ISCAE **Année universitaire 2020-2021**

Matière : calcul scientifique **RT2-DI2-IG2-IG2FP**

Exercice1 :(3pts)

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a\ ,b]$ *tel que f(a) = b et f(b) =a*

Montrer qu'il existe un réel c appartenant à l'intervalle $[a\ ,b]$ *tel que*

F(c) = c

Exercice2 :(6pts)

On se propose de calculer une valeur approchée de $\sqrt{3}$ *en appliquant la méthode de newton à l'équation :* $x^2 - 3 = 0,\ pour\ x > 0$

1) *Formuler la suite* (x_n) *de Newton*
2) *Montrer que cette suite est convergente*
3) *En prenant* x_0*= 1.5 comme valeur initiale, donner les 3 premiers décimaux de* $\sqrt{3}$

Exercice3 : (10pts)

On considère le tableau suivant :

x	0	2	4	6
$f(x)$	-1	2	5	10

1) Représenter les points (x, f(x)) dans le plan R^2
2) Représenter graphiquement l'interpolé par le plus proche voisin de f
3) Donner l'expression de l'interpolé linéaire de f
4) Donner le polynôme d'interpolation de Lagrange satisfaisant aux valeurs du tableau.
5) Calculer par une dérivation simple f'(2), f'(0)

BONNE CHANCE

ISCAE Année universitaire 2019-2020

Matière : Calcul scientifique **RT2- DI2 – IG2**

Exercice1 :(3pts)

Trouver le nombre n de subdivision nécessaire de l'intervalle d'intégration $[-\pi, \ \pi]$, pour évaluer à 0,5.10^{-3} prés, grâce à la méthode de trapèzes l'intégrale $\int_{-\pi}^{\pi} cosxdx$

Exercice2 :(6pts)

On considère le tableau suivant :

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$	0	0.382683	0.707107	0.923880	1

1) Calculer par la méthode des trapèzes puis par celle de Simpson $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$
2) Sachant que les valeurs de f(x) sont ceux donnant sinus x, comparer les résultats obtenus dans la question 1 avec la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$. Quelle est la méthode la plus précise ?

Exercice3 : (10pts)

On considère le tableau suivant :

x	0	2	4	6
$f(x)$	-1	2	5	10

1) Représenter les points (x, f(x)) dans le plan R^2
2) Représenter graphiquement l'interpolé par le plus proche voisin de f
3) Donner l'expression de l'interpolé linéaire de f
4) Donner le polynôme d'interpolation de Lagrange satisfaisant aux trois premières valeurs du tableau.
5) Calculer par une dérivation simple f'(2), f'(0)

BONNE CHANCE

ISCAE

Session de rattrapage

RT2- DI2- IG2- IG2FP

Année universitaire 2019-2020

Matière : Calculs scientifiques

Durée :2H

Exercice1 :

soit $f(x) = x^2 - 2$ *pour* $x \in [1\,,2]$. *Résoudre analytiquement l'équation* $f(x) = 0$ *sur le domaine de définition de* f. *En utilisant la méthode de Newton donner une suite* x_n *convergente vers le zéro de* f. *quelle est la vitesse de convergence de* x_n ?

Exercice2 :

On se propose de calculer une valeur approchée de $\sqrt{3}$ *en appliquant la méthode de newton à l'équation :* $x^2 - 3 = 0,\ pour\ x > 0$

1) *Formuler la suite* (x_n) *de Newton*
2) *En prenant* x_0= 1.5 *comme valeur initiale, donner les 3 premiers décimaux de* $\sqrt{3}$

Exercice3

On considère le tableau suivant :

x	0	2	4	6
$f(x)$	-2	4	7	12

1) *Représenter les points (x, f(x)) dans le plan* R^2
2) *Représenter graphiquement l'interpolé par le plus proche voisin de f*
3) *Donner l'expression de l'interpolé linéaire de f*
4) *Donner le polynôme d'interpolation de Lagrange satisfaisant aux trois premières valeurs du tableau.*

<u>BONNE CHANCE</u>

ISCAE Année universitaire 2020-2021

Devoir N°1 **Matière : CALCUL SCIENTIFIQUE**

Durée :2H

Exercice1 : (5pts)

Soit la fonction f(x)= x sin x + cos x

1) Montrer que l'équation f(x)=0 admet une unique solution α dans $\left[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$
2) Montrer que $\alpha \in \left[\frac{5\pi}{6} ; \pi\right]$

Exercice2 : (6 points)

Pour calculer $\sqrt{a}$, *on pose* $f(x) = x^2 - a$

1) *Montrer que la suite issue de la méthode de Newton s'écrit :*

$$x_0 > 0 \; et \; x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$$

$\frac{x_n}{1} - \frac{x_n^2 - a}{2x_n}$

2) *Montrer que* $x_n \geq \sqrt{a}$ *pour* $n \geq 1$
3) *Montrer que* $(x_n)_{n\geq 1}$ *est une suite décroissante et convergente.*

