USTHB
Université des Sciences et de la Technologie
Houari Boumediene

Autour des différents modes de représentation et de raisonnement en théorie des possibilités

RIIMA
Octobre 2016

Plan

I- Introduction

II-Les concepts de base de la théorie des possibilités

III- Les modes de représentation des connaissances en théorie des possibilités
- A- Représentation logique
- B- Représentation graphique

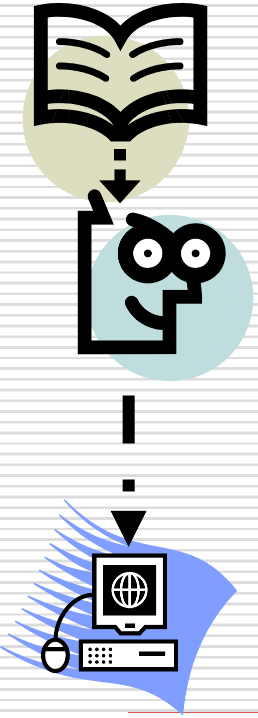
IV- Les modes de raisonnement en théorie des possibilités
- A- En mode logique
- B- En mode graphique

V- Les transformations entre modes de représentation en théorie des possibilités

I- Introduction

Intelligence artificielle ⟹ Connaissances imparfaites

- Imprécision
  - Théorie des ensembles flous
- Incertitude
  - Théorie des probabilités
  - Théorie des fonctions de croyances
  - Théorie des Possibilités



Incertitude:

Soit N=« Il pleuvra sur Alger ce soir »

P(N): Probabilité que l'événement se produise

$P(N) \geq 0$ et $1 \geq P(N)$

Imprécision:

La plupart des suédois mesure plus de 1.70

- Théorie des Possibilités
  - Standard Ordinal
    - Modélisation Logique: Bases possibilistes standards
    - Modélisation Graphique: Graphes possibilistes basés sur le minimum
  - Quantitative numérique
    - Modélisation logique: Bases possibilistes quantitatives
    - Modélisation graphique: Graphes possibilistes basés sur le produit

Notations:

- Soit $\mathcal{L}$ un langage propositionnel fini
- Ω l'ensemble des interprétations associées à $\mathcal{L}$.
- Soit φ, β, ψ,.. des formules propositionnelles.
- ω est une interprétation.
- On note par $\omega \models \varphi$ ou $\omega \in [\varphi]$ pour dire que ω satisfait φ.

1-Distributions de possibilités:

Une distribution de possibilités π sur l'ensemble des interprétations Ω, est une fonction de Ω vers $[0,1]$, La distribution des possibilités π décrit les états plus ou moins possibles du monde.

- Si $\pi(\omega)=0$ alors l'interprétation ω est impossible
- Si $\pi(\omega)=1$ alors l'interprétation ω est complètement possible
- Si $\pi(\omega)> \pi(\omega')$ alors l'interprétation ω est préférée à ω'

La condition de normalisation satisfait la condition suivante:

$$\exists\, \omega \in \Omega, \quad \pi(\omega)=1.$$

Elle exprime qu'il existe une interprétation dans Ω complètement possible c.a.d complètement cohérente avec les croyances disponibles.

2- Degré de possibilité:

Toute distribution de possibilité π sur Ω induit une mesure de possibilité Π.

Le degré de cohérence ou la mesure de possibilité d'une formule φ est défini par:

$$\Pi(\varphi) = \max \{\pi(\omega) : \omega \models \varphi\}$$

Il évalue dans quelle mesure φ est cohérente avec les croyances disponibles exprimées par π.

$\Pi(\varphi)=1$ et $\Pi(\neg\varphi)=1$ Ignorance totale sur φ

$\Pi(\varphi)=1$ et $\Pi(\neg\varphi)=0$ φ est certainement vraie

$\Pi(\varphi \vee \psi)=\max(\Pi(\varphi), \Pi(\psi))$

3- Degré de nécessité:

Le degré de certitude ou de nécessité d'une formule φ est défini par:

$$N(\varphi) = 1 - \Pi(\neg\varphi)$$

Il évalue dans quelle mesure φ peut être déduite à partir des croyances disponibles.

$\models$

$N(\varphi)$ exprime à quel point il est certain que φ soit vraie.

$N(\varphi)=1$ et $N(\neg\varphi)=0$ φ est certaine

$N(\varphi)=0$ et $N(\neg\varphi)=0$ ignorance totale

$N(\varphi \wedge \psi)=\min(N(\varphi),N(\psi))$

$$N(\varphi) > 0 \Rightarrow \Pi(\varphi)=1.$$

Un événement est complètement possible avant qu'il soit un peu certain.

3- Le conditionnement:

Dans la théorie des possibilités, deux types de conditionnement ont été définis :

- Le conditionnement basé sur le minimum défini par:

$$\pi(\omega|\varphi)= \begin{cases} 1 & \text{si } \pi(\omega) = \Pi(\varphi) \text{ et } \omega \vDash \varphi_i \\ \pi(\omega) & \text{si } \pi(\omega) < \Pi(\varphi) \text{ et } \omega \vDash \varphi_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

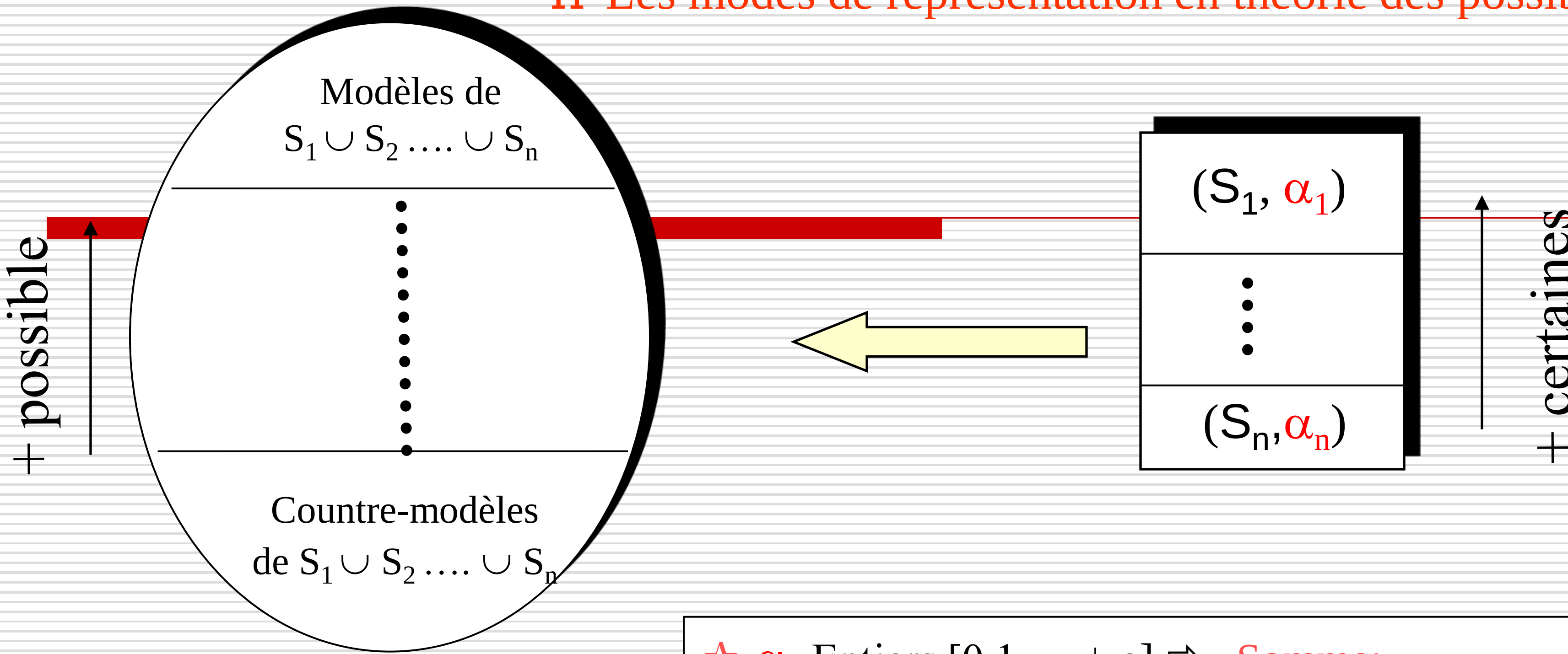
Il est assigné au meilleur modèle de φ le degré maximal de possibilités

- Le conditionnement basé sur le produit défini par :

$$\pi(\omega|\varphi)= \begin{cases} \frac{\pi(\omega)}{\Pi(\varphi)} & \text{si } \omega \vDash \varphi_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les éléments sont augmentés proportionnellement

II-Les modes de représentation en théorie des possibilités



Fonction pour traiter les poids des formules falsifiées

☆ α_i Entiers $[0,1,\ldots,+\infty]$ ⇨ Somme: logique des pénalités

☆ α_i Réels $[0,1]$ ⇨ Produit : logique possibiliste quantitative

☆ α_i Réels $[0,1]$ ⇨ Minimum: logique possibiliste qualitative

Exemple:

Base de connaissances → un ensemble de réglementations

Poids associés aux formules → Coût de violation d'une réglementation

Σ={(respecter-stop,100), (respecter-feux,300), (ne-pas-dépasser-limite-vitesse,50)}

- Respecter toutes les réglementations → Poids=0
- Brûler le feu rouge → Poids=300
- Brûler le stop et violer la limitation de vitesse → ?

