = \ln^2 x.$
29. $y = \frac{1}{4} \cdot x^2(2 \ln x - 3).$	30. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$		

Найти пределы, используя правило Лопиталя.

31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$	32. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{4x - \sin x}.$	33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\operatorname{tg} x}.$
34. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi \cdot x}{2}\right)}.$	35. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}.$	36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}.$
37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}.$	38. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$	39. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}.$
40. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \cos x}.$		

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

41. $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}, \left[-\frac{1}{2}; 0\right].$	42. $y = \frac{3x}{x^2+1}, [0; 5].$	43. $y = \frac{x^3}{x^2-x+1}, [-1; 1].$
44. $y = \frac{x^3+4}{x^2}, [1; 2].$	45. $y = \frac{x}{9-x^2}, [-2; 2].$	46. $y = x^2 - 2x + \frac{2}{x-1}, [-1; 3].$
47. $y = 108x - x^4, [-1; 4].$	48. $y = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + 7, [16; 20].$	49. $y = 3x^4 - 16x^3 + 2, [-3; 1].$
50. $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, [-1; 2].$		

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить график.

51. $y = \frac{x^2}{x-1}.$	52. $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}.$	53. $y = \frac{4x^3+5}{x}.$	54. $y = \frac{x^2-5}{x-3}.$	55. $y = \frac{x^4}{x^3-1}.$
56. $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}.$	57. $y = \frac{x+1}{(x-1)^2}.$	58. $y = \frac{4x^3}{x^3-1}.$	59. $y = \frac{x^2}{4x^2-1}.$	60. $y = \frac{2-x^2}{1-4x^2}.$