

状态设计比较有意思的一道区间dp。定义 $dp[l][r]$ 表示消除区间 $[l, r]$ ，要求 $l-1$ 和 $r+1$ 位置不消去，所需的最少发射球数。

初始化

单球初始化：对于每个位置 i ，如果 $a[i]$ 与左右相邻球颜色都不同，则 $dp[i][i] = 2$ （需额外2个球才能消除），否则初始化为极大值（表示无法单独消除）。

状态转移

按照区间dp的经典套路，考虑一个区间最后一次消除是什么样的，就能将区间分成几个互相独立的部分。由于状态中要求 $l-1$ 和 $r+1$ 不能消去，最后一次剩的球一定不能于这两个颜色相同。分以下几种情况讨论：

前两种情况是剩下的球在原序列中就连续，把区间分成了独立的两部分。

1. 剩下了单独一个球 $a[i]$ 。形如 $[...o...]$ ， o 表示剩下的球， $.$ 表示已经消掉的。

则 $a[i] \neq a[l-1], a[i] \neq a[r+1]$ ，否则会粘在一起。

还要求 $a[i] \neq a[i-1], a[i] \neq a[i+1]$ ，这个条件是转移方程中隐含了的。

转移： $dp[l][r] = dp[l][i-1] + dp[i+1][r] + 2$

2. 剩下两个本来就连着的球 $a[i] = a[i+1]$ 。形如 $[...oo...]$

要求同1， $a[i] \neq a[l-1], a[i] \neq a[r+1]$ ，下面几种情况同样，不再写。

转移： $dp[l][r] = dp[l][i-1] + dp[i+2][r] + 1$

下面几种情况是剩下的球在原序列中不连续的，会把区间分成独立的若干部分。

3. 剩下两个不连着的球。形如 $[...o...o...]$

要求颜色一样 $a[i] = a[j]$ ，转移：

$dp[l][r] = dp[l][i-1] + dp[i+1][j-1] + dp[j+1][r] + 1$

4. 剩下两个和一个球撞上，直接消掉。形如 $[...oo...o...]$ 或 $[...o...oo...o...]$ 或 $[...o...oo...]$ 等。

可以先预处理一下，每个球先和左（或右）的一个连起来的最小代价。

转移：

$dp[l][r] = dp[l][i-1] + dp[i+1][j-1] + suf[j]$

$dp[l][r] = pre[i] + dp[i+1][j-1] + dp[j+1][r]$

5. 剩下两个和两个球撞上。形如 $[...oo...oo...]$ 或 $[...o..o..o...]$ 等。

这个情况下就一定是左边、右边先两两连起来，再最后撞上，就可以用中间两个球预处理的分别往左、右连上的最小代价加起来。

转移： $pre[i] + dp[i+1][j-1] + suf[j]$

预处理的情况是形如 $[...o...o]$ 或 $[...o...o...]$

答案就是 $dp[1][n]$ 。

不预处理直接暴力枚举转移是 $O(n^4)$ 的，总复杂度 $O(n^6)$ 。

带预处理复杂度 $O(n^4)$ 。

观察转移可以发现，虽然实际操作需要有先后顺序，但是在算代价的时候与顺序无关，只是把各个区间代价加起来。

所以可以记 $f[l][r][k]$ 表示从 l 开始到 r 合并了 k 个，分隔开的区间dp值之和。

转移 $f[l][r][k] = f[l][i][k-1] + dp[i+1][r-1]$

$dp[l][r] = f[l][i][k] + dp[i+1][r] + \max(0, 3-k)$

复杂度 $O(n^3)$ 。