

# MARS Basispraktikum

## SS 2021

Yijun Xu, Louis Lutzweiler

21.04.2021

# Organisatorisches

- ▶ Email: *uodux@student.kit.edu*

# Organisatorisches

- ▶ Email: *uodux@student.kit.edu*
- ▶ Gruppen (2-3 Personen)

# Organisatorisches

- ▶ Email: *uodux@student.kit.edu*
- ▶ Gruppen (2-3 Personen)
- ▶ 6 Aufgaben
  - ▶ 4 Wochen pro Aufgabe
  - ▶ alle 2 Wochen eine neue Aufgabe

# Organisatorisches

- ▶ Email: *uodux@student.kit.edu*
- ▶ Gruppen (2-3 Personen)
- ▶ 6 Aufgaben
  - ▶ 4 Wochen pro Aufgabe
  - ▶ alle 2 Wochen eine neue Aufgabe
  - ▶ evtl. weitere Termine als Einführung zu späteren Aufgaben

# Organisatorisches

- ▶ Email: *uodux@student.kit.edu*
- ▶ Gruppen (2-3 Personen)
- ▶ 6 Aufgaben
  - ▶ 4 Wochen pro Aufgabe
  - ▶ alle 2 Wochen eine neue Aufgabe
  - ▶ evtl. weitere Termine als Einführung zu späteren Aufgaben
  - ▶ Git-Repository zur Bearbeitung und Kontrolle

# Organisatorisches

- ▶ Email: *uodux@student.kit.edu*
- ▶ Gruppen (2-3 Personen)
- ▶ 6 Aufgaben
  - ▶ 4 Wochen pro Aufgabe
  - ▶ alle 2 Wochen eine neue Aufgabe
  - ▶ evtl. weitere Termine als Einführung zu späteren Aufgaben
  - ▶ Git-Repository zur Bearbeitung und Kontrolle
- ▶ Am Ende des Semesters: Abschlussbesprechung mit Prof. Prautzsch

# Organisatorisches

- ▶ Email: *uodux@student.kit.edu*
- ▶ Gruppen (2-3 Personen)
- ▶ 6 Aufgaben
  - ▶ 4 Wochen pro Aufgabe
  - ▶ alle 2 Wochen eine neue Aufgabe
  - ▶ evtl. weitere Termine als Einführung zu späteren Aufgaben
  - ▶ Git-Repository zur Bearbeitung und Kontrolle
- ▶ Am Ende des Semesters: Abschlussbesprechung mit Prof. Prautzsch
- ▶ Programmieren
  - ▶ Programmiersprache: Python 3
  - ▶ Betriebssystem: Ubuntu LTS ideal, aber prinzipiell beliebig



# Kurven im CAD

- ▶ Nutze Funktionen zu Modellierung von Kurven

# Kurven im CAD

- ▶ Nutze Funktionen zu Modellierung von Kurven
- ▶ Parametrische Funktionen
  - ▶ Parametergebiet  $P$  Intervall in  $\mathbb{R}$
  - ▶ Abbildung  $f : P \rightarrow \mathbb{R}^d$

# Kurven im CAD

- ▶ Nutze Funktionen zu Modellierung von Kurven
- ▶ Parametrische Funktionen
  - ▶ Parametergebiet  $P$  Intervall in  $\mathbb{R}$
  - ▶ Abbildung  $f : P \rightarrow \mathbb{R}^d$
  - ▶ Kreis:  $c : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix}$

# Kurven im CAD

- ▶ Nutze Funktionen zu Modellierung von Kurven
- ▶ Parametrische Funktionen
  - ▶ Parametergebiet  $P$  Intervall in  $\mathbb{R}$
  - ▶ Abbildung  $f : P \rightarrow \mathbb{R}^d$
  - ▶ Kreis:  $c : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix}$
- ▶ Polynome vom Grad  $n$

