Cours d'I.A.

"Introduction à la logique floue"

3° année

Antoine Cornuéjols

www.lri.fr/~antoine
antoine.cornuejols@agroparistech.fr

http://www.lri.fr/~antoine/Courses/AGRO/Cours-IA/

Plan

1. Introduction : pourquoi la logique floue

1- Pourquoi la logique floue ?

Nous raisonnons avec des concepts linguistiques "flous" (ou approximatifs)

Concepts imprécis

- Âge, poids, température, ...

≠ incertitude

Dépendances imprécises

Si la température est ***basse*** et le gaz n'est pas ***cher***
Alors je ***monte beaucoup*** le chauffage

1- Pourquoi la logique floue ?

Exemple de règle floue

Règles de conduite automobile à l'approche d'un carrefour contrôlé par des feux tricolores.

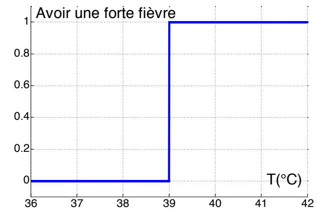
si le feu est rouge...	si ma vitesse est élevée ...	et si le feu est proche ...	alors je freine fort.
si le feu est rouge...	si ma vitesse est faible ...	et si le feu est loin ...	alors je maintiens ma vitesse.
si le feu est orange...	si ma vitesse est moyenne ...	et si le feu est loin ...	alors je freine doucement.
si le feu est vert...	si ma vitesse est faible ...	et si le feu est proche ...	alors j'accélère.

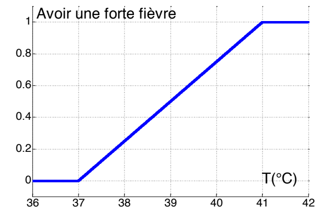
V.S.

Si le feu est rouge, **si** ma vitesse dépasse 85.6 km/h **et si** le feu est à moins de 62.3m, **alors** j'appuie sur le frein avec une force de 33.2 Newtons

1- Pourquoi la logique floue : limites de la logique classique

Un patient atteint d'hépatite présente généralement les symptômes suivants :
- le patient a une **forte fièvre**
- sa peau présente une coloration jaune
- il a des nausées





Le patient a 38.9°C

En **logique classique** : le patient n'a pas de forte fièvre => pas d'hépatite

En **logique floue** : le patient a une forte fièvre à 50% => hépatite à x%

1.4 Les principaux problèmes

1- Définir les notions
- d'**ensembles flous**
- de **prédicats flous**
- d'**opérateurs ensemblistes flous**
- de **relations floues**

2- Définir l'**inférence floue**
- comment propager les "valeurs de vérité"

2. La théorie des ensembles flous

2- Ensembles flous

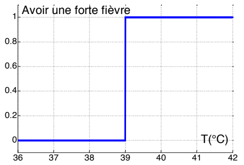
Soient U l'univers du discours et A un sous-ensemble de U.

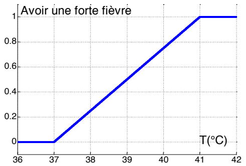
Théorie classique des ensembles :
Si μ_A est la fonction d'appartenance caractéristique de l'ensemble A :

$$\forall x \in U \quad \begin{cases} \mu_A(x) = 0 & \text{si } x \notin U \\ \mu_A(x) = 1 & \text{si } x \in U \end{cases}$$

Théorie des ensembles flous :