Comment faut-il traiter les pondérations associées aux formules?

- Une base de connaissances possibiliste quantitative:

  $\Sigma = \{(\varphi_i, \alpha_i)\ i=1,n\}$,

  φ_i est une formule propositionnelle

  $\alpha_i \in [0,1]$ représente le degré de certitude minimal de φ_i.

  $$N(\varphi_i) >= \alpha_i.$$

Exemple:

$\Sigma=\{(a \vee b \vee c, 0.2), (a \vee b \vee \neg c, 0.2), (\neg a \vee d, 0.5), (\neg c \vee d, 0.1), (\neg a \vee b \vee a, 1)\}$.

Une base de connaissances possibiliste $\Sigma = \{(\varphi_i, \alpha_i)\ i=1,n\}$,

Plus généralement, la distribution de possibilité associée une base Σ est le résultat de la combinaison de l'ensemble des distributions de possibilités associées aux formules élémentaires (φ_i, α_i) c.a.d:

$$\forall\ \omega \in \Omega,\ \ \pi_\Sigma(\omega) = \oplus\{\pi_{(\varphi i, \alpha i)}(\omega)\ \ (\varphi_i, \alpha_i) \in \Sigma\}$$

Où $\oplus$:

Opérateur min — Base Possibiliste qualitative
Opérateur * — Base possibiliste quantitative

Une base de connaissances possibiliste $\Sigma = \{(\varphi_i, \alpha_i)\ i=1,n\}$,

- Distribution de possibilités associée à Σ dans le contexte quantitatif

$$\pi_\Sigma(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \forall\ (\varphi_i,\alpha_i) \in \Sigma,\ \omega \in [\varphi_\iota] \\ *\{(1-\alpha_i) :\ (\varphi_i,\alpha_i) \in \Sigma,\ \ \omega \notin [\varphi_\iota]\} & \text{sinon} \end{cases}$$

- Distribution de possibilités associée à Σ dans le contexte quantitatif

$$\pi_\Sigma(\omega) = \begin{cases} 1 \ \ \text{si}\ \ \forall\ (\varphi_i,\alpha_i) \in \Sigma \qquad \omega \qquad \varphi_i \\ \min\{(1-\alpha_i) :\ (\varphi_i,\alpha_i) \in \Sigma \ \ \omega \qquad \varphi_i\} \quad \text{sinon} \end{cases}$$

Exemple de l’alarme

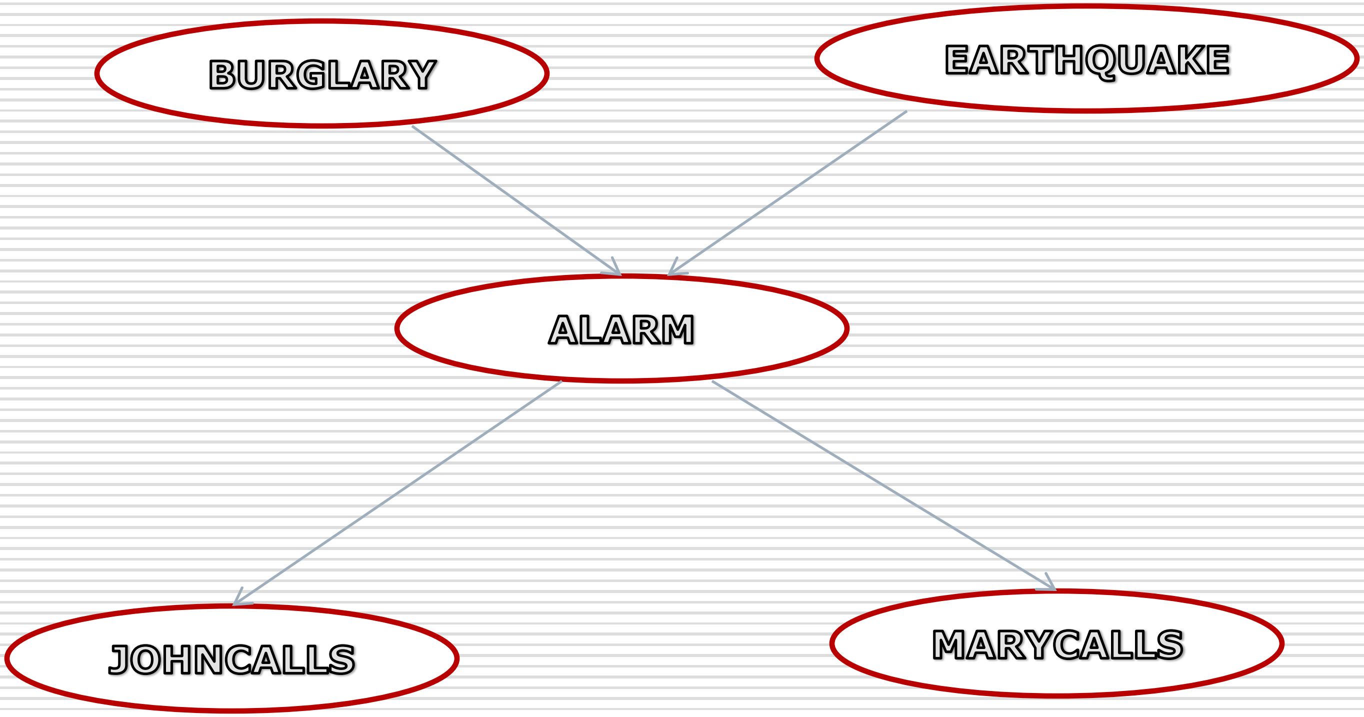
- Vous avez une nouvelle alarme à la maison qui
  - Sonne lorsqu’il y a un cambriolage;
  - Sonne parfois lorsqu’il y a un tremblement de terre.
- Vous avez deux voisins qui vous appellent au bureau s’ils entendent l’alarme
  - John appelle tout le temps quand il entend l’alarme, mais parfois il confond le téléphone et l’alarme
  - Mary aime écouter de la musique forte et parfois elle n’entend pas l’alarme.
- Sachant qui a appelé, quelle est la possibilité qu’il y ait un cambriolage?

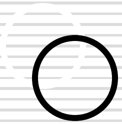
Exemple de l’alarme

- La topologie du réseau reflète un ensemble de relations d’indépendances conditionnelles
  - Burglary et Earthquake affectent directement la probabilité de déclenchement d’une alarme.
  - Le fait que John ou Mary appelle ne dépend que de l’alarme. John et Mary ne perçoivent pas directement le cambriolage ou les tremblements de terre mineurs.

17

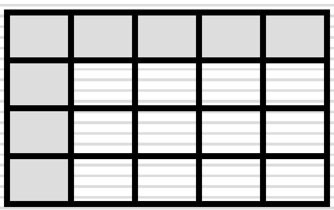
Exemple de l'alarme



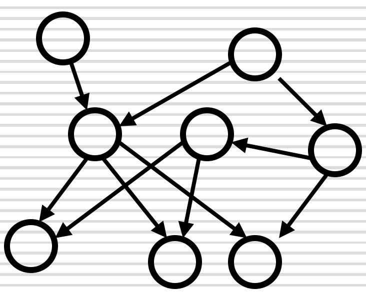


1. Ensemble de variables ⇨ noeuds

2. Ensemble d'arcs ⇨ Relation de dépendence



3. Distributions de possibilités conditionnelles
Associées à chaque noeud $\Pi(x_i \mid \mu_i)$

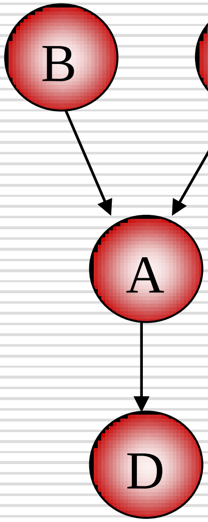


4. Graphe Acyclic Orienté (DAG)
Independences

Modèle graphique

Composante graphique: DAG

- Réseau causal possibiliste



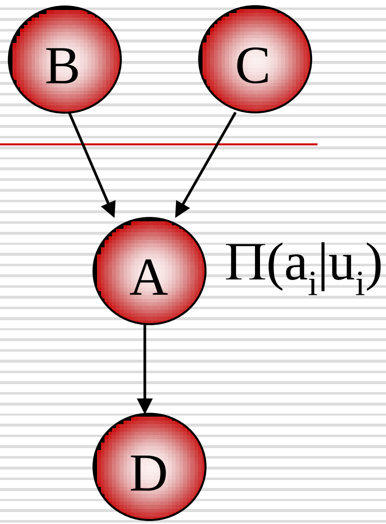
$\Pi(a_i|u_i)$

Composante numérique:

Distributions de possibilités conditionnelles:

- ☆ de type réel, basées sur le min: réseaux causaux qualitatifs
- ☆ de type réel, basées sur le produit: réseaux causaux quantitatifs
- ☆ de type entier, basées sur la somme: réseaux causaux kappa

Les distributions de possibilités conditionnelles



Pour les nœuds racines A_i, nous spécifions les distributions

de possibilité à priori $\Pi(a_i)$, $\Pi(\neg a_i)$ avec

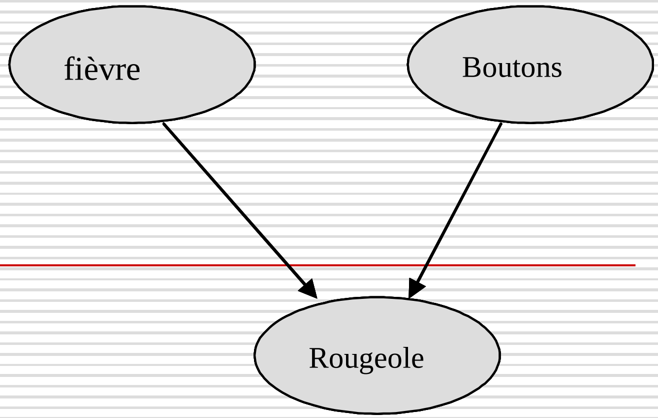
$\max(\Pi(a_i), \Pi(\neg a_i)) = 1$ (condition de normalisation) .

