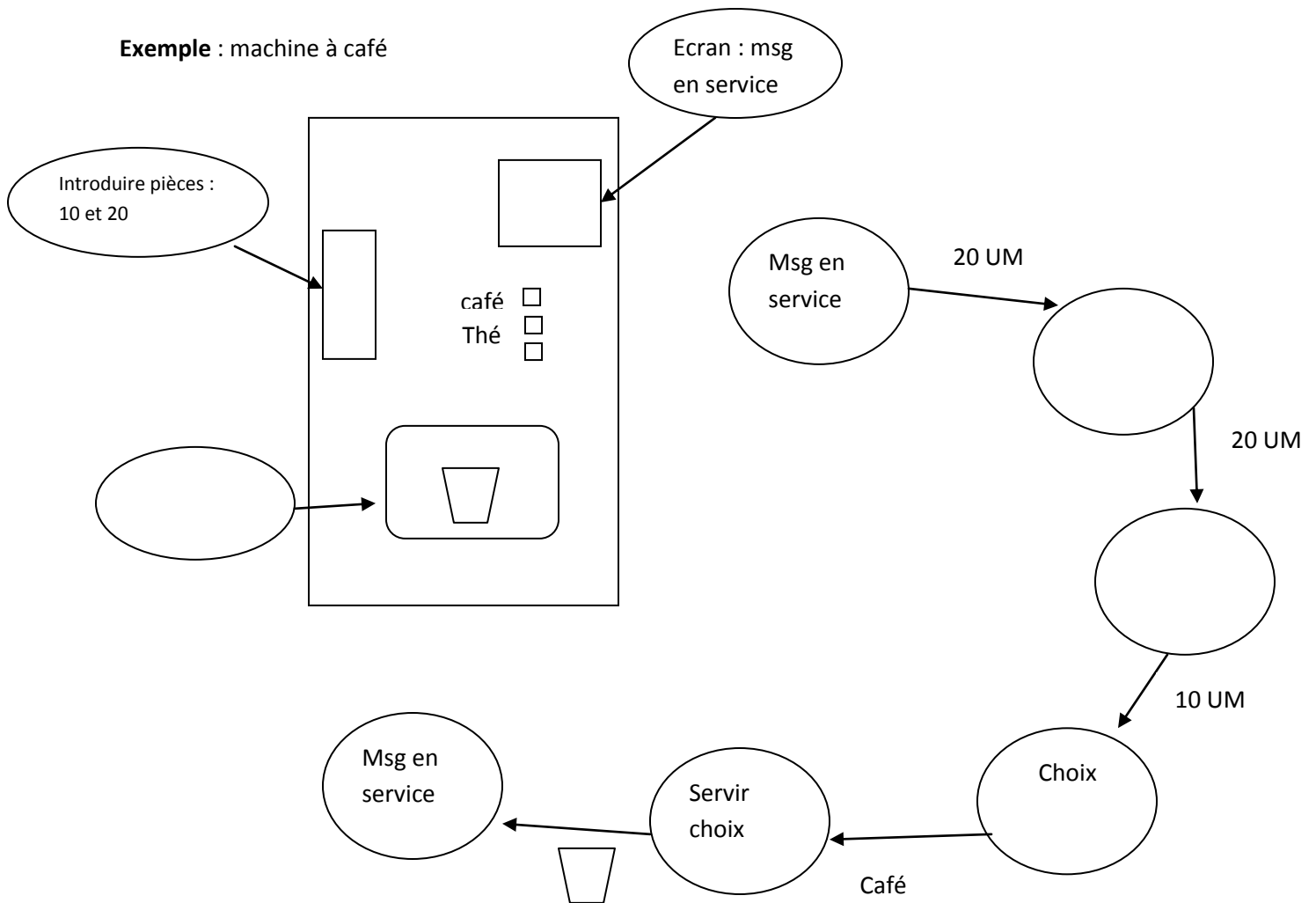


## Les automates d'états finis

### Définition :

L'automate représente un mécanisme qui permet de modéliser un système. Un automate est un ensemble "d'états du système", reliés entre eux par des "transitions" qui sont marquées par des symboles. Étant donné un "mot" fourni en entrée, l'automate lit les symboles du mot un par un et va d'état en état selon les transitions. Le mot lu est soit accepté par l'automate soit rejeté.