$$\forall x \in U \qquad \mu_A(x) \in [0,1]$$



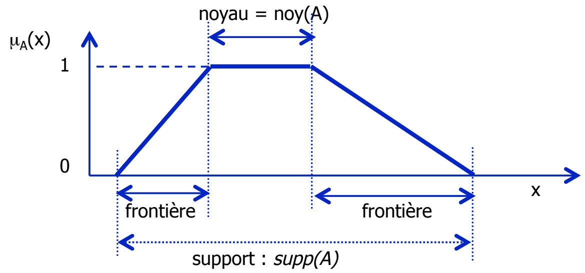


Degré d'appartenance = valeur de vérité

2- Ensembles flous

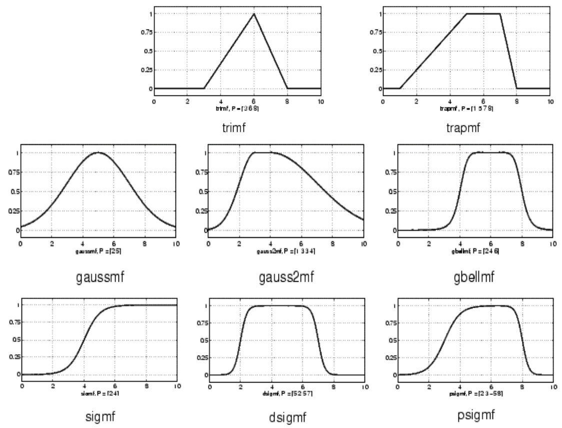
Les ensembles flous sont décrits par leur ***fonction d'appartenance***

$$\mu_A(x) \in [0,1]$$

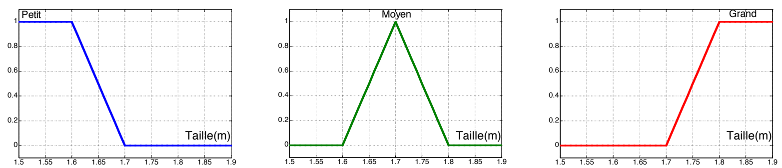


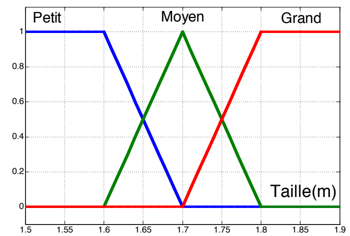
2- Ensembles flous

– Les **fonctions d'appartenance** peuvent avoir diverses formes selon leur définition :
  - **triangulaire, trapézoïdale,**
  - **Gaussienne,**
  - **Sigmoïdes**...



2- Ensembles flous : exemples





Pierre mesure 1m625
se traduit en logique floue par :

- « Pierre est petit » à un degré de 75%
- « Pierre est moyen » à 25%
- « Pierre est grand » à 0%

2.2 Opérations ensemblistes sur les ensembles flous

Il faut définir les équivalents des opérations :

- Union (OU)
- Intersection (ET)
- Complément (négation)
- Inclusion

2.2 Opérations ensemblistes sur les ensembles flous

Fonction d'appartenance de l'ensemble des personnes ***grandes*** **et** ***âgées***

$\mu_{\text{âgé}}(x) = 0.7$

$\mu_{\text{grand}}(x) = 0.5$

$$\mu_{\text{âgé} \,\wedge\, \text{grand}}(x) = \;?$$

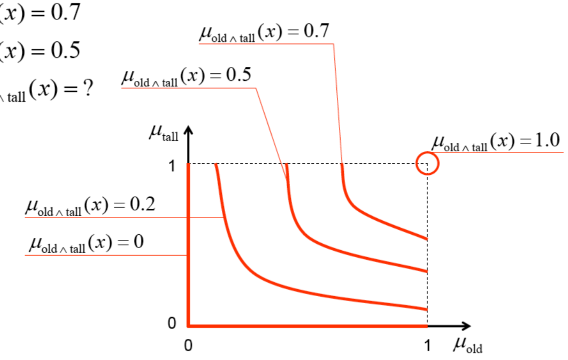
2.2 Opérations ensemblistes sur les ensembles flous

Fonction d'appartenance de l'ensemble des personnes grandes et âgées

$\mu_{\text{old}}(x) = 0.7$

$\mu_{\text{tall}}(x) = 0.5$

$\mu_{\text{old} \wedge \text{tall}}(x) = ?$



2.2 Opérations ensemblistes sur les ensembles flous

Fonction d'appartenance de l'ensemble des personnes ***grandes*** **ou** ***âgées***