- Pour les autres nœuds A_j, nous spécifions les distributions de possibilité conditionnelles $\Pi(a_j|u_j)$,$\Pi(\neg a_j|u_j)$ avec $\max(\Pi(a_i|u_j), \Pi(\neg a_i)\, |u_j)) = 1$ où u_j est une instance des parents de A_j.

La notion de conditionnement est crucial en théorie des probabilités: Elle est exprimée par la formule de Bayes:

$P(q|p) = P(q \wedge p) \setminus P(p)$

Modèle graphique



Exemple d'un réseau Bayésien

fièvre= 'Oui'	Fièvre='Non'
0.6	0.4

Table1 : Probabilité de fièvre

boutons= 'Oui'	boutons='Non'
0.45	0.45

Table 2 : Probabilité de boutons

	fièvre='Oui'		fièvre='Non'	
	bouton='Oui'	boutons=Non	boutons='Oui'	boutons=Non
rougeole='Oui'	1	1	0.9	0.05
rougeole='Non'	0	0	0.1	0.95

Table3 : Probabilité de rougeole sachant fièvre et boutons

Les distributions de possibilités conditionnelles

Dans la théorie des possibilités, deux types de conditionnement ont été définis :

- Le conditionnement basé sur le minimum défini par:

$$\pi(\omega|\varphi)=\begin{cases} 1 & \text{si } \pi(\omega)=\Pi(\varphi) \text{ et } \omega \vDash \varphi_i \\ \pi(\omega) & \text{si } \pi(\omega)<\Pi(\varphi) \text{ et } \omega \vDash \varphi_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Il est assigné au meilleur modèle de φ le degré maximal de possibilités

- Le conditionnement basé sur le produit défini par :

$$\pi(\omega|\varphi)=\begin{cases} \frac{\pi(\omega)}{\Pi(\varphi)} & \text{si } \omega \vDash \varphi_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les éléments sont augmentés proportionnellement

Règle de chaînage

- Règle de chaînage quantitative:

  Soit $\omega = a_1, a_2, \ldots\, a_n$, une interprétation.

  $$\pi_{dag}(\omega) = *_{i=1..n}\Pi(a_i|u_i) \quad \text{tel que: } \omega \;\; a_i \wedge u_i$$

  où a_i est l'instance de A_i qui est vraie dans ω
  et u_i est l'instance des parents de A_i qui est vrai dans ω.

- Règle de chaînage qualitative:

  Soit $\omega = a_1, a_2, \ldots\, a_n$, une interprétation.

  Nous avons :

  $$\pi_{dag}(\omega) = \min_{i=1..n}\Pi(a_i|u_i) \quad \text{tel que: } \omega \;\; a_i \wedge u_i$$

  où a_i est l'instance de A_i qui est vraie dans ω
  et u_i est l'instance des parents de A_i qui est vrai dans ω.

Representation d'un réseau causal possibiliste:

Par souçi de simplicité, un réseau causal est vu comme l'ensemble des triplets:

$\Pi G = \{(a_i,u_i, \alpha_i): \alpha_i = \Pi(a_i|u_i) \neq 1\}$,

où a_i est une instance de la variable A_i et u_i est un élément du produit cartésien du domaine D_j des variables A_j $Par(A_i)$.

Exemple réseau causal basé sur le produit:

Soit le graphe possibiliste suivant: Le graphe est représenté par:

$\Pi G=\{(\neg b,\emptyset,0.3), (\neg c,\emptyset,0.7), (a, b\ \neg c,0.6)\ (a, \neg b\ \neg c,0.2), (\neg a ,b\ c,0.2), (\neg a, \neg b\ \ c, 0.1), (d, \neg a, 0.2) ,(\neg d, a, 0)\}$

Les distributions de possibilité conditionnelles locales sont :

b Π(b)	c Π(c)	a b c Π(a|b ∧c)	d aΠ(d|a)
b 1	c 1	a b c 1	d a 1
¬b 0.3	¬c 0.7	a b ¬c 0.6	d ¬a 0.2
		a ¬b c 1	¬d a 0
		a ¬b ¬c 0.2	¬d ¬a 1
		¬a b c 0.2	
		¬a b ¬c 1	
		¬a ¬b c 0.1	
		¬a ¬b ¬c 1	

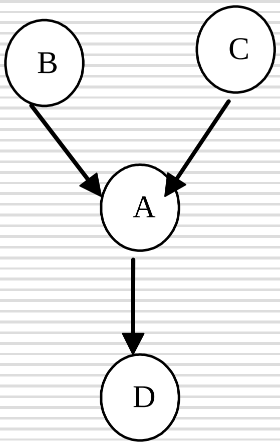


Table 1 Distributions de possibilité conditionnelles initiales

En utilisant la règle de chaînage basée sur le produit, nous obtenons la distribution de possibilité jointe donnée dans suivante:

Par exemple :

π (a b $\neg$c d)= Π(d|a) * Π(a|b$\neg$c) * Π(b) * Π($\neg$c)

=1 * 0.6 * 1 * 0.7 = 0.42

a b c d	$\pi(a \wedge b \wedge c \wedge d)$	a b c d	$\pi(a \wedge b \wedge c \wedge d)$
a b c d	1	$\neg$a b c d	0.04
a b c $\neg$d	0	$\neg$a b c $\neg$d	0.2
a b $\neg$c d	0.42	$\neg$a b $\neg$c d	0.14
a b $\neg$c $\neg$d	0	$\neg$a b $\neg$c $\neg$d	0.7
a $\neg$b c d	0.3	$\neg$a $\neg$b c d	0.006
a $\neg$b c $\neg$d	0	$\neg$a $\neg$b c $\neg$d	0.03
a $\neg$b $\neg$c d	0.042	$\neg$a $\neg$b $\neg$c d	0.042
a $\neg$b $\neg$c $\neg$d	0	$\neg$a $\neg$b $\neg$c $\neg$d	0.21

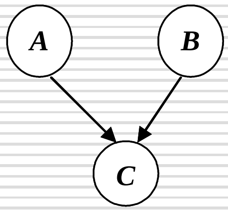
Exemple: réseau causal basé sur le min

a	$\Pi(a)$
a_1	1
a_2	0.2

b	$\Pi(b)$
b_1	0.3
b_2	1

a	b	c	$\Pi(c \mid a \wedge b)$
a_1	b_1	c_1	0.4
a_1	b_1	c_2	1
a_1	b_2	c_1	0.1
a_1	b_2	c_2	1

a	b	c	$\Pi(c \mid a \wedge b)$
a_2	b_1	c_1	0.3
a_2	b_1	c_2	1
a_2	b_2	c_1	1
a_2	b_2	c_2	0.1



Distributions initiales associées au graphe

a	b	c	$\pi_m(a \wedge b \wedge c)$
a_1	b_1	c_1	0.3
a_1	b_1	c_2	0.3
a_1	b_2	c_1	0.3
a_1	b_2	c_2	1

a	b	c	$\pi_m(a \wedge b \wedge c)$
a_2	b_1	c_1	0.3
a_2	b_1	c_2	0.2
a_2	b_2	c_1	0.2
a_2	b_2	c_2	0.1

