

Res Pb

TD 1:

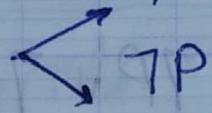
- Rappel: FNC = Conjonction de disjonction de littéraux.

FND = disjonction de conjonction de

littéraux.

P.

littéral



Algo TN

① enlever les \Leftrightarrow et \Rightarrow

$$A \Leftrightarrow B = (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A).$$

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B$$

② Réduire les négations

③ loi distributivité

$$\rightarrow \text{FNC} \rightarrow A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

$$\rightarrow \text{FND} \rightarrow A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

Exo ④: Donner la FNC

$$(P \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow S$$

$$\neg(P \wedge (\neg Q \vee R)) \vee S \quad A \Rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$(\neg P \vee (Q \wedge \neg R)) \wedge S \quad \neg(A \wedge B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$((\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg R)) \vee S \quad A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$\boxed{(S \vee \neg P \vee Q) \wedge (S \vee \neg P \vee \neg R)}$$

→ Soient les expressions :

① si les enseignants sont peu vifs alors les notes sont mauvaises.

② si les notes sont ~~mauvaises~~ alors les étudiants sont en colère.

③ Les enseignants sont sévères.

④ Les étudiants sont en colère

- Montrer que ④ est conséquence logique de ① ② et ③ avec logique propositionnelle

* Rappel: G est CL de F_1, \dots, F_n ~~ssi~~:

$F_1, \dots, F_n \models G \Rightarrow G \text{ vraie}$.

$$\textcircled{1} P \Rightarrow Q. \quad \textcircled{3} P.$$

$$\textcircled{2} Q \Rightarrow R. \quad \textcircled{4} R.$$

CL / ① Table de vérité

② logique..

$$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \wedge P$$

$$(P \Rightarrow R) \wedge P \quad \text{vrai}$$

$$\neg P \vee R \quad \text{vrai}$$

et

③ TH1

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \Rightarrow G \text{ valide}$$

④ TH2

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \wedge G$$

$$(P \vee \neg P) \wedge (Q \vee \neg Q)$$

vrai

$\left. \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right\} (P \wedge \neg P)$
faux

- Démonstration de Th ①.

G est CL de $F_1, \dots, F_n \Rightarrow F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \Rightarrow G$ valide.

① $\Rightarrow /$

hyp G est CL de $F_1, \dots, F_n \Rightarrow F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \Rightarrow G$ valide.
 $\Rightarrow G$ valide.

à montrer: $F = F_1 \wedge \dots \wedge F_n \Rightarrow G$ valide?

1/ Cas où $F_1 \wedge \dots \wedge F_n$ vrai

$$F_1 \wedge \dots \wedge F_n \Rightarrow G \equiv \neg(F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \vee G$$

On $\left\{ \begin{array}{l} F = \neg(F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \vee G \\ \text{et } G = \text{vrai} \end{array} \right. \quad \boxed{F = \text{vrai}} \quad \text{②} \quad \text{③}$

2/ $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$ faux

$$\neg(F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \text{ vrai}$$

$$\neg(F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \vee G \text{ vrai}$$

② $\dots \neg(F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \Rightarrow G$ vrai

① et ② $\Rightarrow /$ est valide.

③ $\Leftarrow /$

hyp $F_1 \wedge \dots \wedge F_n \Rightarrow G$ valide

montrer lorsque $F_1 \wedge \dots \wedge F_n$ faux $\Rightarrow G$ vrai.

$$\neg(F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \text{ faux}$$

① et ② G est vrai.

→ Soient les formules suivantes:

$$\textcircled{1} P \Rightarrow Q \quad \textcircled{2} \neg Q \quad \textcircled{3} \neg P$$

- Montrer que ③ est CL de ① et ②.