$\mu_{\text{âgé}}(x) = 0.7$

$\mu_{\text{grand}}(x) = 0.5$

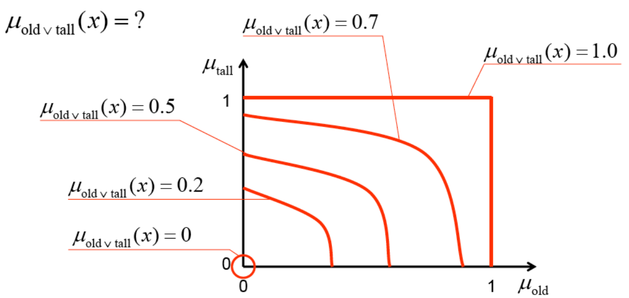
$$\mu_{\text{âgé} \,\vee\, \text{grand}}(x) = \;?$$

2.2 Opérations ensemblistes sur les ensembles flous

Fonction d'appartenance de l'ensemble des personnes ***grandes*** **ou** ***âgées***

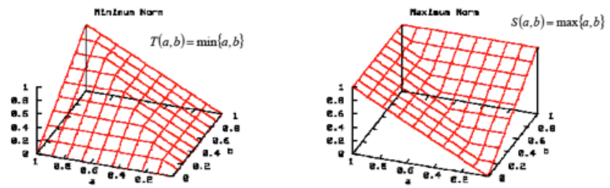
$$\mu_{\text{âgé}}(x) = 0.7$$

$$\mu_{\text{grand}}(x) = 0.5$$

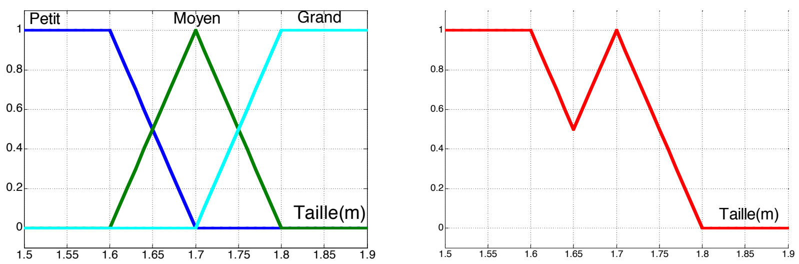


2.2 Opérations ensemblistes sur les ensembles flous

Une fonction de combinaison qui ressemblerait à :



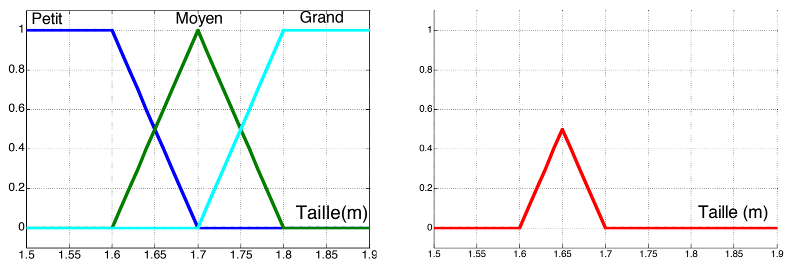
2.2 Opérateurs ensemblistes flous : l'union



Petit ou moyen

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mathrm{Max}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \qquad \forall x \in U$$

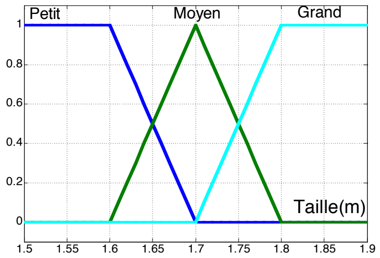
2.2 Opérateurs ensemblistes flous : l'intersection

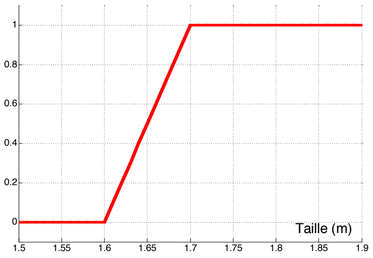


Petit et moyen

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mathrm{Min}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \qquad \forall x \in U$$

