



---

# Chapitre 2

# LES AUTOMATES

# D'ÉTAT FINI

## **1. Introduction**

Les automates sont des objets mathématiques, très utilisés en informatique, qui permettent de modéliser un grand nombre de systèmes.

En compilation, les automates servent à constituer des analyseurs lexicaux qui permettent de repérer les mots d'un langage.

## 2. Automates finis

### Définition

Un **automate fini** (**AFN**) est défini par un quintuplet  $(A, Q, I, F, \mu)$  tel que :

A est **l'alphabet** (vocabulaire), ensemble fini, non vide de symboles ;

Q est **l'ensemble des états** possibles pour la machine (fini et non vide) ;

$I \subseteq Q$  : l'ensemble des états initiaux ou états de départ ;

$F \subseteq Q$  : états finaux ou états d'acceptation ;

$\mu$  la fonction de transition telle que :

$\mu : A \cup \{\varepsilon\} \times Q \rightarrow Q$ .

Pour la configuration courante d'état et de symbole,  $\mu(a_j, q_i) = q_k$  signifie que nous passons de l'état  $q_i$  vers l'état  $q_k$  en lisant le symbole  $a_j$ .

## Fonctionnement d'un automate fini déterministe

L'automate prend en entrée un mot et l'accepte ou le rejette. Le langage associé à un automate est constitué de l'ensemble des mots qu'il reconnaît.

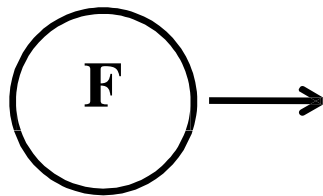
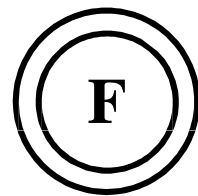
- Le processus commence à l'état de départ  $I_0$ .
- Les symboles du mot sont lus les uns après les autres.

- À la lecture de chaque symbole, la fonction de transition  $\mu$  est employée pour se déplacer vers le prochain état (en utilisant l'état actuel et le caractère qui vient d'être lu).
- Le mot est reconnu si et seulement si le dernier état (i.e., l'état correspondant à la lecture du dernier caractère du mot) est un état de F.

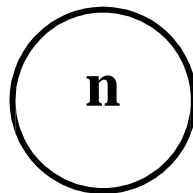
### **3. Représentation graphique des AFN**

Un AFN peut être représenté par un graphe orienté, appelé "diagramme de transition" ou "graphe de transition". Les nœuds correspondent aux états et les arcs représentent les transitions possibles (calculées par la fonction de transition) entre les états. Ces arcs sont étiquetés par le symbole permettant cette transition.

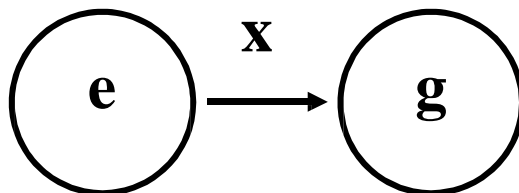
Etat initial



Etat final



Etat quelconque



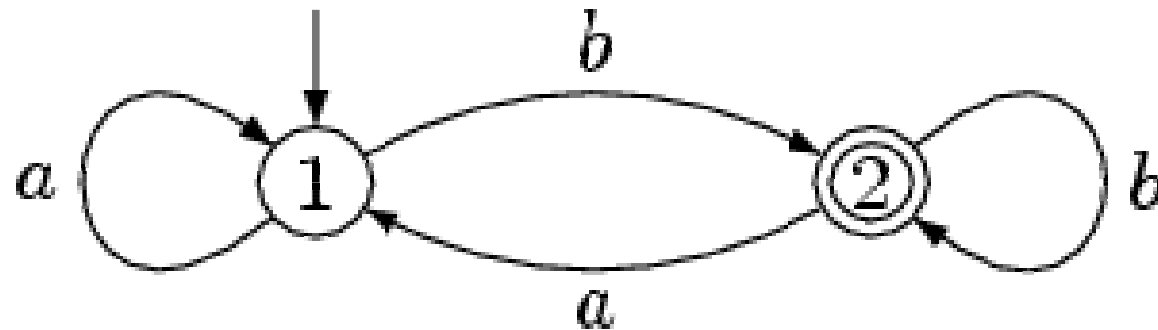
$$\mu(e, x) = g$$



## Exemple 1

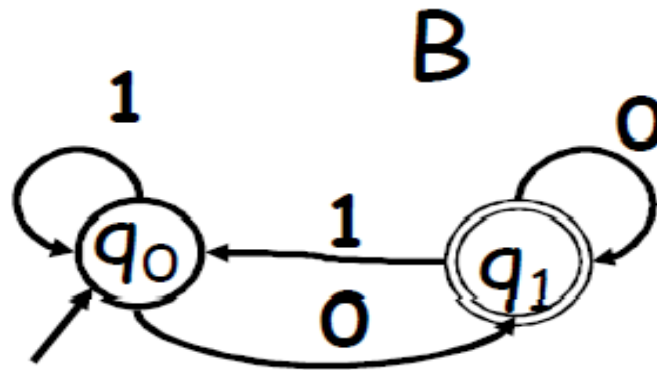
chapitre 2

T est un automate caractérisé par  $A = \{a, b\}$ ,  $I = \{1\}$  l'état initial et l'état final est  $\{2\}$  avec  $\mu(1, a) = 1$ ,  $\mu(1, b) = 2$ ,  $\mu(2, a) = 1$ ,  $\mu(2, b) = 2$ .



le langage de cet automate est constitué exactement des mots composés de  $a$  et de  $b$  qui se terminent par un  $b$ .

## Exemple 2



B est un automate caractérisé par :

$A = \{0, 1\}$ ,

$I = \{q_0\}$  l'état initial

$F = \{q_1\}$  l'état final

$\mu(q_0, 1) = q_0$ ,  $\mu(q_0, 0) = q_1$ ,  $\mu(q_1, 1) = q_0$ ,

$\mu(q_1, 0) = q_1$  .

## Représentation matricielle

Un automate peut être caractérisé par une matrice de transition. En effet, la fonction de transition est représentée par une "table de transition" (matrice de transition) qui sont des tableaux (ou des matrices) dont les colonnes correspondent aux symboles et les lignes aux états. La cellule  $(l_i, c_j)$  indique les transitions  $\mu(a_i, q_j) \rightarrow q_k$ .

## Exemple

$$\mu(1, a) = 1, \mu(1, b) = 2, \mu(2, a) = 1, \\ \mu(2, b) = 2, q_0 = 1, F = 2.$$

La table de transition est :