Distributions jointes utilisant la règle de chaînage basée sur le min

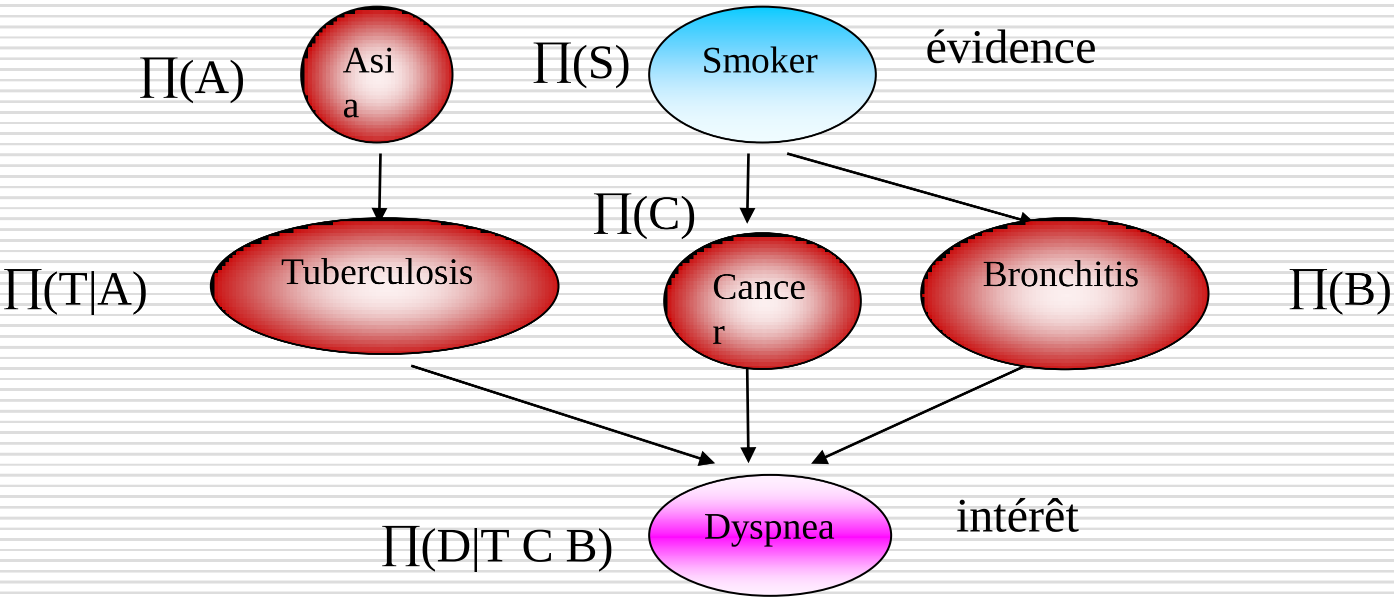
Modes de raisonnements en théorie des possibilités quantitative

Graphique: il existe des adaptations des Algorithmes de propagation des réseaux causaux bayésiens

Logique: Des algorithmes ont été développés

Principe

1- Propagation de l'évidence sur l'ensemble des nœuds du réseau

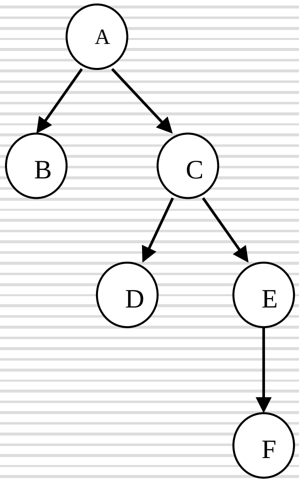


2– Calcul de Π(intérêt|évidence)

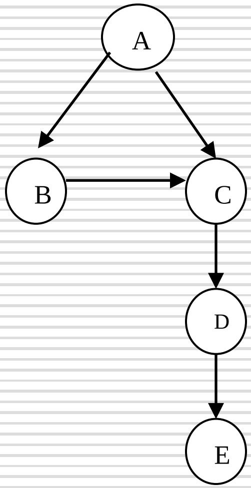
Propagation dans les réseaux causaux possibilistes:

Dans le cas des réseaux bayésiens, l'algorithme de propagation dépend de la structure du graphe (multiply ou simply connected)

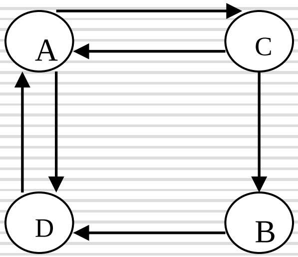
Dans la théorie des probabilités, vu qu'il existe deux types de réseaux causaux possibilistes (l'un basé sur le min et l'autre basé sur le produit).



Graphe simply connected



Graphe multiply connected



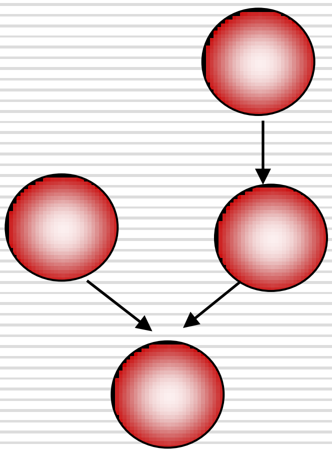
Graphe qui n'est pas un DAG

Algorithmes de propagation pour les réseaux Possibilistes basés sur le produit

Modèle graphique

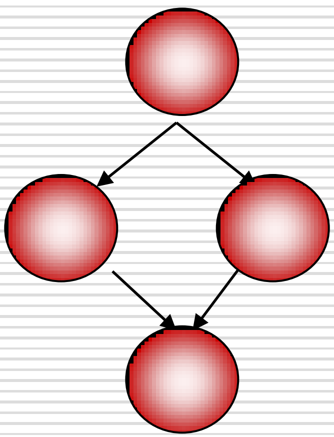
✓ Adaptations possibilistes directes des algorithmes de propagation[Benamor et al 2000]

Pearl (1988)



Polyarbres

Jensen(1996)



DAG à connexions multiples

Propagation dans un réseau causal simply connected

Cet algorithme est basé sur la communication locale via deux types:

- des messages λ circulant des nœuds enfants vers les nœuds parents
- des messages μ circulant des nœuds parents vers les nœuds enfants.

$$\forall a \in D_A : Bel(a) = \Pi(a|e) = \alpha.\lambda(a).\mu(a)$$

représente la mesure de possibilité conditionnelle de a à partir d'une évidence totale e,

où $\alpha = \dfrac{1}{\max_a Bel(a)}$

Propagation dans un réseau causal simply connected basé sur le produit:

Begin

Choosing the root of propagation

- Let S be the smallest connected set which contains the observed nodes ;
- Let pivot be an arbitrary node within S representing the root of propagation ;
- Let Postorder be the vector containing the order in which messages are sent in the distribute-evidence phase (the last node is the pivot) ;
- Let Preorder be the vector containing the order in which messages are sent in the collect-evidence phase (the first node is the pivot) ;

Initialization

- Set all λ and μ values and messages to 1 ;
- For each root A, $\mu(a) \leftarrow \prod(a)$, $\forall\ a \in D_A$;
- For each observed node A, set $\lambda_A(a)$ to 1 if A is instanciated to a and to 0 otherwise ;

Collect-evidence

For i $\leftarrow$ 1 to length (postorder)-1 **do**

A $\leftarrow$ postorder[i] ; B $\leftarrow$ adjacent node of A in postorder ;

Compute $\lambda(A)$; Compute $\mu(A)$;

if B is a parent of A **then** post a λ message from A to B **else** post a μ message from A to B;

Distribute-evidence

For i $\leftarrow$ 1 to length (preorder) **do**

A $\leftarrow$ preorder[i] ;

Below $\leftarrow$ adjacent node of A in preorder ;

Compute $\lambda(A)$; Compute $\mu(A)$;

For j $\leftarrow$ 1 to length (Below) **do**

B $\leftarrow$ Below[j] ;

if B is a parent of A **then** post a λ message from A to B **else** post a μ message from A to B;

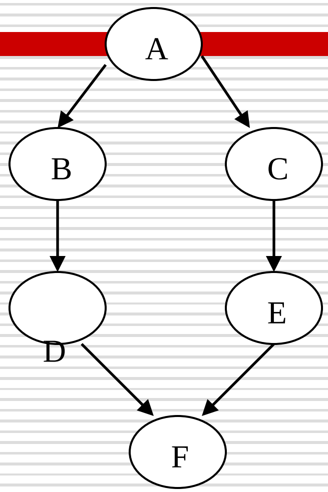
Marginalization

For each node A, compute $Bel(A) = \prod_p(a|e)$;

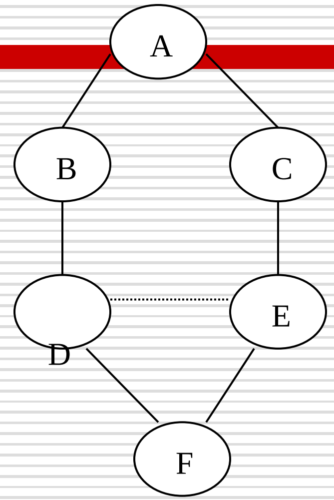
End

Propagation dans un réseau causal multiply connected :

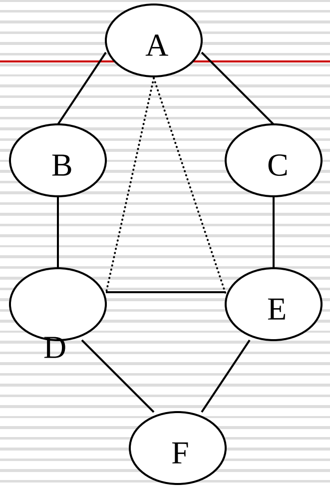
Le principe consiste à transformer le DAG en un Junction Tree auquel l'algorithme sera appliqué. Cette transformation est illustrée par les figures suivantes :