2.2 Opérateurs ensemblistes flous : le complément





Non petit

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \qquad \forall x \in U$$

2.2 Opérateurs ensemblistes flous alternatifs

Toute t-norme peut servir à définir l'**intersection floue**

Une t-norme est une application T(x,y) satisfaisant les conditions suivantes:
- 1 est élément neutre $\forall x \in [0,1] \quad T(x,1) = T(1,x) = x.$
- Commutative $T(x,y) = T(y,x)$
- Associative $T(x,T(y,z)) = T(T(x,y),z)$
- Monotone $si\ x \le z\ et\ y \le w\ alors\ T(x,y) \le T(z,w)$

Toute t-conorme peut servir à définir l'**union floue**

Une t-conorme est une application S(x,y) satisfaisant les conditions suivantes:
- 0 est élément neutre $\forall x \in [0,1] \quad S(x,0) = x.$
- Commutative $S(x,y) = S(y,x)$
- Associative $S(x,S(y,z)) = S(S(x,y),z)$
- Monotone $si\ x \le z\ et\ y \le w\ alors\ S(x,y) \le S(z,w)$

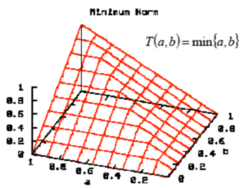
notation	t-norme	dénomination	t-conorme associée
t_G	min(x, y)	Zadeh	max(x, y)
t_P	x.y	probabiliste	x + y - x.y
t_L	max(0, x + y-1)	Lukasiewicz	min(1, x + y)
t_D	min(x, y) pour x = 1 ou y = 1 0 ailleurs		max(x, y) pour x.y = 0 1 ailleurs
$t_\lambda^D, \lambda>0$	$1 - \dfrac{1}{1+\left[\left(\frac{1-x}{x}\right)^\lambda + \left(\frac{1-y}{y}\right)^\lambda\right]^{1/\lambda}}$	Dombi	$\dfrac{1}{1+\left[\left(\frac{x}{1-x}\right)^\lambda + \left(\frac{y}{1-y}\right)^\lambda\right]^{-1/\lambda}}$
$t_\gamma^H, \gamma\ge0$	$\dfrac{xy}{\gamma+(1-\gamma)\cdot(x+y-xy)}$	Hamacher	$\dfrac{x+y-xy-(1-\gamma)xy}{1-(1-\lambda)xy}$
t_p^Y, p>0	1-min($[1-x)^p+(1-y)^p]^{1/p}$, 1)	Yager	min $((x^p+y^p)^{1/p}$,1)
t_λ^W, λ>-1	max $\left(0, \dfrac{x+y-1+\lambda xy}{1+\lambda}\right)$	Weber	min (x+y+λxy,1)

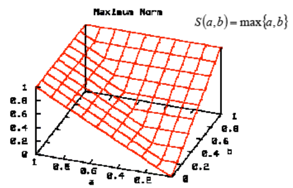
2.2 Opérateurs ensemblistes flous alternatifs

Toute t-norme peut servir à définir l'**intersection floue**

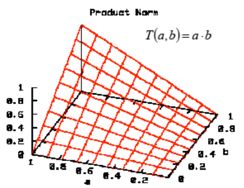
Toute t-conorme peut servir à définir l'**union floue**

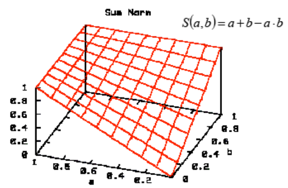
Min-Max





Product-Sum



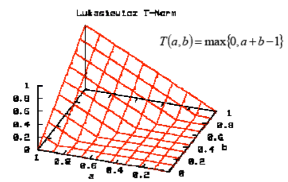


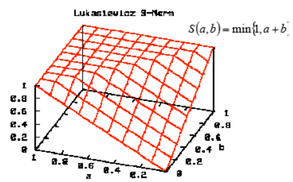
2.2 Opérateurs ensemblistes flous alternatifs

Toute t-norme peut servir à définir l'**intersection floue**

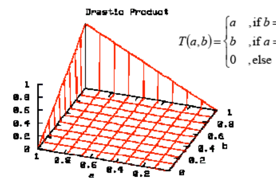
Toute t-conorme peut servir à définir l'**union floue**