# Kurven im CAD

- ▶ Nutze Funktionen zu Modellierung von Kurven
- ▶ Parametrische Funktionen
  - ▶ Parametergebiet  $P$  Intervall in  $\mathbb{R}$
  - ▶ Abbildung  $f : P \rightarrow \mathbb{R}^d$
  - ▶ Kreis:  $c : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix}$
- ▶ Polynome vom Grad  $n$ 
  - ▶ Stetig, Differenzierbar, leicht zu berechnen

# Kurven im CAD

- ▶ Nutze Funktionen zu Modellierung von Kurven
- ▶ Parametrische Funktionen
  - ▶ Parametergebiet  $P$  Intervall in  $\mathbb{R}$
  - ▶ Abbildung  $f : P \rightarrow \mathbb{R}^d$
  - ▶ Kreis:  $c : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix}$
- ▶ Polynome vom Grad  $n$ 
  - ▶ Stetig, Differenzierbar, leicht zu berechnen
  - ▶ Bilden Vektorraum der Dimension  $n + 1$ 
    - ▶ Basis beispielsweise  $\{x^0, x^1, \dots, x^n\}$

# Kurven im CAD

- ▶ Nutze Funktionen zu Modellierung von Kurven
- ▶ Parametrische Funktionen
  - ▶ Parametergebiet  $P$  Intervall in  $\mathbb{R}$
  - ▶ Abbildung  $f : P \rightarrow \mathbb{R}^d$
  - ▶ Kreis:  $c : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix}$
- ▶ Polynome vom Grad  $n$ 
  - ▶ Stetig, Differenzierbar, leicht zu berechnen
  - ▶ Bilden Vektorraum der Dimension  $n + 1$ 
    - ▶ Basis beispielsweise  $\{x^0, x^1, \dots, x^n\}$
  - ▶ Lange Kurven benötigen hohen Grad  $\implies$  Unterteilen

# Splines

- ▶ Grad  $n$



# Splines

- ▶ Grad  $n$
- ▶ Knotenvektor  $T$ : geordnete Liste von Knoten  $t_i \in \mathbb{R}$

# Splines

- ▶ Grad  $n$
- ▶ Knotenvektor  $T$ : geordnete Liste von Knoten  $t_i \in \mathbb{R}$
- ▶ Abbildung  $c : [t_{min}, t_{max}) \rightarrow \mathbb{R}^d$

# Splines

- ▶ Grad  $n$
- ▶ Knotenvektor  $T$ : geordnete Liste von Knoten  $t_i \in \mathbb{R}$
- ▶ Abbildung  $c : [t_{min}, t_{max}) \rightarrow \mathbb{R}^d$ 
  - ▶  $c$  ist ein Polynom vom Grad  $n$  auf jedem Intervall  $[t_i, t_{i+1})$

# Splines

- ▶ Grad  $n$
- ▶ Knotenvektor  $T$ : geordnete Liste von Knoten  $t_i \in \mathbb{R}$
- ▶ Abbildung  $c : [t_{min}, t_{max}) \rightarrow \mathbb{R}^d$ 
  - ▶  $c$  ist ein Polynom vom Grad  $n$  auf jedem Intervall  $[t_i, t_{i+1})$
- ▶ Für festes  $T$  und  $n$  bilden Splines auch einen Vektorraum