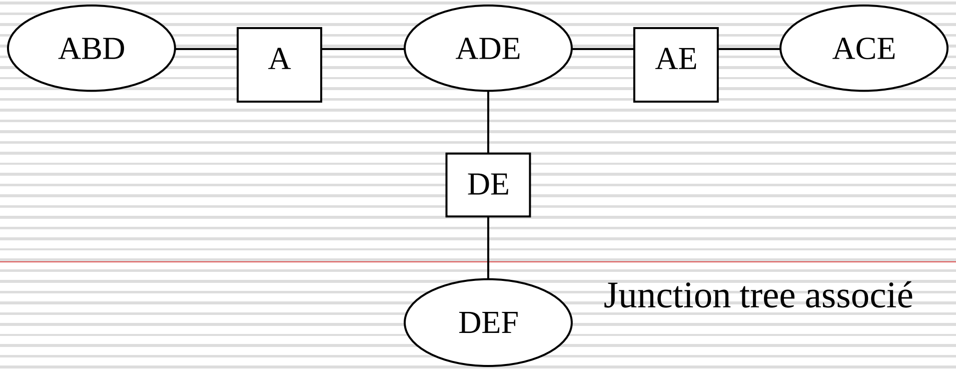
Graphe multiply connected



Moralisation du graphe



Triangulation du graphe



Junction tree associé

Propagation dans un réseau causal multiply connected :

a- Initialisation : Elle consiste à initialiser l'arbre de jonction. Ce dernier est initialisée en utilisant les distributions initiales.

Propagation globale : elle est réalisée afin d'obtenir un arbre de jonction cohérent. La propagation globale se fait par le biais de communication de messages entre chaque cluster C_i et ses clusters adjacents C_j de manière identique que celle décrite dans les réseaux causaux probabilistes.

c- Collecte de l'évidence.

d-Distribution de l'évidence.

e- Marginalisation : Elle consiste à calculer $\Pi(A)$ telle que A est une variable d'intérêt comme suit:

- Identifier un cluster contenant A.
- Calcul de $\Pi(A)$ en marginalisant π sur A.

Description du processus d'inférence en logique des possibilités

Données: $\Sigma=\{(\varphi_i,\alpha_i)\text{: } i=1\ldots n\}$

Evidence

Variable d'intérêt

Problème:

$\Sigma \cup$ (évidence,1) infère la variable d'intérêt?

Résultat:

Si oui alors calculer le degré de possibilités de la variable d'intérêt: $\prod$(interet)

Description du processus d'inférence en logique des possibilités

✫ Logique des possibilités standard [Lang 1996]	→	SAT
✫ Logique des possibilités quantitative [Khellaf et al 2007]	→	Weighted MAXSAT [Schiex et al]

Principe de calcul du degré d'inconsistance:

$\text{Incons}(\Sigma \cup (\neg \varphi,1) = \text{val}(\varphi,\Sigma)$.

Ce qui signifie le problème de déduction en logique possibiliste revient à calculer le degré d'inconsistance .

Algorithme basé sur la méthode dichotomique:

Soit $0 < \alpha \ldots\ldots < \alpha_n <= 1$

```
begin
    l := 0 ;
    u := n ;
    while l < u do
        r : = [(l + u) / 2] ;
        if Σ*∧ ¬φ consistent then
            u := r-1
        else
            l := r

    {Val(φ,Σ) = α_r}
end
```

Où Σ^* est la projection de Σ en ne considérant que les formules n le nombre de strates.

Le calcul de $\text{val}(\varphi,\Sigma)$ est un problème NP complet et nécessite $\log_2 n$ appel au SAT (test de consistance ou de satisfiabilité) n étant le nombre de strates dans Σ.

Principe des prouvers de la classe Weighted MAXSAT:

☆Données: Une base pondérée avec des entiers.

☆Résultats: la somme minimale des poids des formules à rejeter afin de restaurer la cohérence de la base.

⇩

Transformation des pondérations de la base
du type réel vers le type entier
à l'aide d'une fonction mathématique

Nouvel algorithme d'inférence pour la logique possibiliste quantitative

```
Algorithme inference-quantitative ( ):
Début
    1- genere(sigma,evidence,interet);
    2- PK:= Transforme(sigma);
    3- infini := calcul_infini;
    4- PK := PK ∪ (evidence, infini) ∪ (interet, infini);
    5- WMAXSAT(PK, interpretation, var:cout_inter);
    6- Si (cout_inter= infini) alors
            ecrire ('PK n'infère pas la variable d'intérêt');
            Sinon
                cout_interet := cout_inter;
                degre_interet := e^(-cout_interet);
                ecrire ('PK infère',interet, 'avec un degré',degre_interet);
     Fsi
Fin
```

Complexité des algorithmes de raisonnement

Algorithme de propagation

Simply connected → Polynomial

multy connected → NP complet

Algorithme d'inférence

Logique quantitative → Δ_2^p

Logique qualitative → NP complet

V- Les transformations entre modes de représentation en théorie des possibilités

Connaissances

Hétérogènes

Multi-sources

Différents formats de connaissances

Fusion des connaissances

Problématique:

Il existe différents formats pour traiter les connaissances incertaines d'une manière quantitative:

- **Logique:**
  Logique des possibilités quantitative,
  Logique des pénalités.

- **Graphique:**
  Réseaux possibilistes basés sur le produit,
  Réseaux causaux basés sur les OCF.

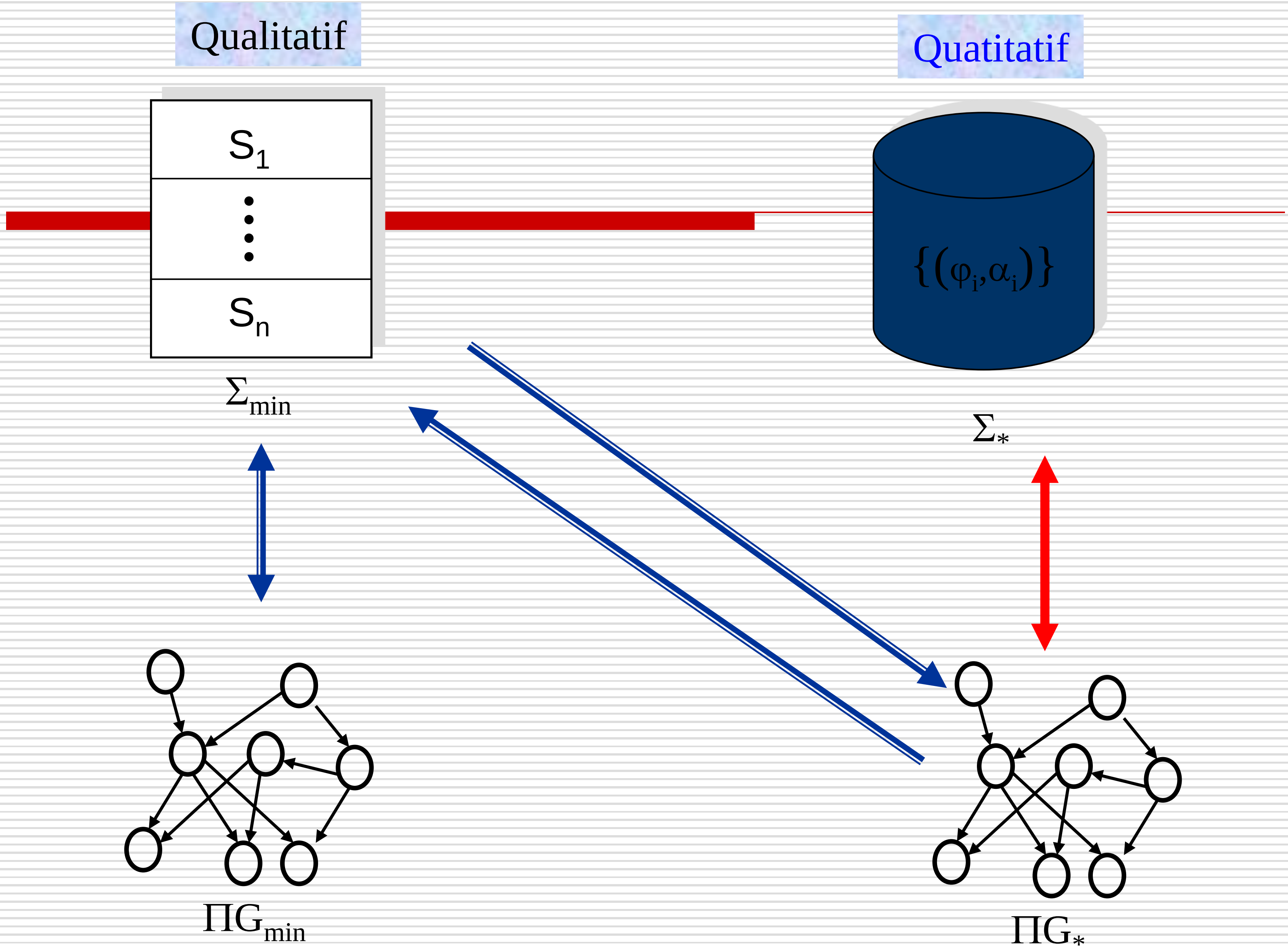
- Existe-t-il une relation entre ces différents formats de représentation des connaissances ?