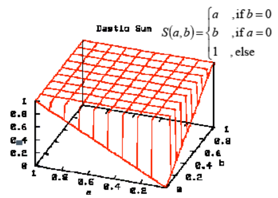
Lukasiewicz Norm





Drastic Product/Sum





2.2 Opérateurs ensemblistes flous les plus utilisés

Dénomination	Intersection ET (t-norme)	Réunion OU (t-conorme)	Complément NON
Opérateurs de Zadeh MIN/MAX	$\mu_{A\cap B}(x) = min(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$\mu_{A\cup B}(x) = max(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$
Probabiliste PROD/PROBOR	$\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

2.2 Opérateurs ensemblistes flous

Pour toutes les définitions des opérateurs ET et OU, les propriétés des opérateurs booléens classiques sont préservées

Commutativité

Distibutivité

$$\begin{cases} A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C) \\ A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C) \end{cases}$$

Associaticité

$$\begin{cases} A\cup(B\cup C) = (A\cup B)\cup C \\ A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cap C \end{cases}$$

Lois de Morgan

$$\begin{cases} \overline{A\cup B} = \overline{A}\cap\overline{B} \\ \overline{A\cap B} = \overline{A}\cup\overline{B} \end{cases}$$

2 exceptions notables

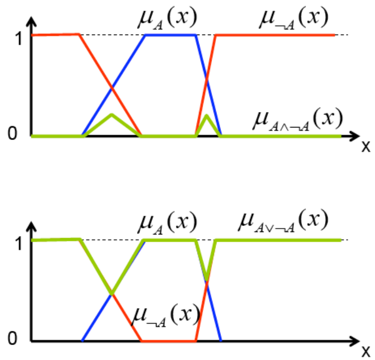
1. En logique floue, le principe du tiers exclu est contredit.

   $A\cup\overline{A} \neq U$ i.e. $\mu_{A\cup\overline{A}}(x) \neq 1$

2. En logique floue, on peut être A et non A en même temps.

   $A\cap\overline{A} \neq \varnothing$ i.e. $\mu_{A\cap\overline{A}}(x) \neq 0$

2.2 Opérateurs ensemblistes flous



2 exceptions notables

1. En logique floue, le principe du tiers exclu est contredit.

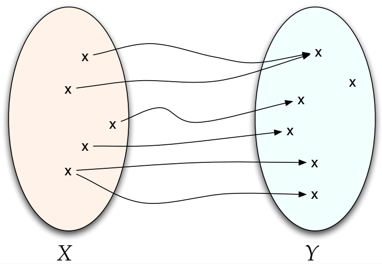
   $A\cup\overline{A} \neq U$ i.e. $\mu_{A\cup\overline{A}}(x) \neq 1$

2. En logique floue, on peut être A et non A en même temps.

   $A\cap\overline{A} \neq \varnothing$ i.e. $\mu_{A\cap\overline{A}}(x) \neq 0$

2.3 Relations floues

Relations classiques



Taille = 1.80 est relié à **poids = 70kg**

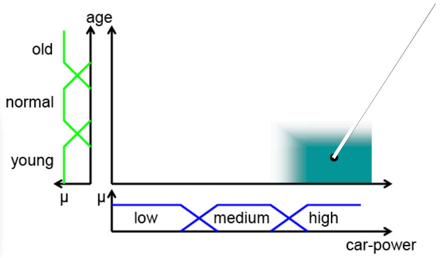
Relations floues

Le **prix d'achat** est très inférieur au **prix de vente**

2.3 Relations floues

Produit cartésien sur $X \times Y$

Une **relation** est un **sous-ensemble** d'un produit cartésien.