1/ Table de vérité:

| P | Q | $\neg P \vee Q$ | $\neg Q$ | $\neg \neg Q$ | ① | ② | ③ |
|---|---|-----------------|----------|---------------|---|---|----|
| V | V | V | F | F | F | F | F |
| V | F | F | V | F | F | F | F |
| F | V | V | F | F | V | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V | OK |

2/ logique: ① et ② vrai

$$\neg P \vee Q \text{ vrai}$$

et $\neg Q$ vrai $\rightarrow \neg P$ vrai

TD 0: Rappel - logique de prédicat

Terme: \rightarrow cte / var / $f(t_1, \dots, t_n)$.

* formule atomique $\rightarrow P(t_1, \dots, t_n)$.

\hookrightarrow prédicat = relation entre termes

$f(t_1, \dots, t_n) \rightarrow$ un new terme.

$P(t_1, \dots, t_n) \Leftrightarrow_F fbf \wedge^{+n} \Leftrightarrow_A$

\rightarrow Traduire à fbf.

① Tout humain est mortel.

② Ali est humain.

③ Ali est mortel.

cte: Ali.

Prédicat: humain(x) $\rightarrow x$ est humain.

mortel(x) $\rightarrow x$ est mortel.

① $\forall x \text{ humain}(x) \Rightarrow \text{mortel}(x)$.

② humain(x).

③ Mortel(x).

① Pour tout nombre il \exists un seul successeur.

② Il \nexists de nombre pour lequel 0 est successeur.

③ Pour tout nombre $\neq 0$, il \exists un seul prédécesseur.

cte: 0

- fonction: $f(x) \rightarrow$ successeur de x.

$g(x) \rightarrow$ Prédécesseur de x

- prédicat: $E(x, y) \rightarrow x = y$.

① $(\forall x)(\exists y)E(y, f(x)) \wedge (\forall z)E(z, f(x)) \Rightarrow E(y, z)$

$\xleftarrow{\text{il } \exists \text{ un succ}}$ $\xrightarrow{\text{1 seul}}$

② $(\forall x)\exists E(0, f(x))$.

③ $(\forall x)\exists E(x, 0) \Rightarrow \exists y E(y, f(x)) \wedge (\forall z)E(z, f(x)) \Rightarrow E(y, z)$

* Sous quelle cond sur le domaine d'interprétation la formule.

$(\exists y)P(y) \Rightarrow (\forall x)P(x)$. est t'il vrai?

- La cardinalité du domaine = 1.

Rappel: Unification.

* Substitution: une σ est une ensemble.

$$\{x_1/t_1, x_2/t_2, \dots, x_n/t_n\}$$

$x_i \rightarrow$ Var distinctes $t_i = \text{terme}$.

L'application d' σ à un terme t notée

$\sigma t =$ consiste à remplacer ds t chq x_i par t_i .

\rightarrow 2 termes t_1 et t_2 sont unifiables si:

$$\exists \text{ un seul } \sigma / \sigma t_1 = \sigma t_2$$

* unif:

$$t_1 \rightarrow f(x, h(10), g(5), x)$$

$$t_2 \rightarrow f(t(y), h(z), g(v), w)$$

$$\sigma t_1 = \sigma t_2 = f(t(y), h(10), g(5), t(y))$$

$$\sigma = \{x/t(y), 10/z, 5/v, w/t(y)\}$$

$$t_1 \rightsquigarrow f(x, h(10), g(5), x) \stackrel{t(y)}{\rightsquigarrow} f(t(y), h(y), g(v), v)$$

$t_2 \rightsquigarrow f(t(y), h(z), g(v), w)$ Les deux espaces
sont pas

$\sigma t_1 = \sigma t_2 = f(t(y), h(10), g(5), x)$ uniforme.

$$\sigma = \{x/t(y), 10/z, 5/v\}$$

* Rappel: Clause \rightarrow disjonction de littéraux.

On peut appliquer la résolution à 2 clauses

C_1 et C_2 si elle contiennent respectivement

2 littéraux l_1 et l_2 complémentaires.

la résolution obtenue est. $(l_1 \cdot l_1 \vee l_2 \cdot l_2)$

C_1

$$P \vee \overline{Q} \vee R$$

C_2

$$\overline{P} \vee Q \vee \overline{R}$$

$$\overline{Q} \vee R$$

$$(P \vee R) \vee (\overline{P} \vee \overline{R})$$

$$(P \vee Q) \vee (\overline{P} \vee \overline{Q})$$

TD 3.