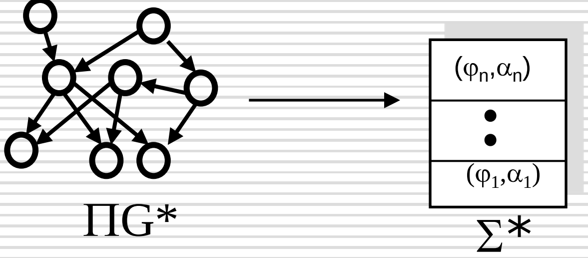
- Existe-t-il une équivalence ?

- Y'a-t-il un format plus performant pour le processus de raisonnement ?

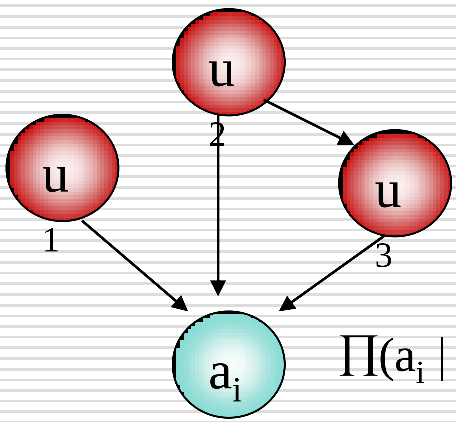
- Que deviennent les principes de résolutions de la logique classique?

- Existe-t-il une alternative aux adaptations des algorithmes de propagations graphique ?


Qualitatif
Quatitatif
S_1
S_n
Σ_{min}
$\{(\varphi_i,\alpha_i)\}$
Σ_*
ΠG_{min}
ΠG_*

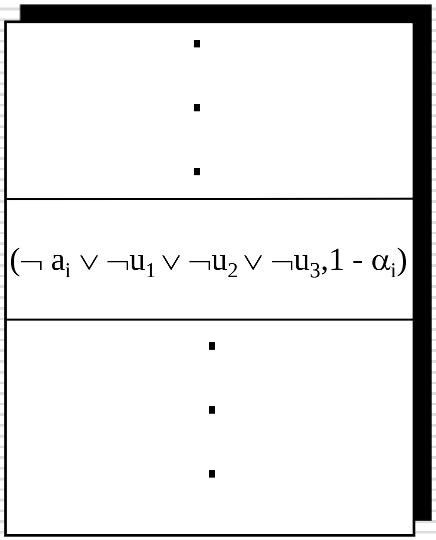


☆ D'un graphe possibiliste quantitatif vers une base possibiliste quantitative

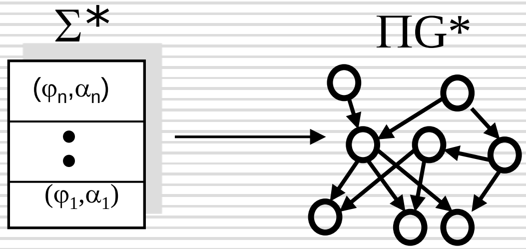


$\Pi(a_i \mid u_1, u_2, u_3) = \alpha_i$

Linéaire



$\Pi(a_i \mid u_i) = \alpha_i$ $\longrightarrow$ $N(\neg\, a_i \vee \neg u_i) = 1 - \alpha_i$



☆ D'une base possibiliste quantitative vers un graphe possibiliste quantitatif

Phase 1: Transformation de la base Σ*

Phase 2: Construction du graphe à partir d'un ordre arbitraire des variables

Phase 3: Calcul des degrés de possibilités conditionnelles

(φ_1,k_1) … (φ_n,k_n) → (φ_1,α_1) … (φ_n,α_n)

PK → Σ^*

☆ Logique des pénalités et logique possibiliste quantitative

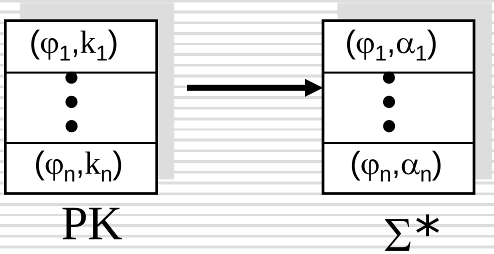
Logique des pénalités → Somme

Coût de pénalités de type entier $\in [0,1,2,\ldots,\infty]$

Logique des possibilités → Produit

Degré de nécessité de type entier $\in [0,1]$

Quelle est la relation qui existe entre ces deux logiques quantitatives?



☆ D’une base de pénalités vers une base possibiliste quantitative

Base de pénalités

$$PK=\{(\varphi_i,k_i): k_i \in [0,\infty],\ i=1\ldots n\}$$

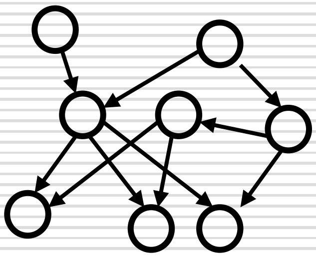
immédiate

$$\varphi_i = 1-e^{-k_i}$$

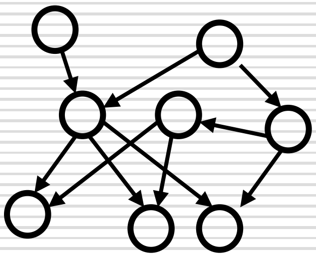
Base de possibilités quantitative

$$\Sigma^*=\{(\varphi_i,\alpha_i): \alpha_i \in [0,1],\ i=1\ldots n\}$$

☆ Réseaux causaux basés sur les OCF et réseaux possibilistes basés sur le produit



Réseau causal basé sur les OCF
DAG
+
Distributions $K(x_i|u_i)$ de type entier

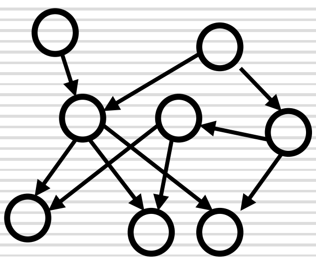


Réseau possibiliste basé sur le *
DAG
+
Distributions $\Pi(x_i|u_i)$ de type réel

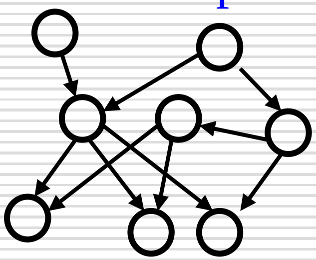
Existe-t-il une relation entre ces deux modèles graphiques ?