$\mu$	a	b
$\rightarrow 1$	1	2
$* 2$	1	2

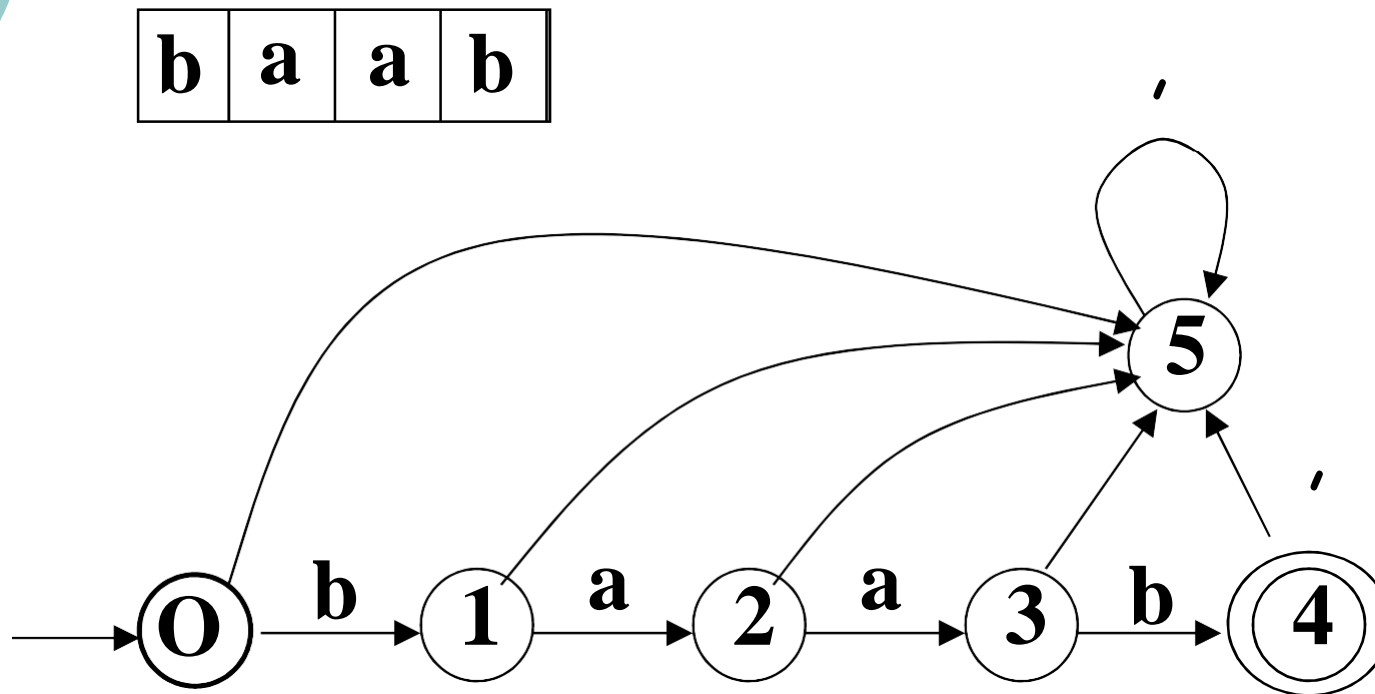
## **Définition**

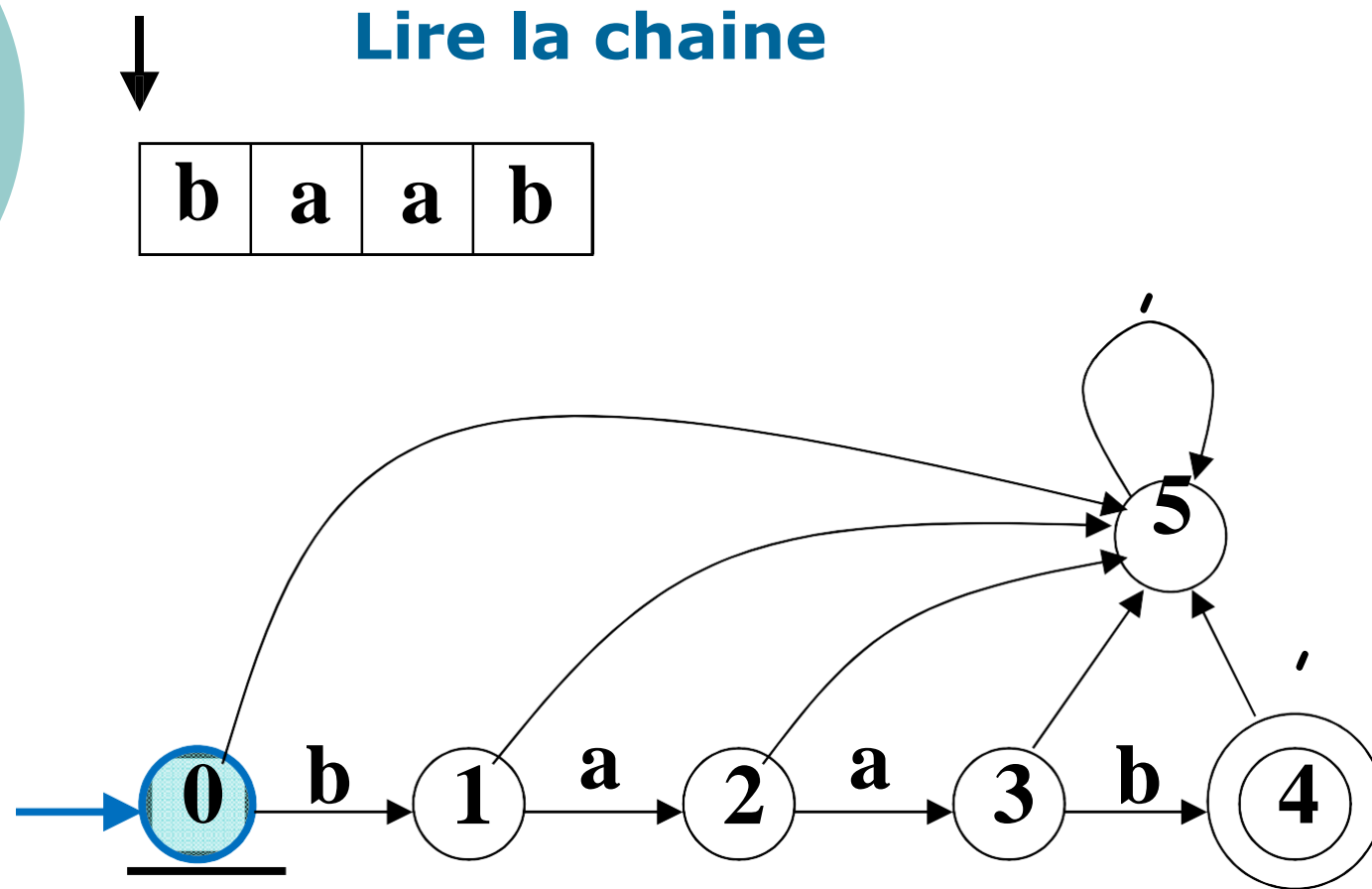
Le langage reconnu par un automate fini non déterministe (AFN) est l'ensemble des mots acceptés par l'automate.

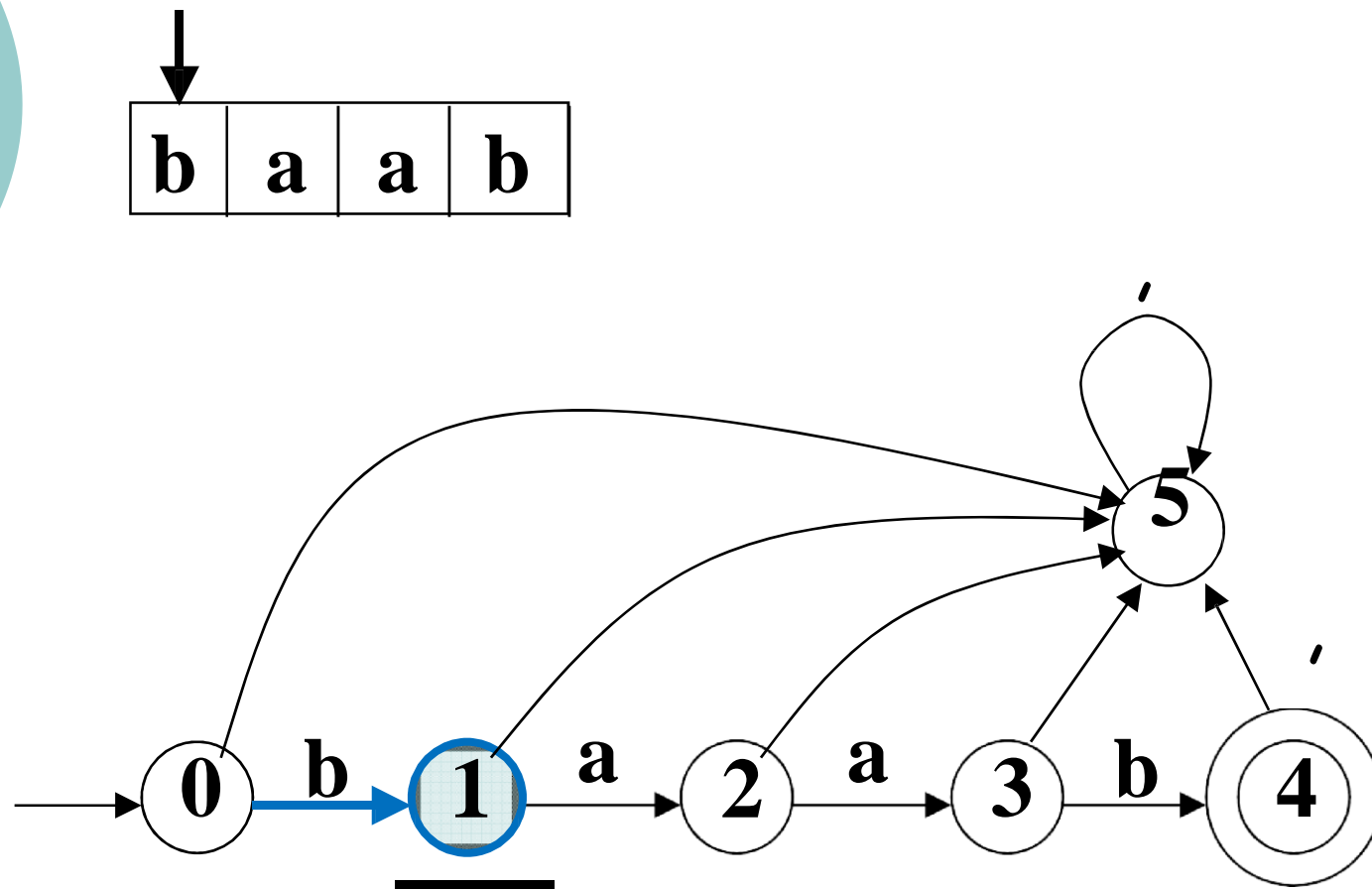
Un mot  $w$  est reconnu (accepté) par un AFN si :

- Il existe un chemin menant d'un état initial à un état final, étiqueté par la suite des symboles de  $w$ .
- $\varepsilon$  est neutre pour la concaténation.