Transformer la fbf en clauses.

$$(\forall x) \left\{ P(x) \Rightarrow \left\{ (\forall y) [P(y) \Rightarrow P(f(x,y))] \wedge \neg (\forall y) [Q(x,y) \Rightarrow P(y)] \right\} \right\}$$

① élimination des \Rightarrow et \neg

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B \quad A \Leftrightarrow B = (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$(\forall x) [\neg P(x) \vee \left\{ (\forall y) [\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge \neg (\forall y) [Q(x,y) \vee P(y)] \right\}]$$

② Réduire les portées de la \neg aux littéraux.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(\forall x) P(x) = (\exists x) \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x) P(x) = (\forall x) \neg P(x)$$

$$(\forall x) [\neg P(x) \vee \left\{ (\forall y) [\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge \neg (\exists y) [Q(x,y) \wedge P(y)] \right\}]$$

③ Standardiser les var \Rightarrow chq quantif aura sa propste Var

$$(\exists z) [Q(x,z) \wedge P(z)]$$

④ Skolarisation = élimination de $\exists x$ en remplaçant la var x par un facteur de SKOLEN.

exp:

$$(\forall x) (\exists y) (\forall z) P(x,y,z) = (\forall x) (\forall z) P(x, f(x), z)$$

$$(\forall x) (\exists y) (\exists z) P(x,y,z) = (\forall x) P(x, f(x), g(x))$$

$$(\exists x) (\forall y) P(x,y) = (\forall y) P(A,y)$$

→ fact de Skolen.

$$*(\forall x) [\neg P(x) \vee \left\{ (\forall y) [\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [\neg Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x))] \right\}]$$

⑤ Rasssembler les \forall au début et effacer ces \forall .

$$\left\{ \neg P(x) \vee \left[\begin{array}{c} \neg P(y) \vee P(f(x,y)) \\ \neg Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x)) \end{array} \right] \right\}$$

⑥ à transformer en FNC avec $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

$$\left[\begin{array}{c} \neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y)) \\ \neg P(x) \vee \neg Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x)) \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \neg P(x) \vee \neg Q(x,g(x)) \\ \neg P(x) \vee \neg P(g(x)) \end{array} \right]$$

$$[\dots] \wedge [\neg P(x) \vee Q(x,g(x))] \wedge [\neg P(x) \vee \neg P(g(x))]$$

→ elle est dans FNC.

⑧ Un FNC $X_1 \wedge X_2 \wedge \dots \wedge X_n$.

↳ en n clauses $X_1 \dots X_n$.

$$1) \neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y)).$$

$$2) \neg P(x) \vee Q(x, g(x)).$$

$$3) \neg P(x) \vee \neg P(g(x)).$$

⑨ Renommer les Var des clauses:

1) même chose

2) $x \rightarrow x'$

3) $x \rightarrow x''$.

→ Calculer les résolvantes des deux clauses C1, C2

$$C1: P(x, f(A)) \vee P(x, f(y)) \vee Q(y)$$

$$C2: \neg P(z, f(A)) \vee \neg Q(z)$$

$$\sigma = \{z/x, y/A\}$$

$\delta = \{\text{nil}\}$

$$P(z, f(y)) \vee Q(y) \vee \neg Q(z)$$

Rappel: un arbre de réfutation est un arbre inverse ayant Nil à sa racine.