☆ D'un graphe causal basé sur les OCF vers un graphe possibiliste quantitatif

Réseau causal basé sur les OCF



Réseau causal possibiliste quantitatif

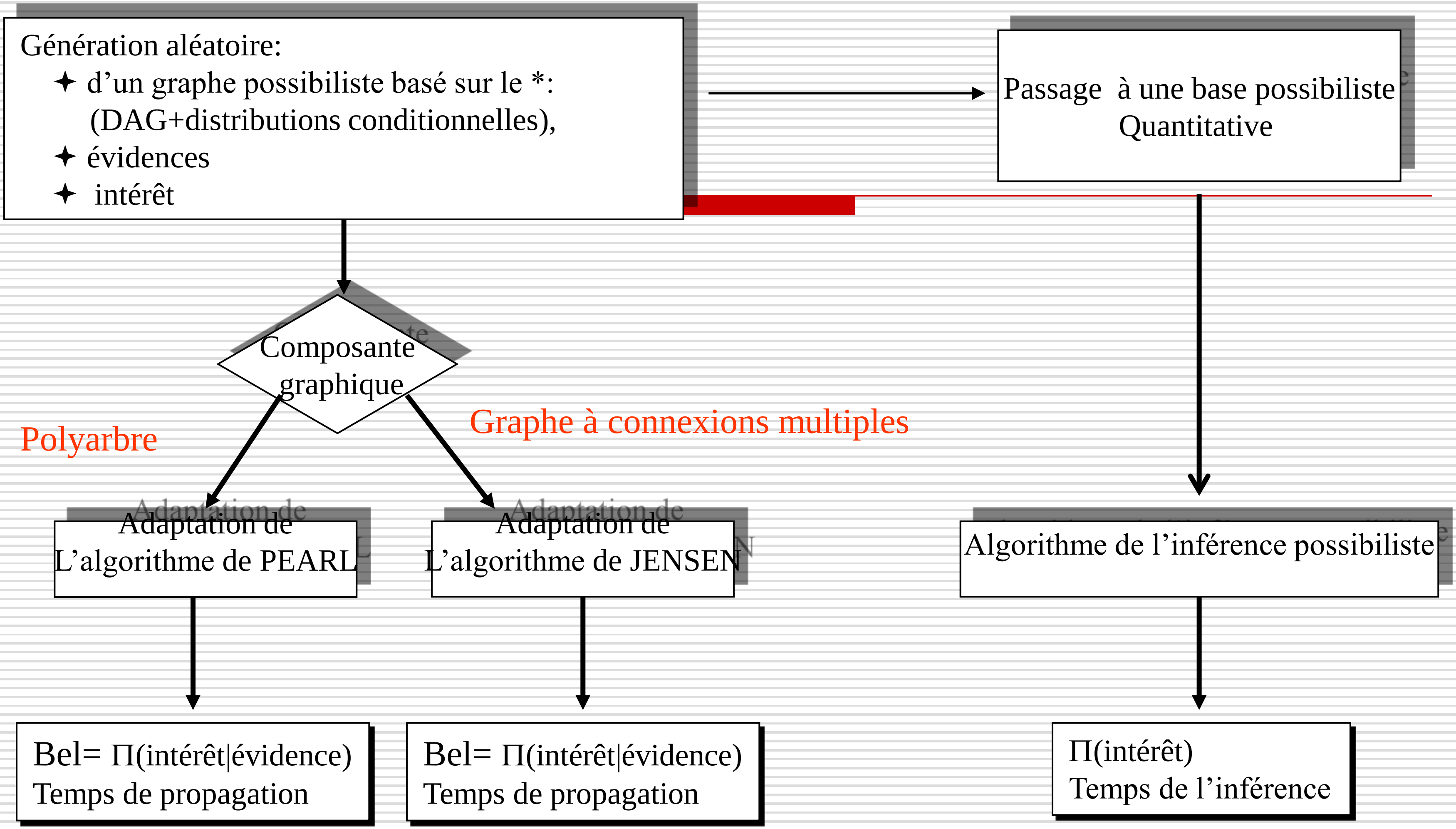


$K(x_i|u_i)$

$$\boxed{\Pi(x_i|u_i)=e^{-K(x_i|u_i)}}$$

$\Pi(x_i|u_i)$

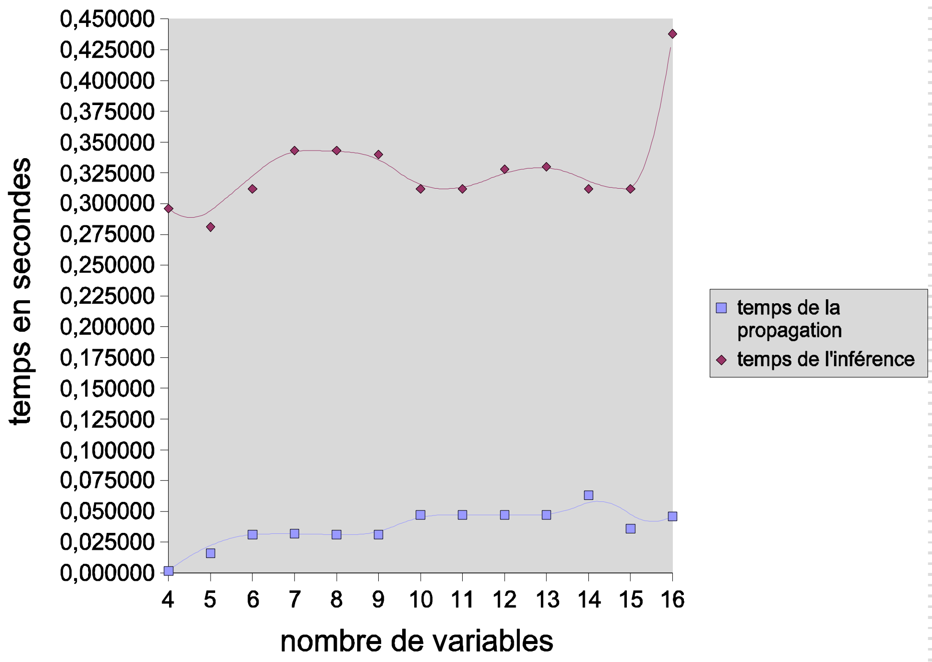
Processus de l'expérimentation



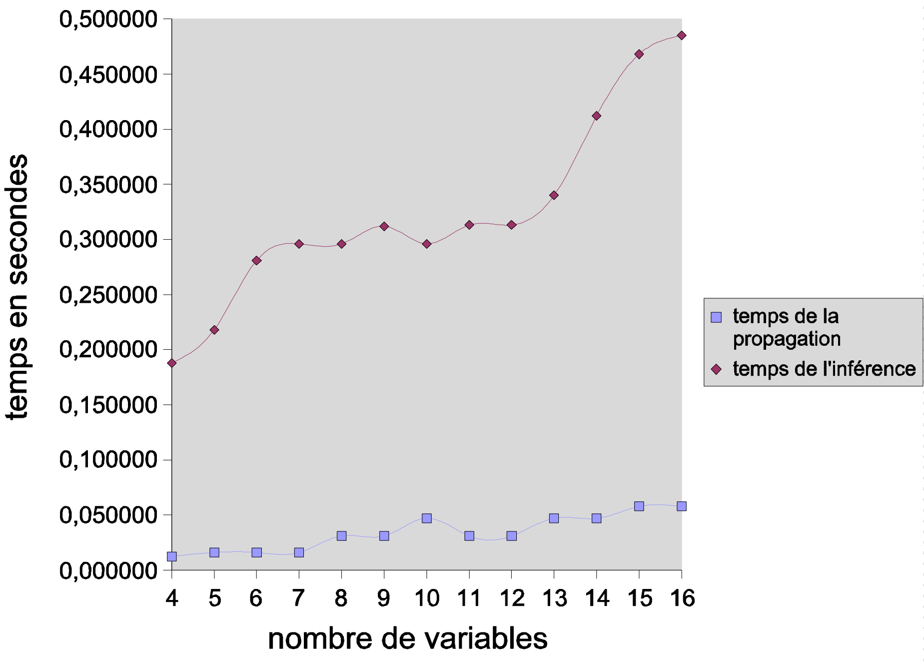
$$\Pi(\text{intérêt}|\text{évidence}) \quad = \quad \Pi(\text{intérêt})$$

Partie III: Etude expérimentale
- Processus de l'expérimentation
- Comportements des algorithmes de raisonnement
  - Cas des polyarbres
  - Cas des graphes à connexions multiples moyennement denses
  - Cas des graphes à connexions multiples complexes
- Analyses