Jeune et **voiture puissante**

2.3 Relations floues

Exemple :

Soit l'univers U = { 1, 2, 3 }, la relation R « est approximativement égal à » peut-être définie par : $R: \{1,2,3\} \times \{1,2,3\} \rightarrow [0,1]$

$$(u,v) \rightarrow \mu_R(u,v) = \begin{cases} 1 & si\ u = v \\ 0{,}8 & si\ |u-v| = 1 \\ 0{,}3 & si\ |u-v| = 2 \end{cases}$$

En notation matricielle

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0.8 & 0.3 \\ 2 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 3 & 0.3 & 0.8 & 1 \end{array}$$

2.3 Relations floues

Exemple :

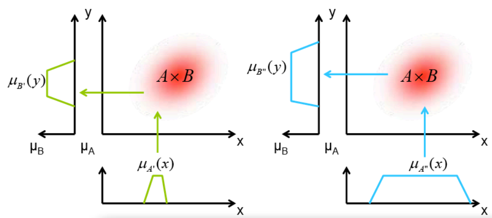
Le **prix du vendeur A** est ***approximativement égal*** au **prix du vendeur B**

$$\forall x \in \mathcal{X}, \forall y \in \mathcal{Y} \qquad f_R(x,y) = \frac{1}{1+(x-y)^2}$$

2.3 Relations floues

Une relation floue est une relation binaire définie sur $X \times Y$ par une fonction d'appartenance sur $X \times Y$

$$R : X \times Y \rightarrow [0,1]$$
$$(x,y) \mapsto \mu_R(x,y)$$



$$\mu_{A \times B}(x,y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_x\{min\{\mu_{A'}(x), \mu_{A \times B}(x,y)\}\}$$

Si x not in A, alors pas d'image, et sinon pas absurde de prendre le min des deux appartenances.

2.3 Relations floues

Inverse :

$$\forall x, y \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \qquad f_{R^{-1}}(y, x) = f_R(x, y)$$

Composition Max-Min, la plus fréquente, mais pas unique

Composition de relations floues :

Le **prix d'achat** est ***très inférieur*** au **prix de revient** qui est ***approximativement égal*** au **prix de vente**

$$\forall x, y, z \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \times \mathcal{Z} \qquad f_R(x, z) = \sup_{y \in \mathcal{Y}} \Big[\min\big(f_{R_1}(x, y), f_{R_2}(y, z)\big) \Big]$$

3. L'inférence floue

3.1 Bases de règles floues

- **Si** *temps est beau* **ET** *moment est début_matinée* **alors** *Moral est haut*
- **Si** *cours est ennuyeux* **ET** *moment est début_cours* **alors** *Moral est bas*
- **Si** *cours est intéressant* **ET** *charge_de_travail est importante* **alors** *Moral est maussade*
- **Si** ...

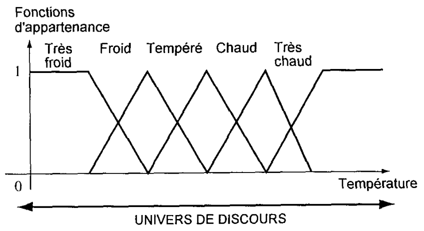
Si *Temps est beau* ET *Moment est DébutMatinée* ALORS *Moral est haut*

Prémisses Conjonction Implication Conclusion

3- Variables floues

- Logique floue → basée sur des variables floues dites ***variables linguistiques*** à valeurs linguistiques dans l'univers du discours U.
- Chaque valeur linguistique constitue alors un ensemble flou de l'univers du discours.

Exemple:



- **Univers du discours** : gamme de température de 0°C à 200°C
- **Variables linguistiques** : la température
- **Valeurs linguistiques** : "très froid", "froid", "tempéré", "chaud", "très chaud"

3- La fuzzification

- Les systèmes à logique floue prennent **en entrée** des variables floues et produisent **en sortie** des variables floues
- Il faut donc **fuzzifier** les mesures en entrée
- et **défuzzifier** les sorties pour obtenir des sorties précises

Pierre mesure 1m625 → Interface de fuzzification
→ « Pierre est petit » à un degré de 75%
→ « Pierre est moyen » à 25%
→ « Pierre est grand » à 0%

3- La fuzzification

Pour fuzzifier, il faut fournir :

- **l'univers du discours** (i.e. plage de variation possible de l'entrée considérée)
- **une partition** en classe floue de cet univers
- **les fonctions d'appartenance** de chacune de ces classes

Processus délicat

3.1 Bases de règles floues

- **Si** *temps est beau* **ET** *moment est début_matinée* **alors** *Moral est haut*
- **Si** *cours est ennuyeux* **ET** *moment est début_cours* **alors** *Moral est bas*
- **Si** *cours est intéressant* **ET** *charge_de_travail est importante* **alors** *Moral est maussade*
- **Si** ...