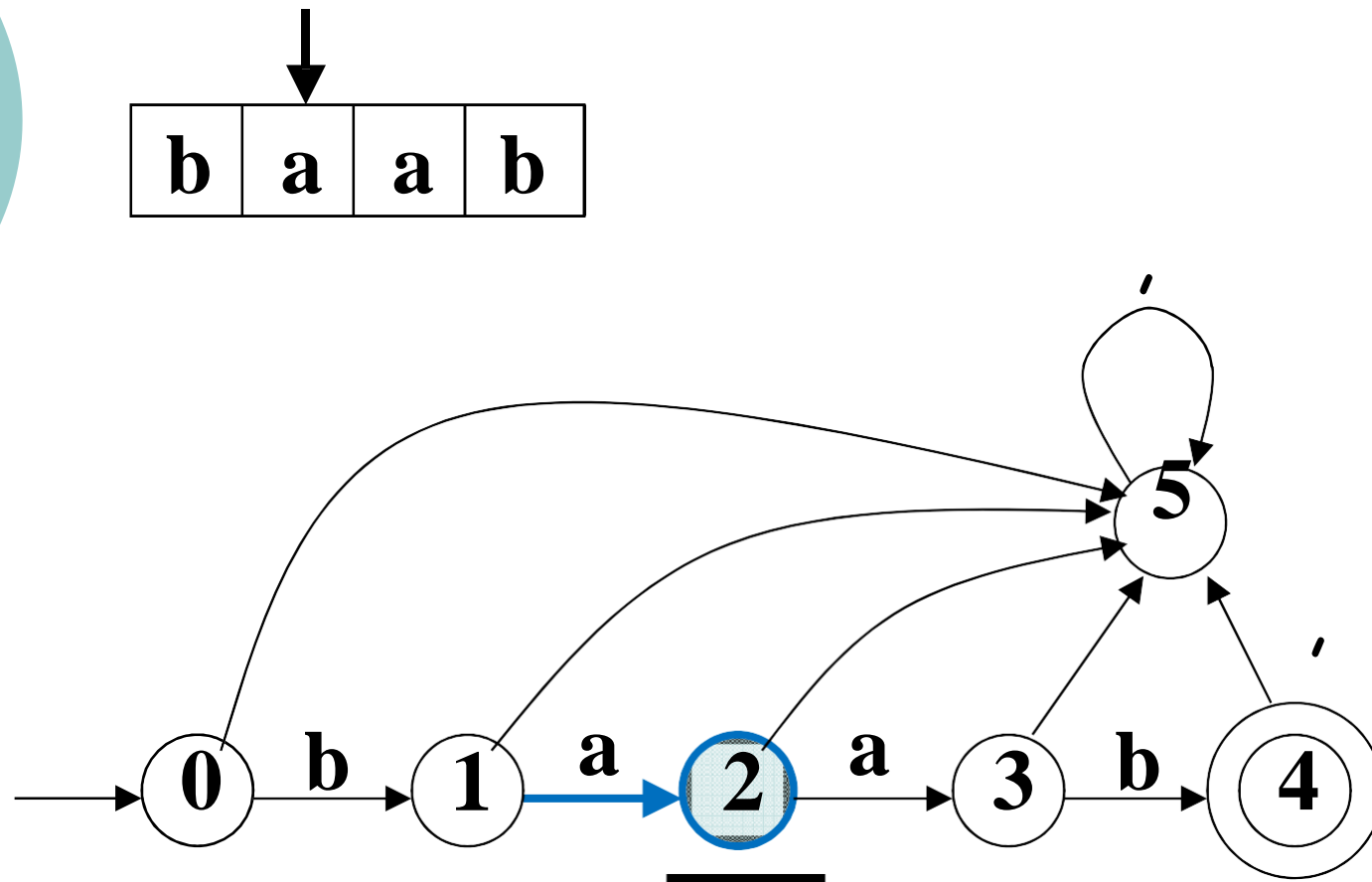
## Exemples d'exécution d'un AFN

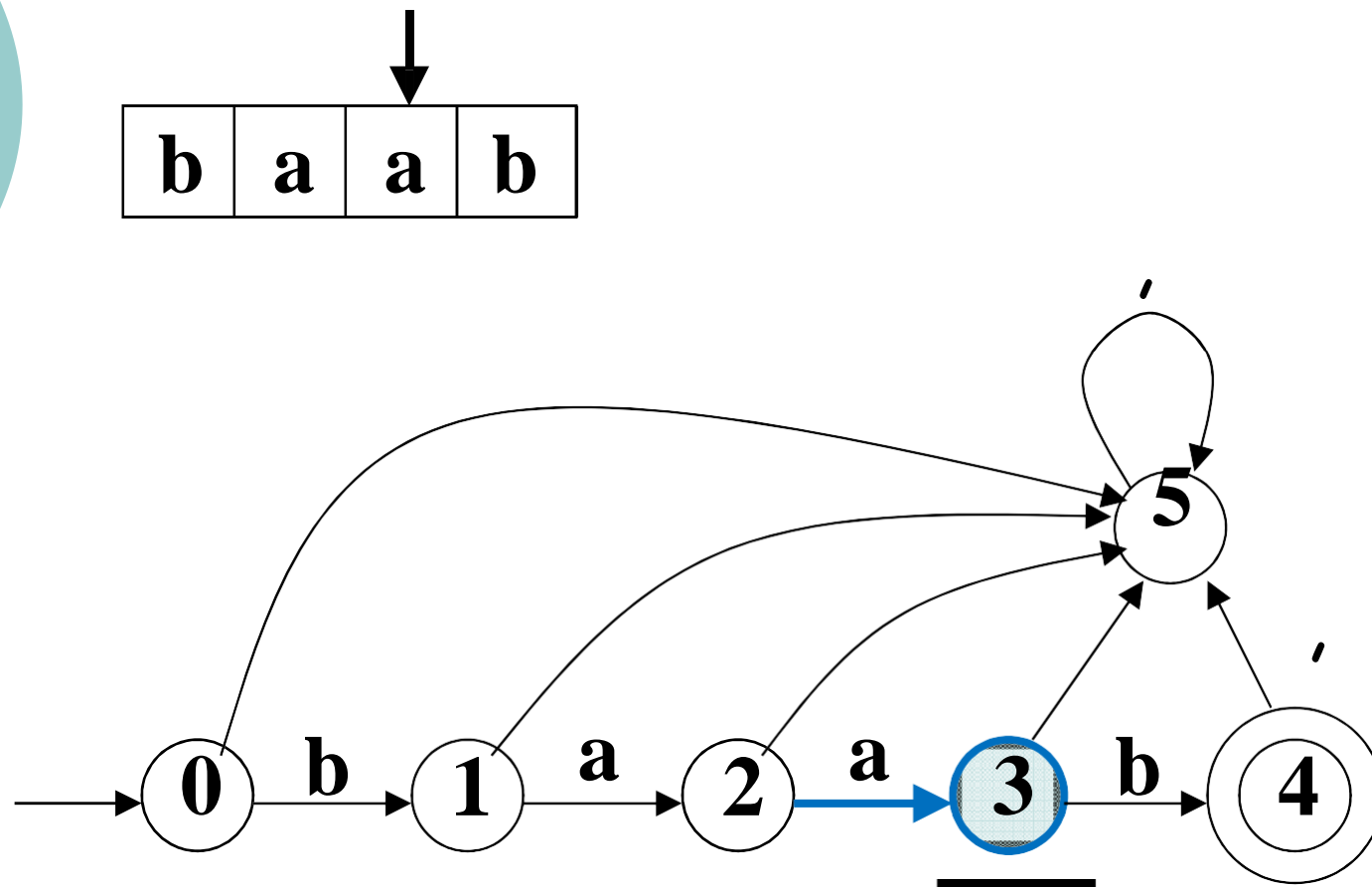


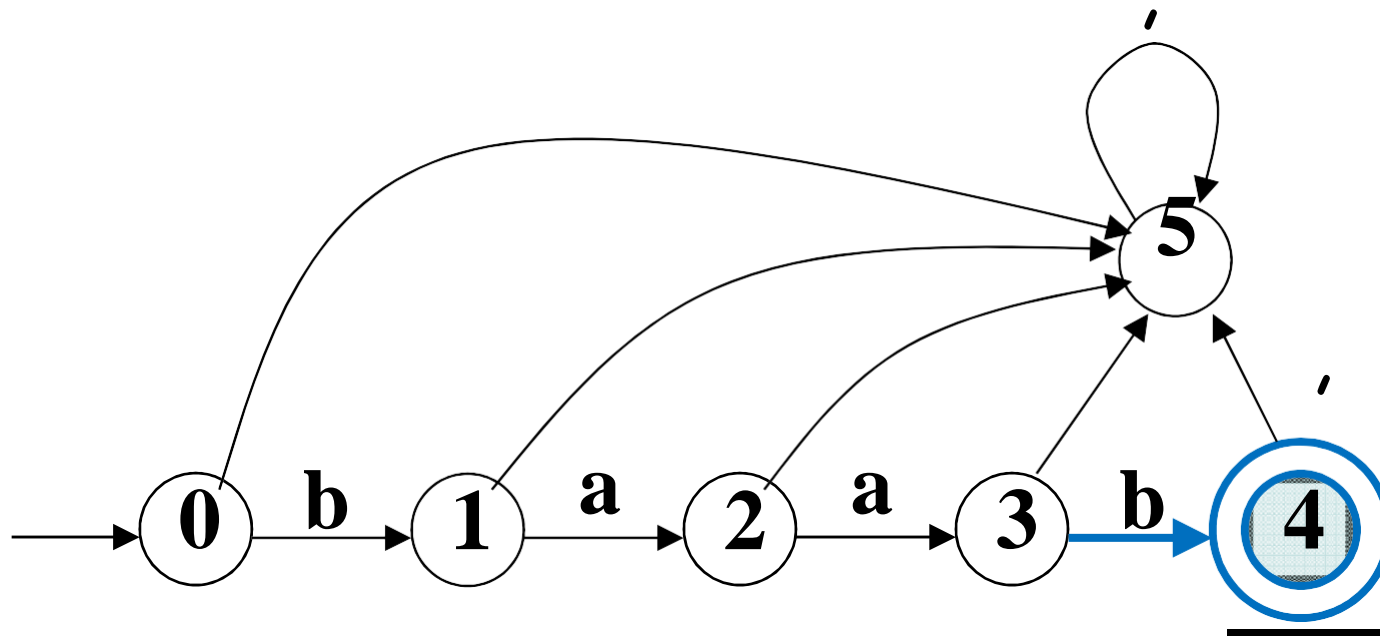
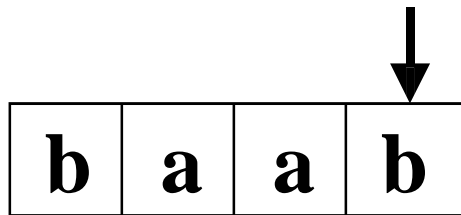