→ soient les clauses:

$$① q(u) \vee p(A)$$

$$② \neg q(w) \vee p(w)$$

$$③ \neg q(z) \vee \neg p(z)$$

$$④ q(y) \vee \neg p(y)$$

① * Donner un arbre de Réfutation.

$$q(u) \vee p(A) \quad \neg q(w) \vee p(w) \quad \neg q(z) \vee \neg p(z) \quad q(y) \vee \neg p(y)$$

$$\neg p(y) \quad \checkmark$$

$$z/y$$

$$\neg q(u) \quad \checkmark$$

$$w/y$$

$$p(A) \quad \checkmark$$

$$y/z$$

② Non car la clause Nil
Nil ✗ & à ses poneys de l'arbre

③ Peut-on utiliser la stratégie % aux données

Pour produire cet arbre ?

* Rappel: Stratégie / aux données = chq
résolvante à au moins un parent qui ∈
à l'ensemble Critique.

⇒ Né "ses parents & à l'ens initial"
alors cette stratégie n'est pas complète

* Soient les fbf's:

$$\textcircled{1} (\forall z)(\forall y)(\forall z)[P(x,y) \wedge P(y,z)] \Rightarrow g(x,z).$$

$$\textcircled{2} (\forall y)(\exists x) P(x,y)$$

et pour le But w:

$$(\exists x)(\exists y) g(x,y).$$

Donner les valeurs des Var du But, pour lesquelles
il est c.c de l'ens \textcircled{1} et \textcircled{2} en utilisons

le syst-Ex/R

* Rappel: syst Q/R.

\textcircled{1} Produire un arbre de Refutation.

\textcircled{2} Remplacer toute lit de Skolem de clauses de la
négation du But par de New Var.

\textcircled{3} Transformer les clauses de l'But en Tautologie.

\textcircled{4} Obtenir un arbre de démonstration en propagant
(\textcircled{3}) dans \textcircled{1}.

\textcircled{5} La clause à la racine de l'arbre \textcircled{4} à les Val
des Var.

- étape \textcircled{1}: Transformer \textcircled{1}\textcircled{2} et l'But en clauses.

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{1} & & \neg \text{But} \\ 7P(x,y) \vee 7P(y,z) \vee g(x,z) & & 7g(u,v) \vee g(u,v) \quad P(f(w),w) \\ \downarrow x/z u \quad y/z v & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{2} & & \\ 7P(x,y) \vee 7P(y,v) \vee g(x,v) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{1} \rightarrow & & \\ \neg \text{Produire arbre Ref} \vee & & 7P(y,v) \vee g(f(y),v) \\ & & \downarrow y/f(v) \\ & & \boxed{g(f(f(w)),w)} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & & \downarrow v/w \\ & & \neg \text{Né} \vee g(f(f(w)),w) \end{array}$$

→ Orient le fbf's :

$$(\forall \mu)(\forall v) P(A, \mu, \mu) \vee P(B, v, v).$$

et le mine soit précédent.

$$w. (\exists x) (\forall y) (\exists z) P(x, y, z)$$

$$7w = 7 \left((\exists z) (\forall y) (\exists j) P(z, y, j) \right)$$

$$\equiv (\forall x)(\exists y)(\forall z) \neg P(x, y, z)$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y) \neg P(x, f(y), y).$$

$$P(A, \mu, \mu) \vee P(B, \nu, \nu)$$

$$V, V) \xrightarrow{\quad \text{TP}(x, f(x), 3) \quad} V P(x, t, S)$$

$$P(B, \vee, \vee) \approx P(A, \vee, \wedge)$$

$$\text{Nil} \vee P(A, E, E) \vee P(B, E, E).$$

$$\omega = (\exists x)(\forall y)(\exists z)P(x, y, z)^n$$

$$\text{essai: } \underbrace{(\forall u)(\forall v) P(u, v, u)}_{(\forall s)} \vee P(3, 4, 3)$$

- Soit le pbm du TAQUEIN.

on veut passer de l'état int au But.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 8 & 3 \\ \hline 1 & 6 & 4 \\ \hline 7 & X & 5 \\ \hline \end{array}
 \quad ? \quad
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 8 & 3 \\ \hline 8 & X & 4 \\ \hline 7 & 6 & 5 \\ \hline \end{array}
 \quad \text{But}$$

- Donner l'espace de recherche avec les Stratég.