Si *Temps est beau* ET *Moment est DébutMatinée* ALORS *Moral est haut*

Prémisses Conjonction Implication Conclusion

3.2 Implication floue

<u>En logique classique</u>

$$\begin{cases} Si\ p\ Alors\ q \\ p\ vrai\ Alors\ q\ vrai \end{cases}$$

<u>En logique floue</u>

$$Si\ (X\ est\ A)\ Alors\ (Y\ est\ B)$$

• La variable floue X appartient à la classe floue A avec un degré de validité $\mu(x_0)$

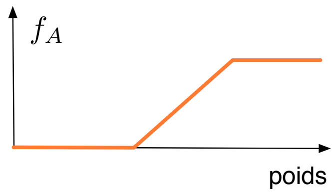
• La variable floue Y appartient à la classe floue B à un degré qui dépend du degré de validité $\mu(x_0)$ de la prémisse

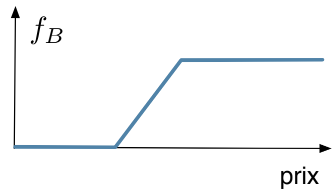
3.2 Implication floue

On veut maintenant définir une *relation correspondant à l'implication logique*

Relation : **Si** ... **alors** ...

Si le poids est important **alors** le prix est élevé (Diamant)



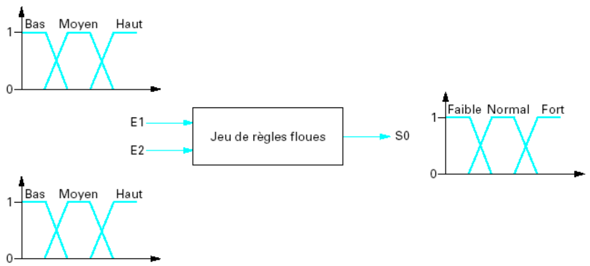


$$f_{\rightarrow}(x,y) = \Phi\big(f_A(x), f_B(y)\big)$$

3.2 Implication floue

Il n'existe **pas de généralisation unique** de l'implication logique

3.2 Modus ponens généralisé : 2 méthodes usuelles



Méthode de Mamdani : $\mu_{\text{conclusion}}(y) = \underset{y}{\text{Min}}\big(\mu_{\text{premisse}}(x_0), \mu_{\text{conclusion}}(y)\big)$

Méthode de Larsen : $\mu_{\text{conclusion}}(y) = \mu_{\text{premisse}}(x_0) \times \mu_{\text{conclusion}}(y)$

3.2 Implication floue

Il n'existe **pas de généralisation unique** de l'implication logique

$f_{\rightarrow_R}(x,y) = 1 - f_A(x) + f_A(x) \cdot f_B(y)$	Reichenbach
$f_{\rightarrow_W}(x,y) = \text{Max}\big(1 - f_A(x), \min(f_A(x), f_B(y))\big)$	Willmott
$f_{\rightarrow_R G}(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } f_A(x) \le f_B(y) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	Rescher-Gaines
$f_{\rightarrow_K D}(x,y) = \text{Max}\big(1 - f_A(x), f_B(y)\big)$	Kleene-Dienes
$f_{\rightarrow_B G}(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } f_A(x) \le f_B(y) \\ f_B(y) & \text{sinon} \end{cases}$	Brouwer-Gödel
$f_{\rightarrow_G}(x,y) = \begin{cases} \text{Min}\big(f_B(y)/f_A(x), 1\big) & \text{si } f_A(x) \neq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$	Goguen
$f_{\rightarrow_L}(x,y) = \text{Min}\big(1 - f_A(x) + f_B(y), 1\big)$	Lukasiewicz
$f_{\rightarrow_L}(x,y) = \text{Min}\big(f_A(x), f_B(y)\big)$	Mamdani
$f_{\rightarrow_L}(x,y) = f_A(x) \cdot f_B(y)$	Larsen