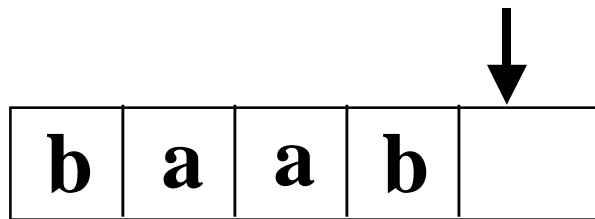




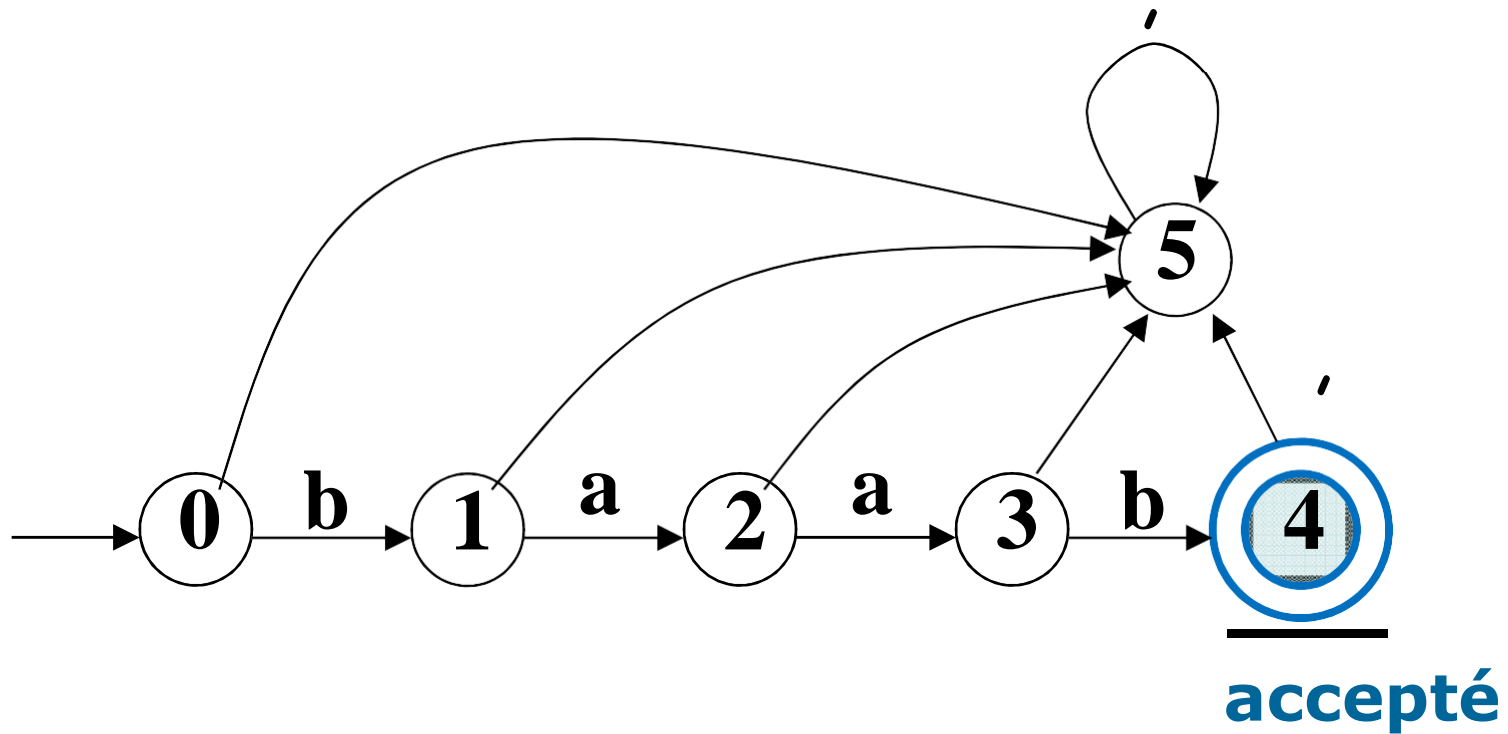




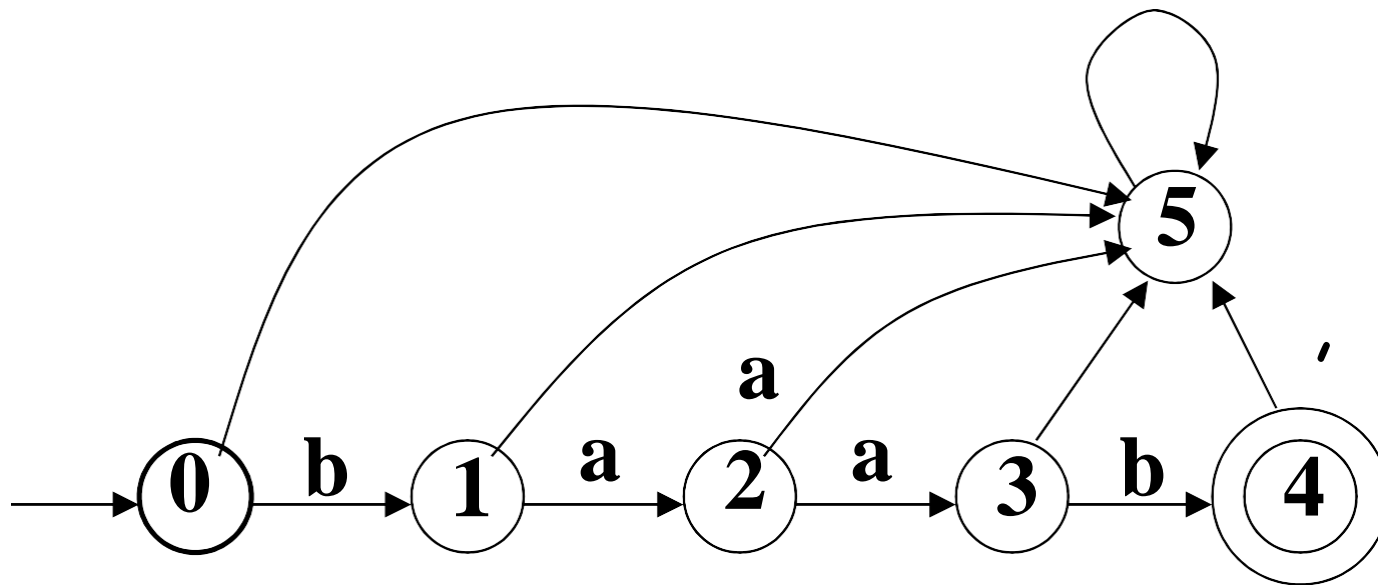


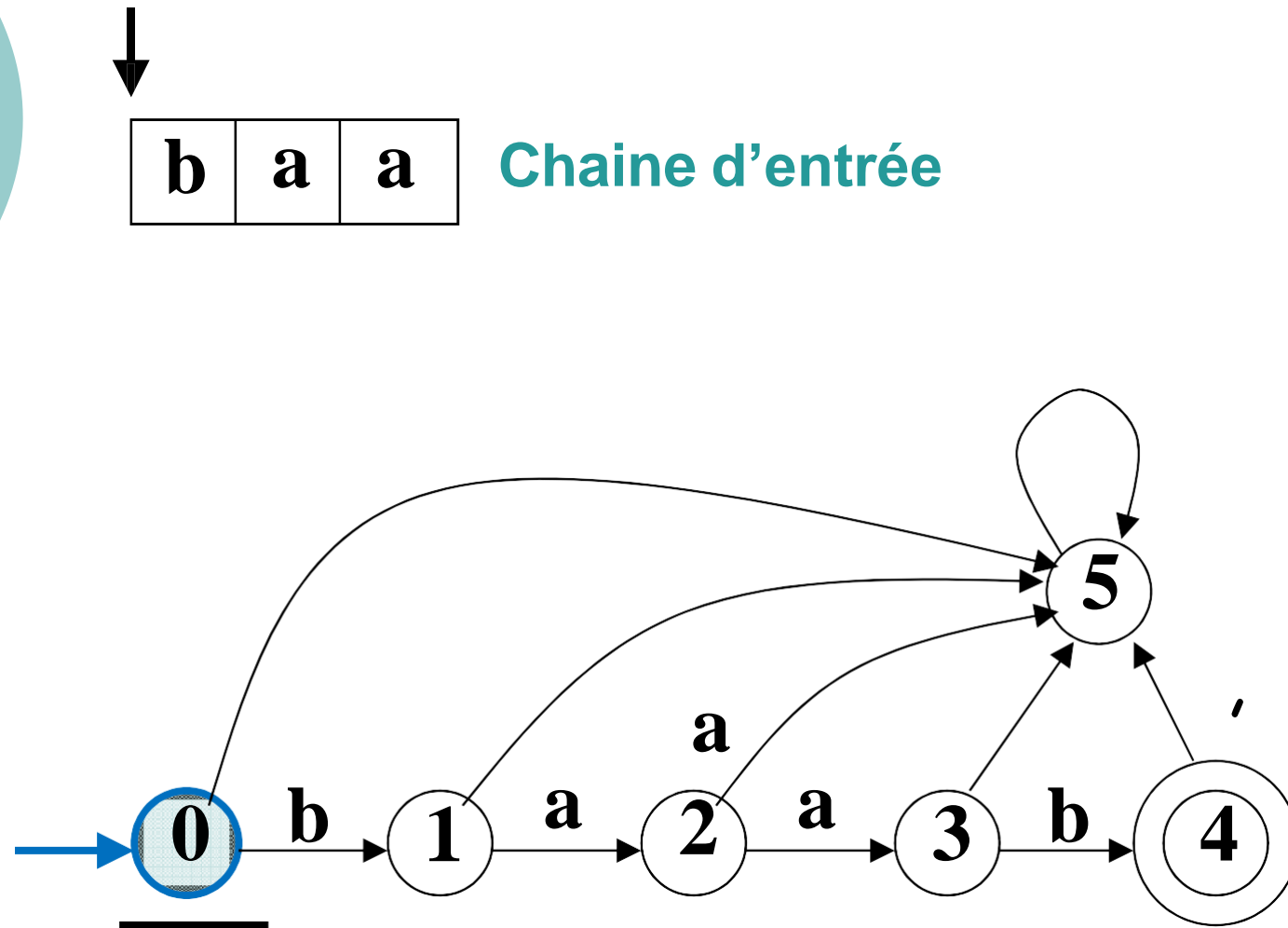


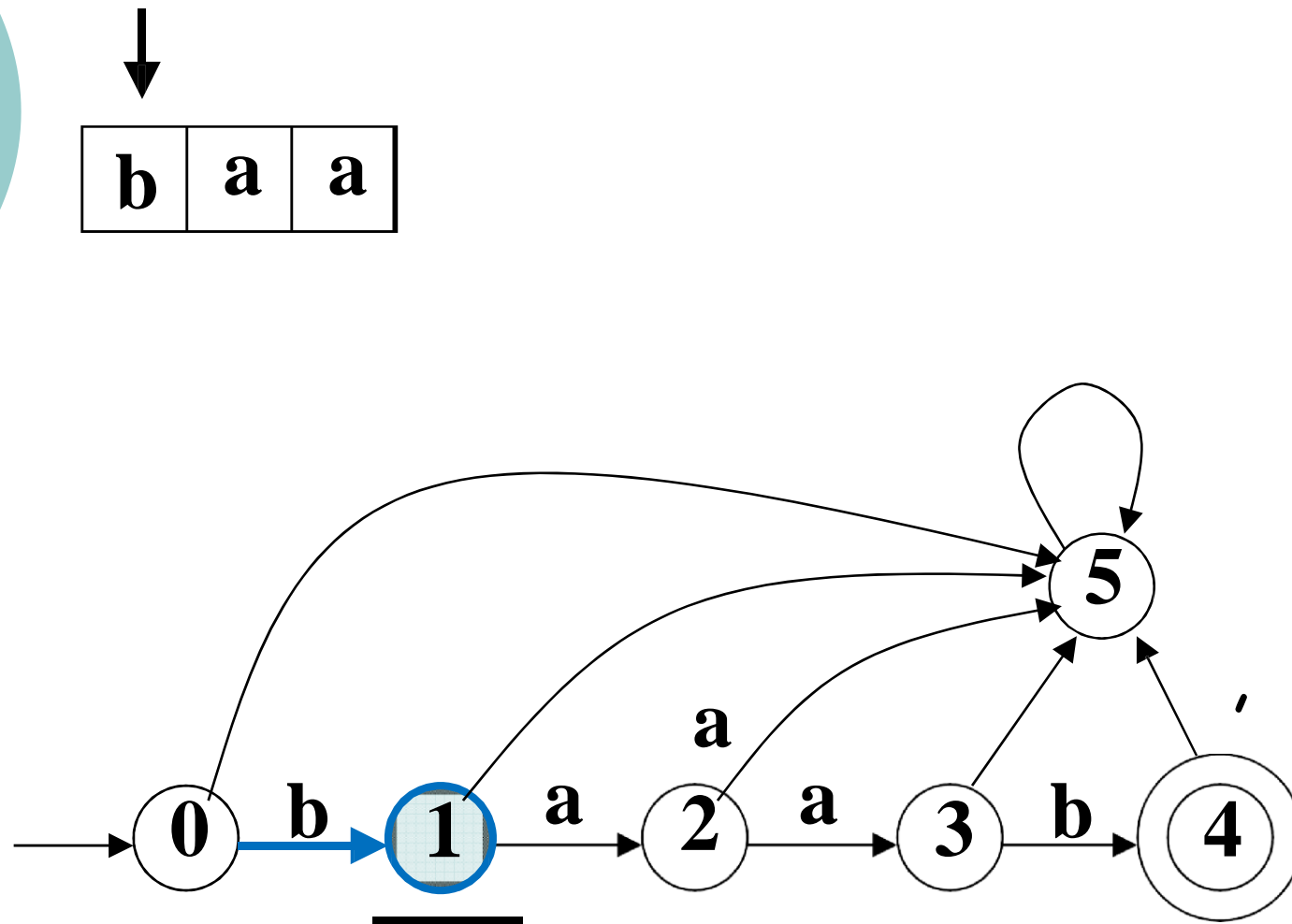