$\frac{x_n^2 + a}{2x_n} \geq \sqrt{a}$

$\frac{x_n^2 + a}{2x_n} - \frac{\sqrt{a}}{1}$

Exercice3 : (9pts)

On veut calculer l'unique racine positive r de l'équation f(x)=0 où

$f(x) = e^x - x - 2$. on vous propose d'appliquer 2 méthodes de point fixes, basés sur les fonctions suivantes : $g(x) = e^x - 2 \; et \; h(x) = \ln(x + 2)$

1) Comment ces fonctions ont-elles été obtenues ?
2) Dans quel intervalle de longueur 1 se trouve cette racine ? justifier
3) En déduire si les méthodes de points fixes utilisant g et h convergent
4) Faire deux itérations à partir de $x_0 = 1$ pour chacune des 2 méthodes de point fixe.
5) Appliquer la méthode de newton à l'équation de départ et faites 2 itérations à partir de $x_0 = 1$
6) Pour quelle (s) valeur(s)de x_0 ne peut-on pas démarrer la méthode de newton ?

$x_{n+1} - x_n \leq 0$ $\frac{x_n^2 + a - 2\sqrt{a}x_n}{2x_n} = \frac{(x_n - \sqrt{a})^2}{2x_n} > 0$

BONNE CHANCE

$x_{n+1} - x_n$

ISCAE Année universitaire 2020-2021

Matière : calcul scientifique **RT2-DI2-IG2-IG2FP**

Exercice1 :(3pts)

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a\ ,b]$ tel que f(a) = b et f(b) =a
Montrer qu'il existe un réel c appartenant à l'intervalle $[a\ ,b]$ tel que

F(c) = c

Exercice2 :(6pts)

On se propose de calculer une valeur approchée de $\sqrt{3}$ en appliquant la méthode de newton à l'équation : $x^2 - 3 = 0,\ pour\ x > 0$

1) *Formuler la suite (x_n) de Newton*
2) *Montrer que cette suite est convergente*
3) *En prenant x_0= 1.5 comme valeur initiale, donner les 3 premiers décimaux de $\sqrt{3}$*

Exercice3 : (10pts)

On considère le tableau suivant :

x0 x1 x2 x3

x	0	2	4	6
$f(x)$	-1	2	5	10

1) Représenter les points (x, f(x)) dans le plan R^2
2) Représenter graphiquement l'interpolé par le plus proche voisin de f
3) Donner l'expression de l'interpolé linéaire de f
4) Donner le polynôme d'interpolation de Lagrange satisfaisant aux valeurs du tableau.
5) Calculer par une dérivation simple f'(2), f'(0)

BONNE CHANCE

U.N.E.M ISCAE

ISCAE Année universitaire 2020-2021

Devoir N°1 **Matière : CALCUL SCIENTIFIQUE**

Durée :2H

Exercice1 : (5pts)

Soit la fonction f(x)= x sin x + cos x

1) Montrer que l'équation f(x)=0 admet une unique solution α dans $\left[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$
2) Montrer que $\alpha \in \left[\frac{5\pi}{6} ; \pi\right]$

Exercice2 : (6 points)

Pour calculer $\sqrt{a}$*, on pose* $f(x) = x^2 - a$

1) *Montrer que la suite issue de la méthode de Newton s'écrit :*

$$x_0 > 0 \ et \ x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$$

2) *Montrer que* $x_n \geq \sqrt{a}$ *pour* $n \geq 1$
3) *Montrer que* $(x_n)_{n\geq 1}$ *est une suite décroissante et convergente.*

Exercice3 : (9pts)

On veut calculer l'unique racine positive r de l'équation f(x)=0 où

$f(x) = e^x - x - 2$. on vous propose d'appliquer 2 méthodes de point fixes, basés sur les fonctions suivantes : $g(x) = e^x - 2$ *et* $h(x) = \ln(x + 2)$

1) Comment ces fonctions ont-elles été obtenues ?
2) Dans quel intervalle de longueur 1 se trouve cette racine ? justifier
3) En déduire si les méthodes de points fixes utilisant g et h convergent
4) Faire deux itérations à partir de x_0 =1 pour chacune des 2 méthodes de point fixe.
5) Appliquer la méthode de newton à l'équation de départ et faites 2 itérations à partir de x_0 =1
6) Pour quelle (s) valeur(s)de x_0 ne peut-on pas démarrer la méthode de newton ?

$f(x) = e^x - x - 2$ ***BONNE CHANCE***

$e^x - x - 2 = 0$