* Retenir une échelle chronologique -

* Recherche avec graphe

Profondeur max = 3.

→ état- matrice 3×3 .

$$\begin{array}{r} \text{9} \\ \text{but} \\ \hline \begin{array}{r} 2\ 8\ 3 \\ 1\ 6\ 4 \\ 7\ 5 \end{array} \end{array}$$

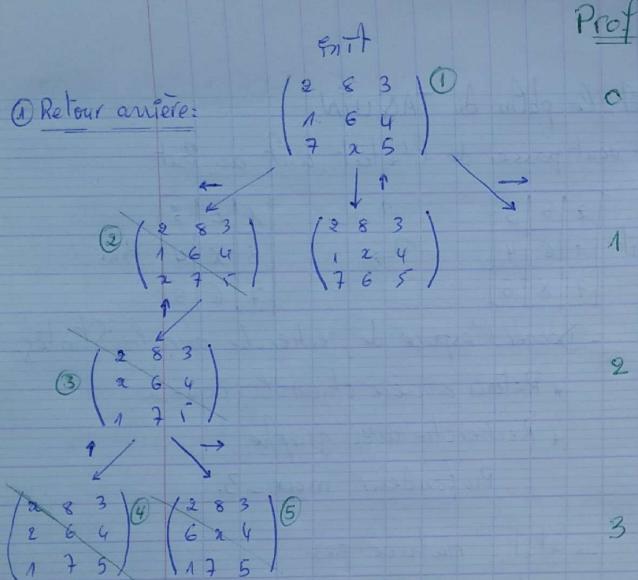
→ Replies:

→ déplacer la case X vers \uparrow si X \notin ligne 1.

* → , x & col3.

* = " - " ↓ si x & ligne 3

* 3 2 1 ← si X & Col1.



S'il y a un blocage Prof = 3
et donc RA vers le dernier pt de choix.

② Recherche avec graphe:

Ouvert \rightarrow Contient tout le noeud à déployer.

Fermé \rightarrow $\{ \dots \}$ dev lontés

Prof

c

1

2

3

Prof

0

1

2

3

Ouvert

{0}

Fermé

{1}

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \\ 7 & x & 5 \end{pmatrix} \quad \text{(0)}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \\ 2 & 7 & x \end{pmatrix} \quad \text{(1)}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 1 & 7 & x \end{pmatrix} \quad \text{(2)}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 6 & x & 4 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{(3)}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & x \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{(4)}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 7 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{(5)}$$

\rightarrow Un voyageur part d'une ville A, visite 4 villes B, C, D, E une seule fois revenant à A. les distances sont:

| | A | B | C | D | E |
|---|----|----|---|----|----|
| A | | 7 | 6 | 10 | 13 |
| B | 7 | | 7 | 10 | 10 |
| C | 6 | 7 | | 5 | 9 |
| D | 10 | 10 | 5 | | 6 |
| E | 13 | 10 | 9 | 6 | |

Donner le meilleur choix.

Etat: liste L contient tous les pts visités.

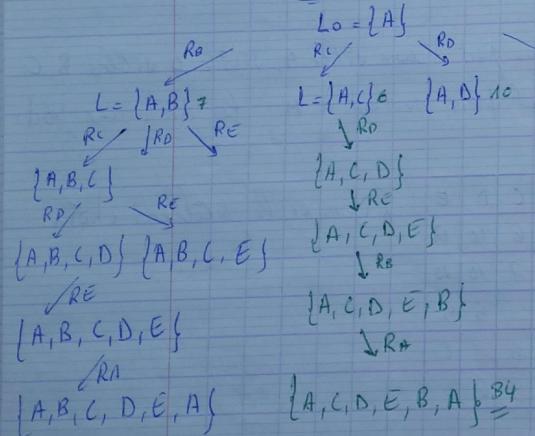
$$L_0 = \{A\}.$$

$$L_{\text{But}} = \{A, B, C, D, E, A\}.$$

Règle: R_x "visiter x ", si $x \in L$ alors $L := L \cup \{x\}$.
avec: $x = A, B, C, D, E$

R_A : Revenir à A , si L contient B, C, D, E

alors $L := L \cup \{A\}$.



initial

$$\begin{cases} CCC \\ PPP \end{cases}$$

$C \rightarrow \text{Carnibale}$.
 $P \rightarrow \text{personne}$.