**Fin de la chaine**

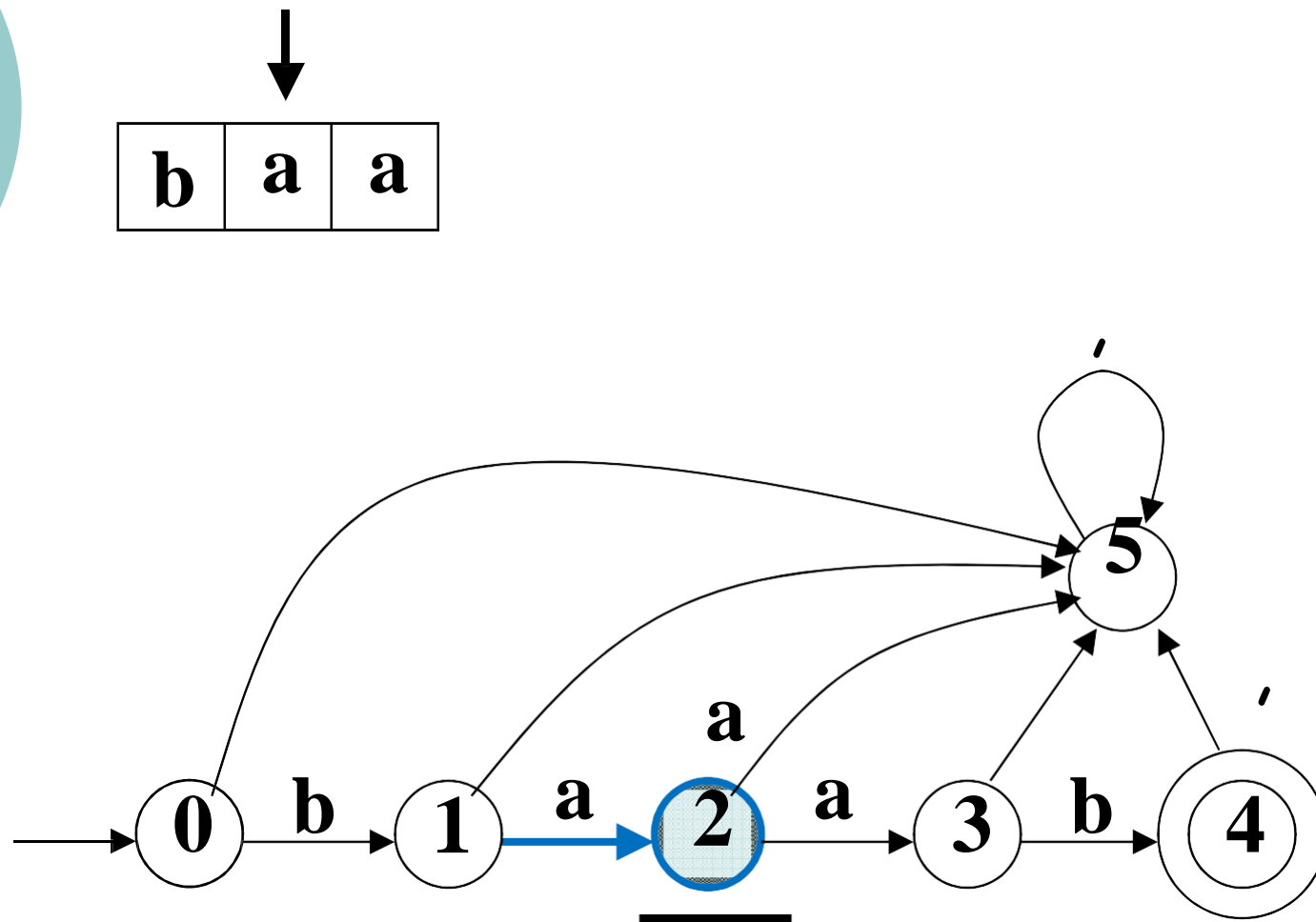


<b>b</b>	<b>a</b>	<b>a</b>
----------	----------	----------

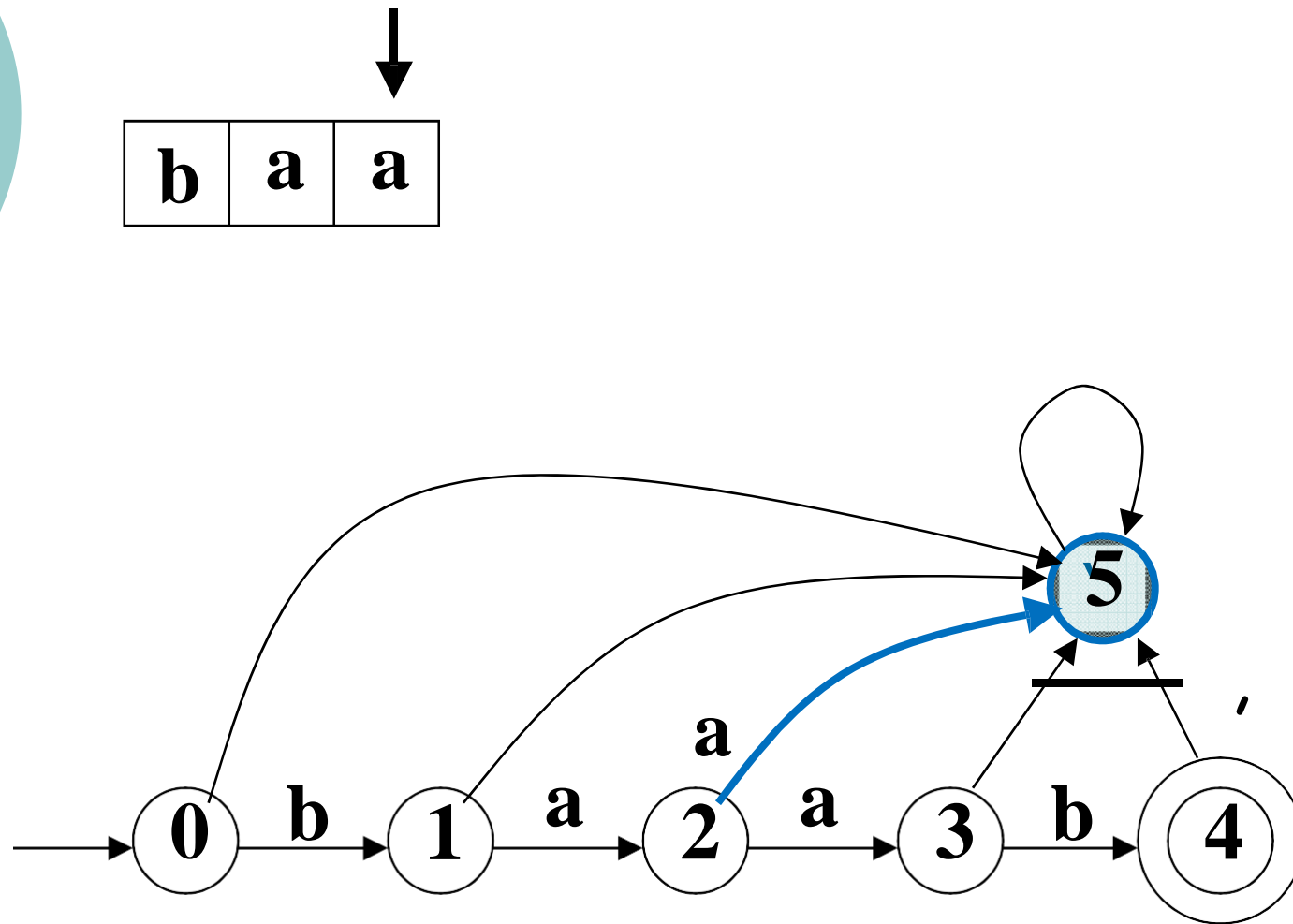


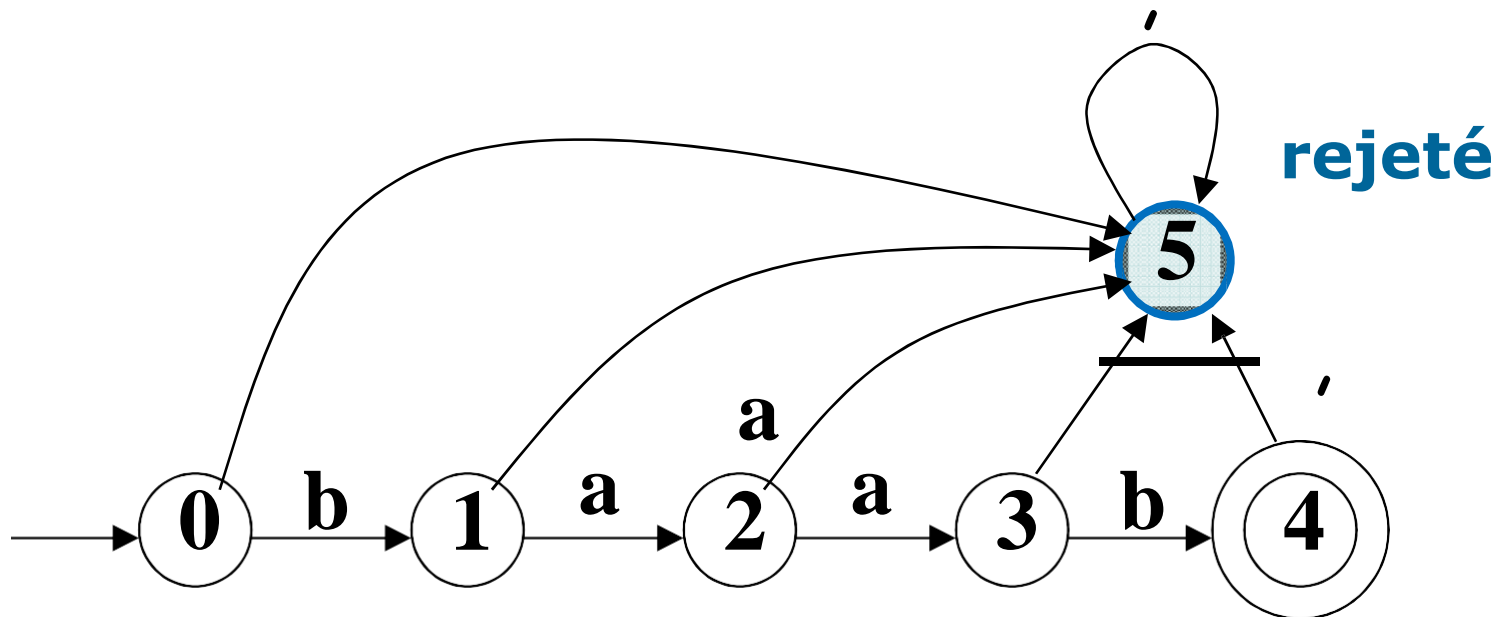


