# **Examen Final**

(Durée 1h30 mn)

## Exercice 1:

Soit l'équation de récurrence :

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ \sum_{i=1}^{i=n-1} T(i) + 1 & \text{si } n \ge 2 \end{cases}$$

- a. Calculez T(n) T(n 1); pour  $n \ge 2$ . Déduire T(n).
- b. Résoudre T(n):

## Exercice 2:

Soient  $A(x) = 3x^2 + 4x + 1$  et  $B(x) = x^2 + 2x + 5$  deux polynômes de degré n = 2.

- a. Calculer l'expression du polynôme C(x) = A(x) \* B(x) et donnez la complexité de ce calcul en fonction de  $\mathbf{n}$ . Quelle est la complexité de ce calcul si les complexités de A(x) et B(x) sont respectivement  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{n}$ ?
- b. Soit I = [0..4]. Evaluez C(x) dans I (l'ensemble des couples (x, y) tels que  $x \in I$  et y = C(x)).
- c. Donnez la complexité totale de l'algorithme qui *calcule et évalue* C(x) dans I.
- d. Evaluez A(x) dans I et B(x) dans I.
- e. Calculer, à partir des évaluations précédentes, A(x) \* B(x) dans I. Donnez la complexité de ce calcul et justifiez votre réponse.

## Exercice 3:

Soit la fonction:

```
fonction calcul ( reel x, entier n):reel

entier m=n, p=1; reel z=x;

tant que m>0 faire

tant que (m modulo 2=0) faire m=m/2; (division entière)

z=z^2;

fait;

m=m-1; p=p^*z;
```

fait;

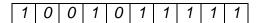
retournez p;

finFonction;

- a. Exécutez cette fonction pour n = 5 puis pour n = 6 avec x = 3 dans les deux cas. Que fait la fonction ?
- b. Donnez la complexité du cas pire. Justifiez votre réponse.
- c. Cette complexité peut-elle être exprimée en  $\theta$ ? Justifiez votre réponse.

## Exercice 4:

Soit x un entier en représentation binaire contenu dans un tableau de n cases :



- a. Ecrire un algorithme qui retourne le tableau qui contient la valeur binaire de **x+1** (sans passer par le calcul décimal). Donnez sa complexité.
- b. En déduire un algorithme qui calcule **x+k**, pour **k** entier donné. Donnez sa complexité.