Cas des polyarbres

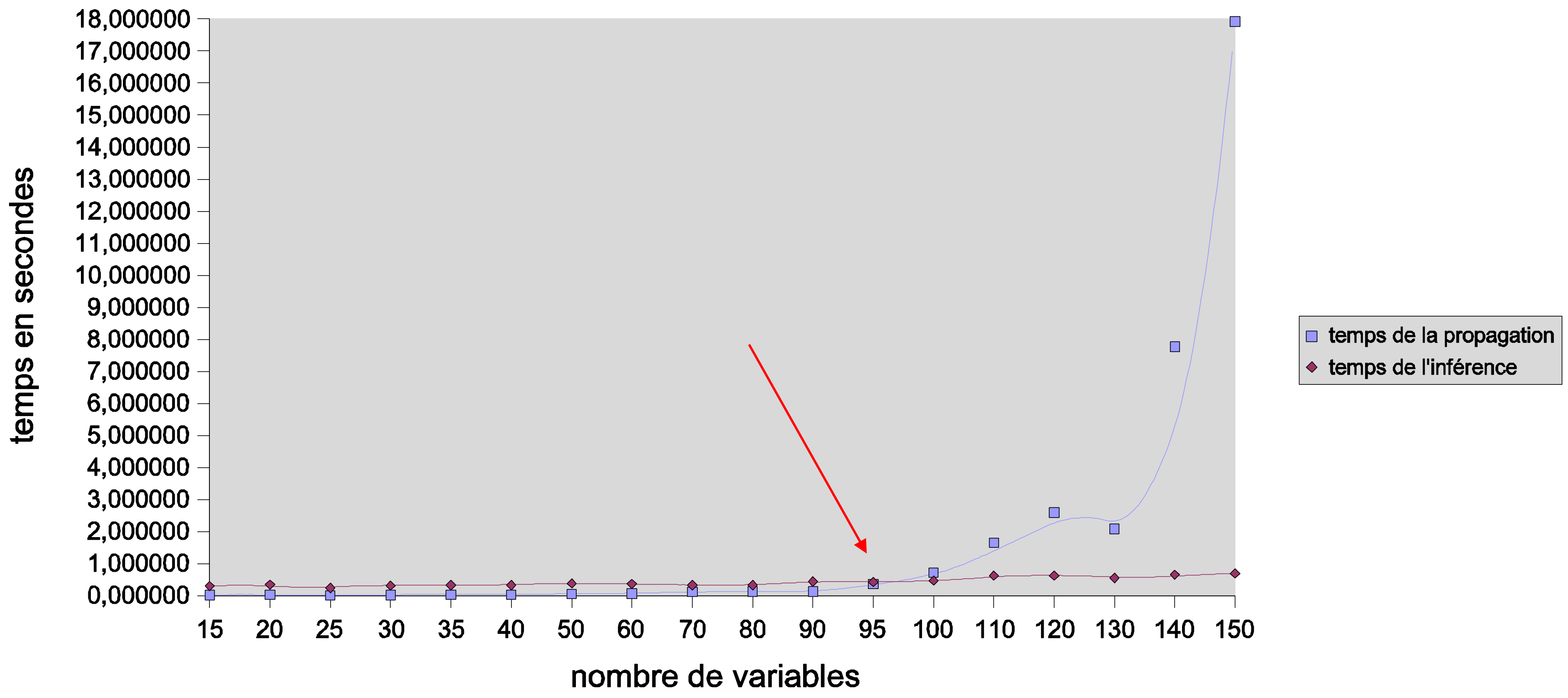


Cas d'une évidence



Cas de plusieurs évidences

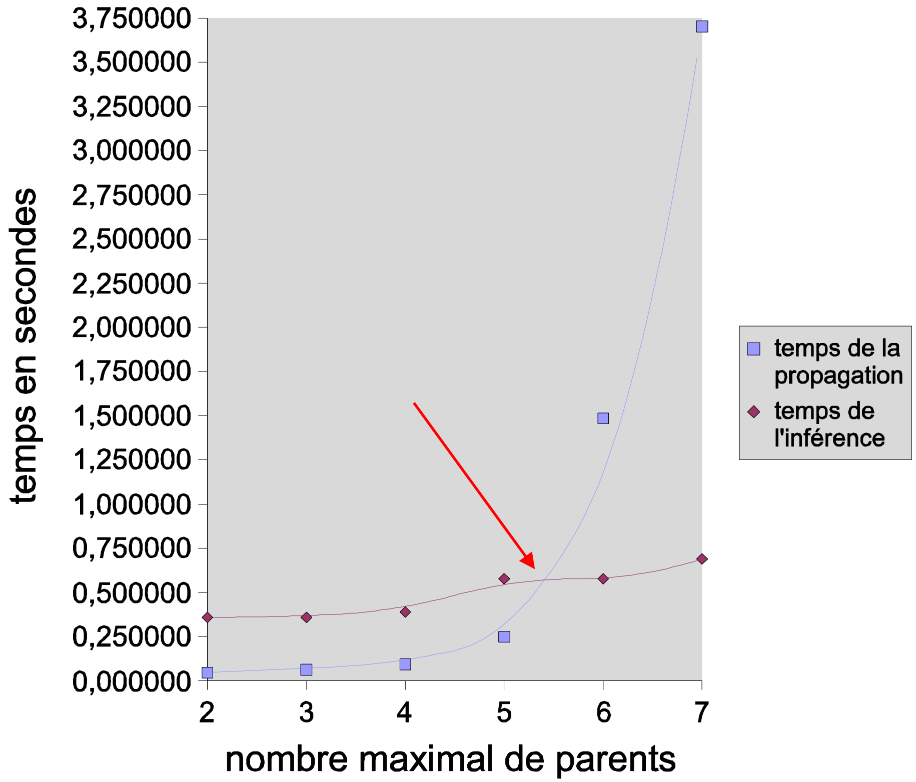
Cas des graphes à connexions multiples moyennement denses



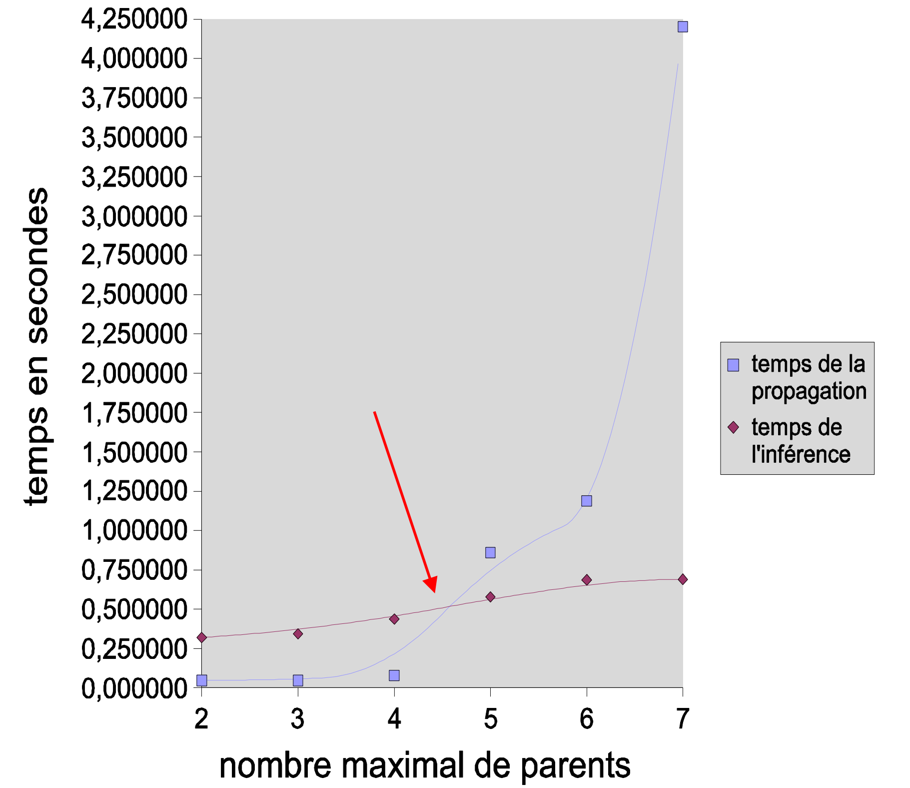
Graphes à connexions multiples (nombre de parents max=3)

Partie III: Etude expérimentale
- ❖ Processus de l'expérimentation
- ❖ Comportements des algorithmes de raisonnement
  - Cas des polyarbres
  - Cas des graphes à connexions multiples moyennement denses
  - Cas des graphes à connexions multiples complexes
- ❖ Analyses

Cas des graphes à connexions multiples complexes



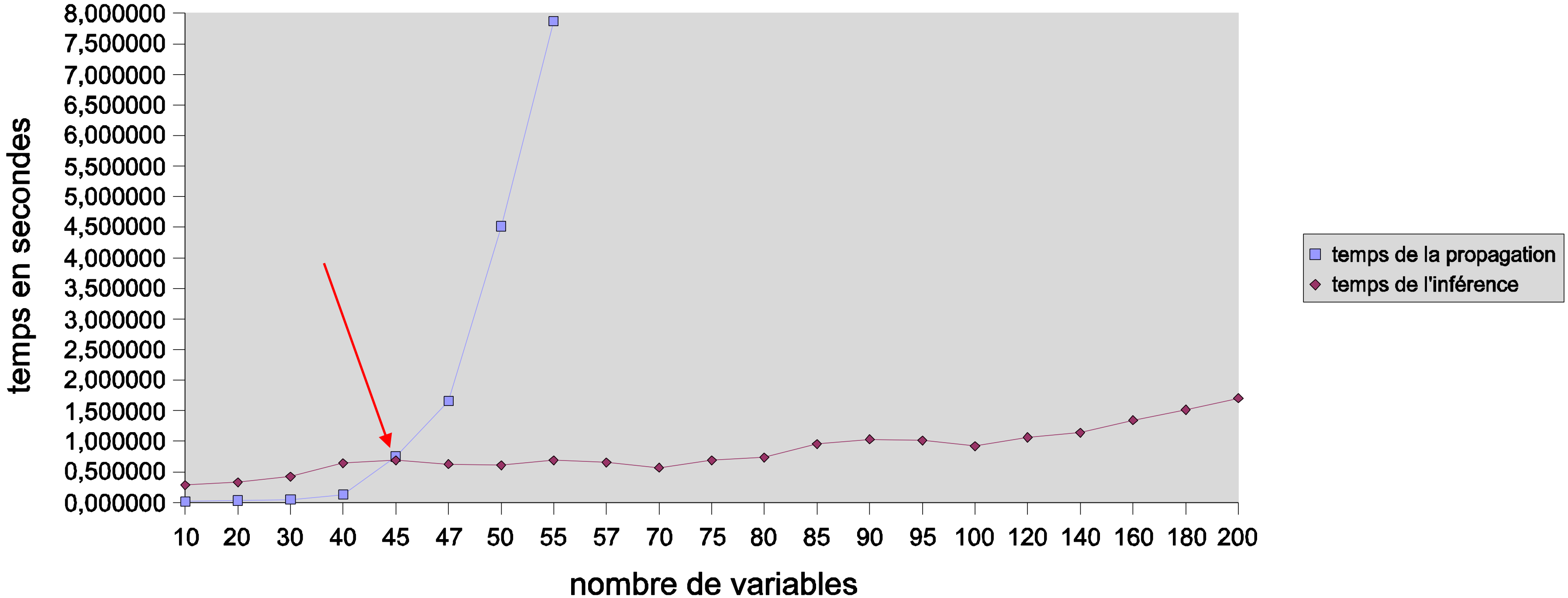
Cas d'une évidence



Cas de plusieurs évidences

Influence du nombre de parents max (cas de 50 variables)

Cas des graphes à connexions multiples complexes



Comparaison entre les algorithmes de raisonnement pour un nombre parents maximal=7

Conclusion

- Comparaison entre les différents modèles qui existent autour de la théorie des possibilités quantitative