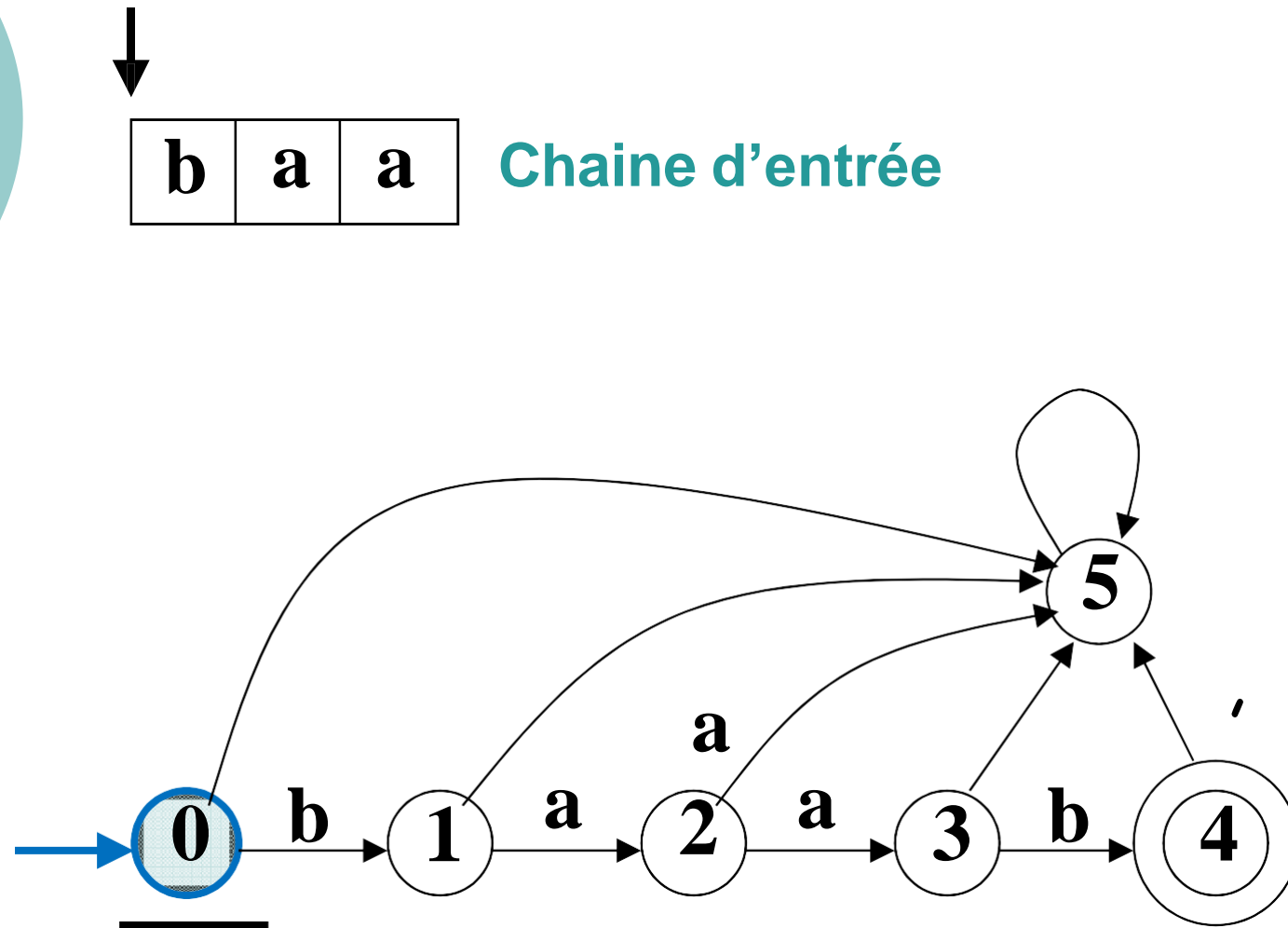


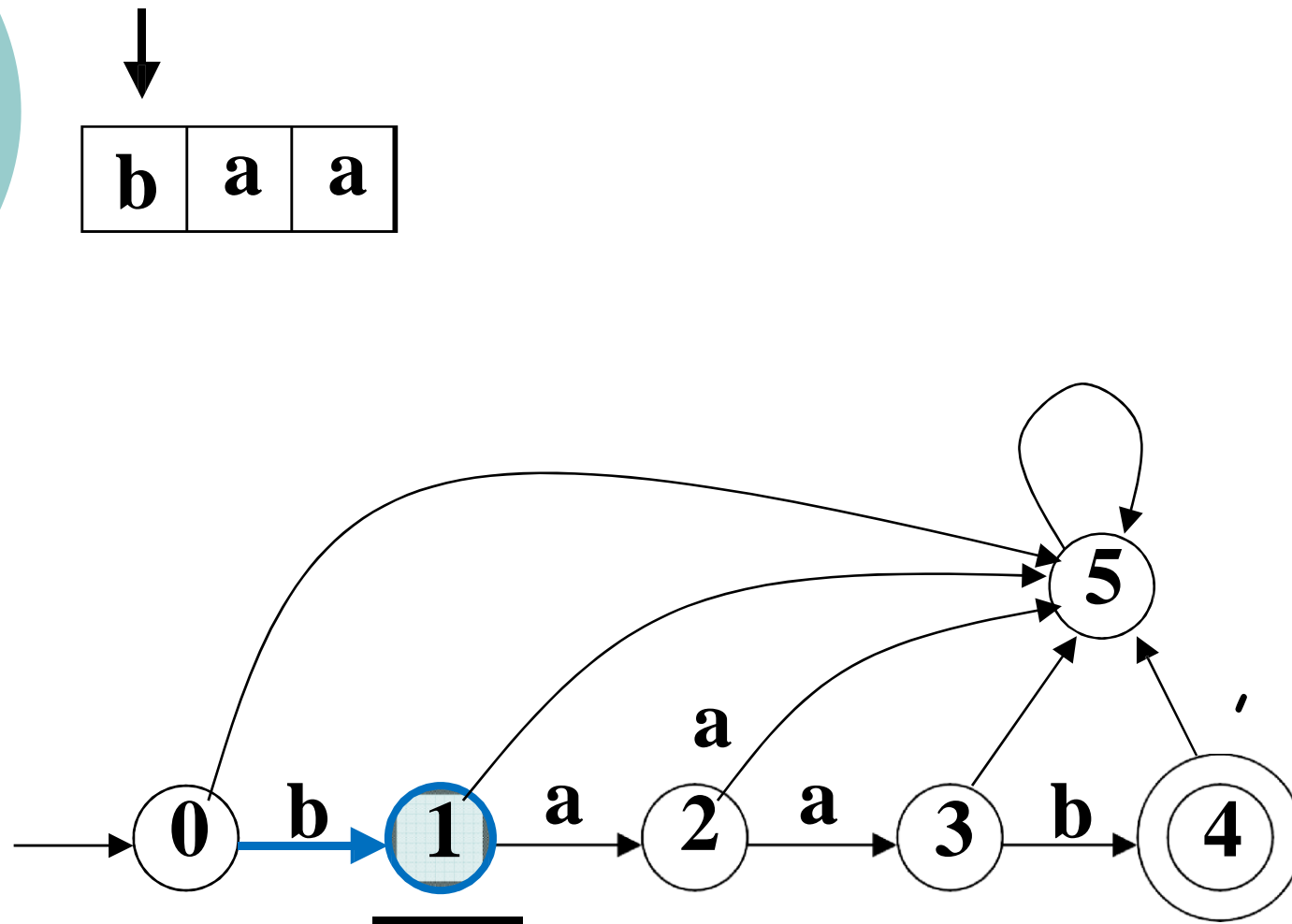


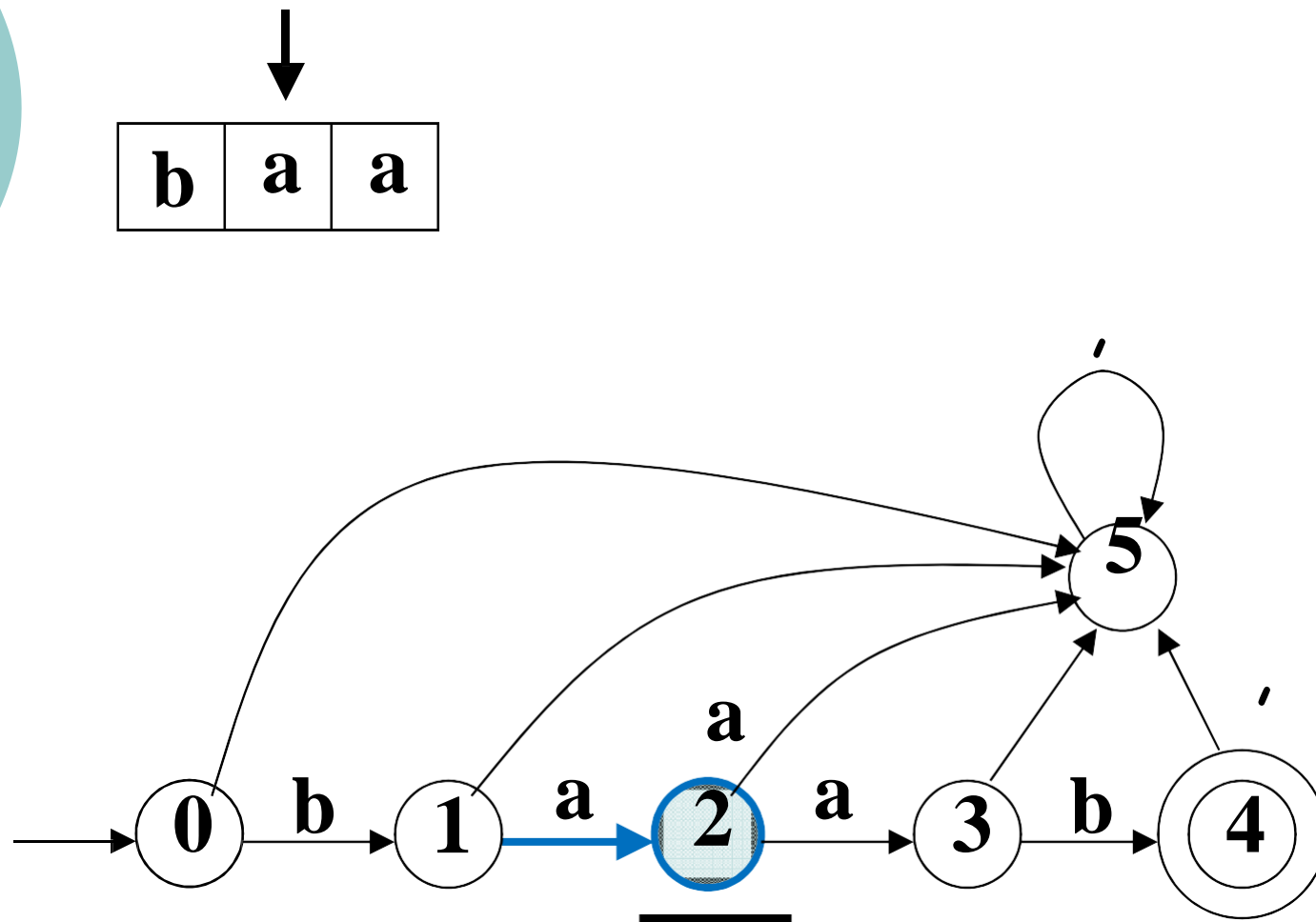


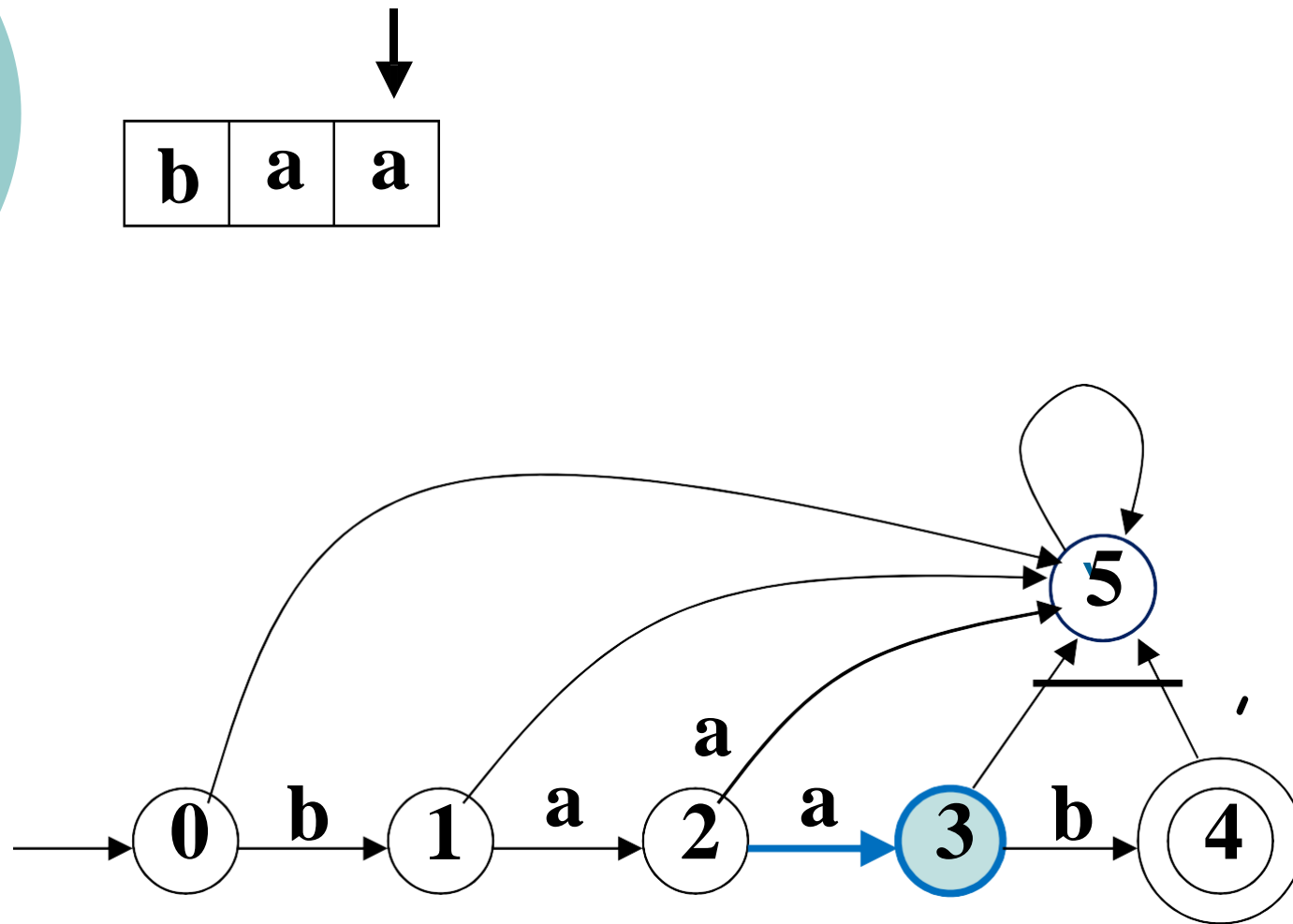