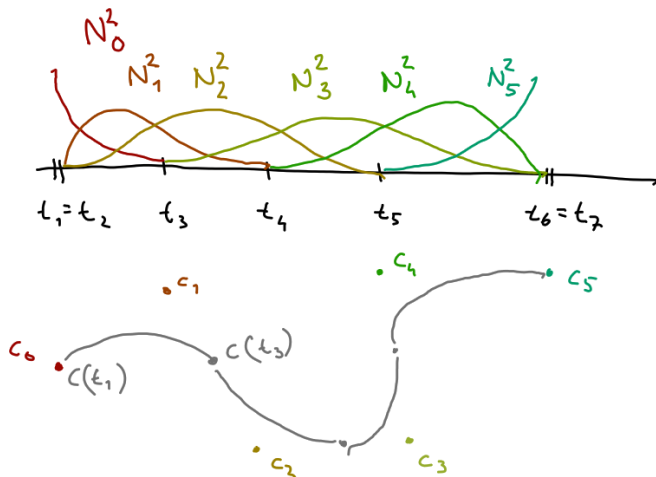
# Splines

- ▶ Grad  $n$
- ▶ Knotenvektor  $T$ : geordnete Liste von Knoten  $t_i \in \mathbb{R}$
- ▶ Abbildung  $c : [t_{min}, t_{max}) \rightarrow \mathbb{R}^d$ 
  - ▶  $c$  ist ein Polynom vom Grad  $n$  auf jedem Intervall  $[t_i, t_{i+1})$
- ▶ Für festes  $T$  und  $n$  bilden Splines auch einen Vektorraum
- ▶ B-Splines als Basis  $\implies$  Geometrische Intuition

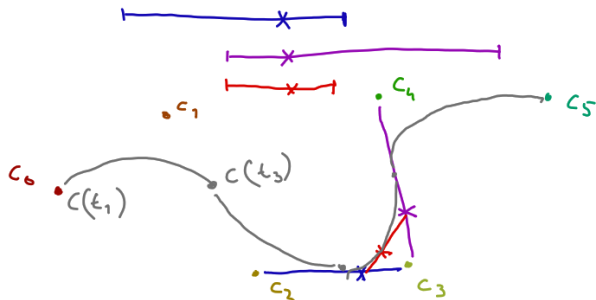
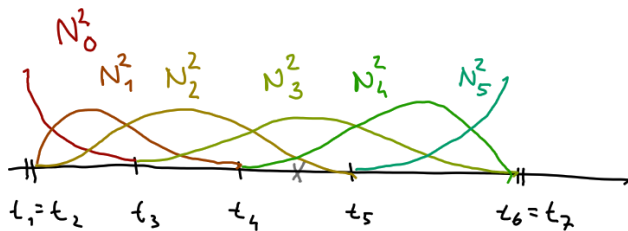
# Splines

- ▶ Grad  $n$
- ▶ Knotenvektor  $T$ : geordnete Liste von Knoten  $t_i \in \mathbb{R}$
- ▶ Abbildung  $c : [t_{min}, t_{max}) \rightarrow \mathbb{R}^d$ 
  - ▶  $c$  ist ein Polynom vom Grad  $n$  auf jedem Intervall  $[t_i, t_{i+1})$
- ▶ Für festes  $T$  und  $n$  bilden Splines auch einen Vektorraum
- ▶ B-Splines als Basis  $\implies$  Geometrische Intuition
- ▶ 
$$c(t) = \sum_{i=0}^m c_i N_i^n(t)$$
  - ▶  $c_i \in \mathbb{R}^d$ : Kontrollpunkte
  - ▶  $N_i^n$ : Basis-Spline

# Splines - Beispiel



# de-Boor - Beispiel





# Interpolation

- ▶ Gegeben:  $p_i \in \mathbb{R}^d$

# Interpolation

- ▶ Gegeben:  $p_i \in \mathbb{R}^d$
- ▶ Gesucht: Spline  $c(t)$  vom Grad 3
  - ▶ Knoten  $t_i$
  - ▶ Kontrollpunkte  $c_i$
  - ▶ mit  $c(t_i) = p_i$

# Interpolation

- ▶ Gegeben:  $p_i \in \mathbb{R}^d$
- ▶ Gesucht: Spline  $c(t)$  vom Grad 3
  - ▶ Knoten  $t_i$
  - ▶ Kontrollpunkte  $c_i$
  - ▶ mit  $c(t_i) = p_i$
- ▶ Verschiedene Knotenvektoren möglich
  - ▶ z.B. äquidistant, chordal, ...

# Interpolation

- ▶ Gegeben:  $p_i \in \mathbb{R}^d$
- ▶ Gesucht: Spline  $c(t)$  vom Grad 3
  - ▶ Knoten  $t_i$
  - ▶ Kontrollpunkte  $c_i$
  - ▶ mit  $c(t_i) = p_i$
- ▶ Verschiedene Knotenvektoren möglich
  - ▶ z.B. äquidistant, chordal, ...
- ▶ danach Gleichungssystem lösen um  $c_i$  zu bestimmen