But

$$\begin{cases} CCC \\ PPP \end{cases}$$

* Condition:

- * Banque peut transporter $G \leftrightarrow D$ $\frac{N}{2}$ individus.
- * Si Nbre de $P > 0$ alors ce nbr doit être \geq nbr de $C \in G$ et $\in D$.

* Etat: (C_G, P_G, C_D, P_D, X)

état à $(3, 3, 0, 0, G)$.

startBut $(0, 0, 3, 3, D)$.

* Règle: RDG C si

RDG P si

RDG CP si

RDG CC si

RDG PP si

RDG C si

RDG P si

RDG CP si

RDG CC si

RDG PP si

→ Suite de Pb de taquin

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \\ 7 & x & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 4 \\ x & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2}$$

$5+2$

$5+0$

- Donner l'espèce de recherche en utilisant la fct d'évaluation

$$f(n) = p(n) + w(n).$$

où: $p(n) \rightsquigarrow$ profondeur de n

$w(n)$ va compter le nbr de cases de 1 à 8 mal placées % but.

→ ordre de devp

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \\ 7 & x & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{1}$$

$$\rightsquigarrow w(n).$$

$$\rightsquigarrow p(n).$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \\ x & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2}$$

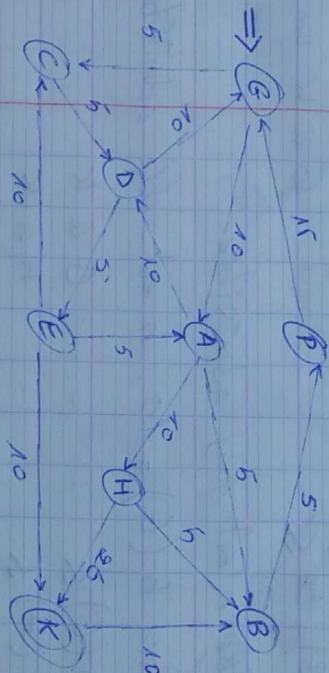
$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 1 & x & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{3}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ x & 1 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{4}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ x & 1 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{5}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & x & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{6}$$

→ Soit la carte:



et pour l'heuristique h donnée par:

| Nœud | A | B | C | D | E | F | G | H | K |
|------|----|----|----|---|----|----|----|---|---|
| h | 10 | 20 | 10 | 5 | 10 | 10 | 20 | 0 | 0 |

→ h est elle admissible?

Rappel: h est admissible si:

$\forall n, h(n) \leq \text{Meilleur Cost de } n \text{ au but.}$

$h(A) = 10$ \leq meilleur chemin de A à K ✓
 $h(B) = 20$ \leq ✓ ✓ B à K ✓
 $h(C) = 10$ \leq ✓ ✓ C à K ✓
 $h(D) = 5$ \leq ✓ ✓ D à K ✓
 $h(E) = 10$ \leq E à K ✓
 $h(F) = 10$ \leq F à K ✓
 $h(G) = 26$ \leq G à K ✓

→ elle n'est pas admissible.

② On remplace $h(G) = 10$. h est-elle admissible?

$h(G) \leq - - - G \rightarrow K$
 $h(H) \leq - - - H \rightarrow K$
 $h(K) \leq - - - K \rightarrow K$

③ Donner un espace de recherche avec h en utilisant l'alg A*

* Rappel: Alg A*, il utilise la fct

$$f(n) = g(n) + h(n).$$

ou: $| g(n) \rightsquigarrow \text{cout de l'état fini à } n$
 $| h(n) \rightsquigarrow \text{heuristique}$.

