Exercice : *Traduire sous forme de fbf les expressions suivantes :*

- *Tout humain est mortel*
- *Ali est un humain*
- *Ali est mortel*

On propose

- les prédicats :

  Humain(x) pour exprimer x est humain

  Mortel(x) pour exprimer x est mortel
- La constante : Ali

On obtient :

$(\forall x)$ humain(x) $\Rightarrow$ mortel(x)

Humain(Ali)

Mortel(Ali)

- *Tout nombre rationnel est un nombre réel*
- *Il existe un nombre qui est premier*
- *Pour tout nombre x, il existe un nombre y tel x < y*

Soient les prédicats :

- Rationnel (x) pour exprimer que x est un nombre rationnel
- Reel(x) pour x est un nombre reel
- Premier(x) pour x est nombre premier
- Inf(x,y) pour exprimer x < y

On obtient :

$(\forall x)$ rationnel(x) $\Rightarrow$ reel(x)

$(\exists x)$ premier(x)

$(\forall x)$ $(\exists y)$ inf(x,y)

– *Pour tout nombre, il existe un **seul** successeur*

- *il n'existe pas de nombres pour lequel 0 est un successeur immédiat*
- *Pour tout nombre autre que 0 il existe un **seul** nombre qui est son prédécesseur*

Soient les fonctions :

f(x) pour exprimer le successeur(x)

g(x) pour exprimer predecesseur(x)

Soit la constante : 0

Soit le prédicat E(x,y) pour exprimer egal ou (non egal) de x avec y

Y successeur(x) unicite

$$(\forall x)\ (\exists y)\ [\ E(y,f(x)) \wedge (\forall z)\ [E(z,f(x)) \Rightarrow E(y,z)]]$$

$$\neg\ [\ (\exists x)\ E(0,f(x))] \ \cong\ (\forall x) \neg\ E(0,f(x))$$

$$(\forall x)\ [\ \neg E(x,0) \Rightarrow [(\exists y)\ [E(y,g(x)) \wedge (\forall z)\ [E(z,g(x)) \Rightarrow E(y,z)]]]$$

X =/= 0 y predecesseur de x unicité

– *il y a des patients et qui aiment tous les docteurs*
- Aucun patient n'aime les charlatans
- Aucun docteur n'est un charlatan
Montrer que la 3eme expression est une conséquence logique des 2 premières

On utilise les prédicats suivants :

- P(x) pour x patient
- D(x) pour x docteur
- Q(x) pour x charlatan
- L(x,y) pour x aime y

1) $(\exists x)\ [P(x) \wedge (\forall y)(D(y) \Rightarrow L(x,y))]$
2) $(\forall\ x)\ [P(x) \Rightarrow (\forall y)(Q(y) \Rightarrow \neg L(x,y))]$
3) $(\forall x)(D(x) \Rightarrow \neg Q(x))$

Montrer que 3 est conséquence logique de 1 et 2.

Def CL : On part de (1) $\wedge$ (2) vraie et on doit arriver à (3) vraie.

Soit une interprétation quelconque dans laquelle (1) $\wedge$ (2) vraie.

(1) $\wedge$ (2) vraie $\cong$ (1) vraie et (2) vraie $\cong$

(1)vraie $\cong$ $(\exists x)\ [P(x) \wedge (\forall y)(D(y) \Rightarrow L(x,y))]$ vraie $\cong$ il existe une certaine valeur pour x (soit e) pour laquelle (1) vraie

$\cong$ $[P(e) \wedge (\forall y)(D(y) \Rightarrow L(e,y))]$ vraie

$\cong$ **<u>P(e) vraie</u> et $(\forall y)(\neg D(y) \vee L(e,y))$** vraie (*)

(2)vraie $\cong$ $(\forall\ x)\ [P(x) \Rightarrow (\forall y)(Q(y) \Rightarrow \neg L(x,y))]$ vraie $\cong$ elle est vraie pour x=e car elle Est vraie pour $(\forall x)$

$\cong$ $[P(e) \Rightarrow (\forall y)(Q(y) \Rightarrow \neg L(e,y))]$ vraie

$\cong$ $\underline{[\neg P(e) \vee (\forall y)(\neg Q(y) \vee \neg L(e,y))]}$ vraie

Or de (*) on a P(e) vraie donc ¬P(e) faux et donc il faut que

$(\forall y)(\neg Q(y) \vee \neg L(e,y))$ soit vraie (**)

Raisonner maintenant sur D(y) et en utilisant (*) et (**). La valeur de vérité de D(y) peut etre:

a) D(y) fausse ………..
……. Arriver à (3) vraie

b) D(y) vraie ……………………….. arriver à (3) vraie

Et donc(«3) est CL de (1) et (2).