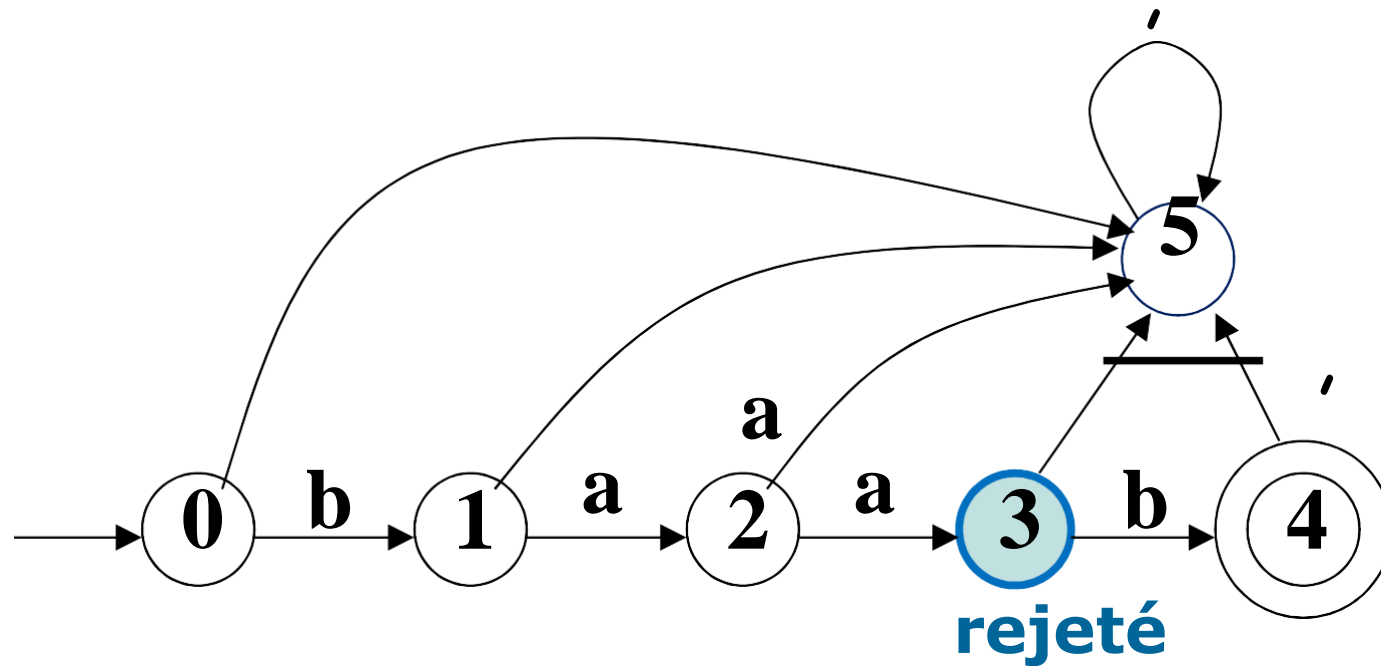


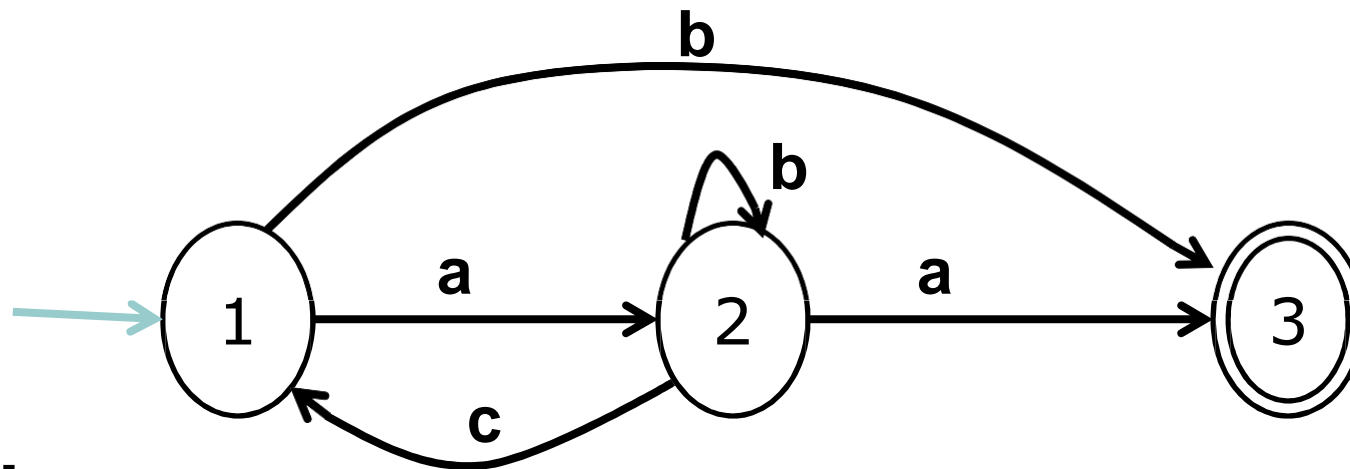












aa  
acabcb  
acc

aa: 1  $\xrightarrow{a}$  2  $\xrightarrow{a}$  3 **FIN** **mot accepté**

acabcb: 1  $\xrightarrow{a}$  2  $\xrightarrow{c}$  1  $\xrightarrow{a}$  2  $\xrightarrow{b}$  2  $\xrightarrow{c}$  1  $\xrightarrow{b}$  3 **FIN**

acc: 1  $\xrightarrow{a}$  2  $\xrightarrow{c}$  1  $\xrightarrow{\text{bloquer}}$  **refusé**