### Exemple : machine à café



Alors notre automate est composé de :

- Un ensemble d'états finis
- Un vocabulaire (par exemple : les pièces acceptées) : 10 UM, 20 UM, café, thé
- Une transition : c'est-à-dire si je suis dans un état et j'applique un élément je suis dans un autre état

- Un état initial et un état final

Exemple de notre automate précédent : la chaîne acceptée est 20.20.10

Si on peut introduire : 10.10.10.20 et 20.10.20. alors ces chaînes on peut dire qu'elles sont acceptées.

## Définition :

Un automate fini déterministe est un quintuplé  $(Q, V, \delta, q_0, F)$  constitué des éléments suivants

- un alphabet fini  $(V)$
- un ensemble fini d'états  $(Q)$
- une fonction de transition  $(\delta : q \in Q \text{ et } a \in V) : \delta(q,a) \rightarrow q'$
- un état initial  $(q_0 \in Q)$
- un ensemble d'états finaux  $F \subseteq Q$

## Fonctionnement d'un automate :

L'automate prend en entrée un mot et l'accepte ou le rejette. On dit aussi qu'il le reconnaît ou ne le reconnaît pas. *Le langage associé à un automate est constitué de l'ensemble des mots qu'il reconnaît.* Voici comment l'automate procède pour décider si un mot appartient à son langage.

- Le processus commence à l'état de départ  $q_0$
- Les symboles du mot sont lus les uns après les autres.
- À la lecture de chaque symbole, on emploie la fonction de transition  $\delta$  pour se déplacer vers le prochain état (en utilisant l'état actuel et le caractère qui vient d'être lu).
- le mot est reconnu si et seulement si le dernier état est un état de  $F$ .

## Exemple :

Ecrire un automate qui permet de reconnaître les chaînes de l'expression régulière suivante :

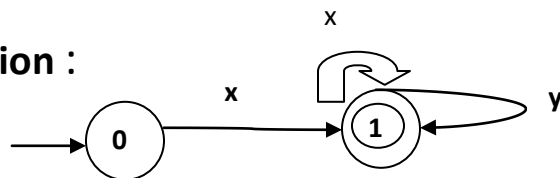
Soit le vocabulaire  $v = \{a, \dots, b, 0, \dots, 9\}$

$ER = x.(x \mid y)^*$

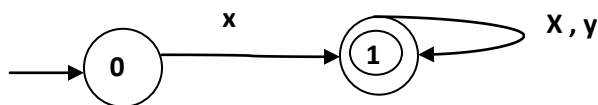
$x \in \{a, \dots, z\}$

$y \in \{0, \dots, 9\}$

## Correction :

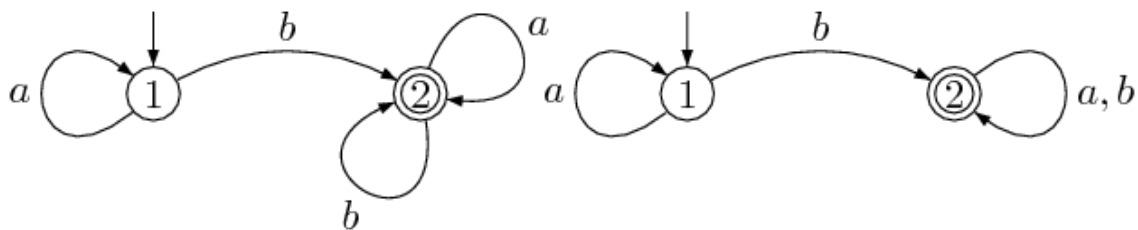


Simplification de la représentation :



## Exercice 1 :

Soit les automates suivants :



1. quelle est la différence entre ces deux automates ?
2. Quel est le langage reconnu par le deuxième automate ?

Correction Ex1 :

1. Sont le même
2. Tous les mots qui contiennent un "b"