3.2 Implication floue

Soit l'implication de Kleene-Dienes :

A v B = ¬A -> B

A ∧ B = ¬(¬A v ¬B)

Redérivez A v B :

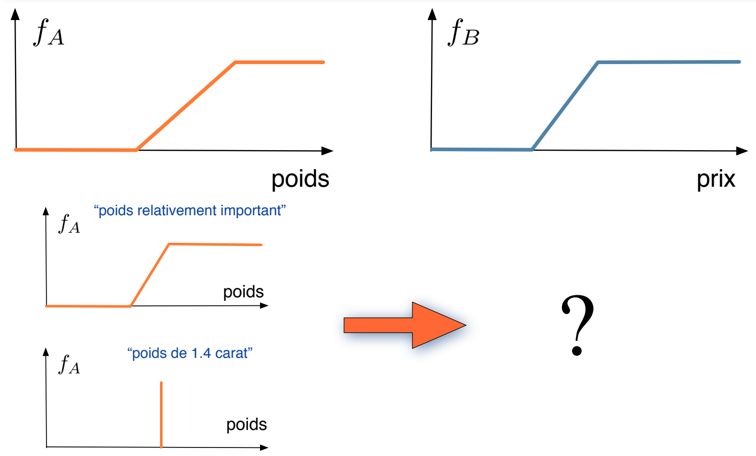
$$\mu_{A \vee B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$$

Redérivez A ∧ B :

$$\begin{aligned}\mu_{A \wedge B}(x) &= 1 - \min\{0, 1 - \mu_A(x) + 1 - \mu_B(x)\} \\ &= \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}\end{aligned}$$

3- Le raisonnement flou

Si le poids est important **alors** le prix est élevé (Diamant)



4. Le raisonnement flou

\-------------------------------------

4- Le modus ponens classique

p

p => q

---

q

homme(socrate)

homme(X) => mortel(X)

---

mortel(socrate)

4- Le modus ponens flou

Règle floue :	**Si** V est A **alors** W est B	
Fonction d'appartenance	f_A	f_B

Fait observé :	V est A'
Fonction d'appartenance	$f_{A'}$

Conclusion :	W est B'
Fonction d'appartenance	$f_{B'}$ **?**

$$\forall y \in Y \qquad f_{B'}(y) = \sup_{x \in X} \top\big(f_{A'}(x), f_{\rightarrow}(x,y)\big)$$

4- Le modus ponens flou

- Plus la condition sur les entrées est vraie
- Plus la sortie préconisée doit être respectée

- **Si** *la température est très basse* **alors** *chauffer fort*

Ici, la conclusion de la règle floue est l'appartenance de la variable floue de sortie "chauffer" à la classe de sortie "fort"

Cette **appartenance dépend** de :

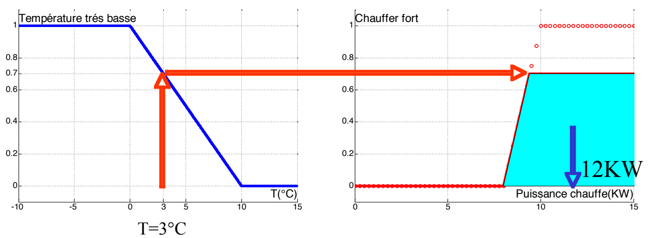
- la **classe floue** de sortie considérée
- du **degré de validité de la prémisse** $\mu_{\text{premisse}}(x_0)$
- de la **méthode d'implication** choisie

4- Modus ponens généralisé : exemple

Règle : **si** la température est très basse **alors** chauffer fort

Fait : T = 3°C

$$\begin{aligned}
\mu_{\text{conclusion}}(y) &= \sup_{x\in X}\left\{\min_{y\in Y}\big(\mu_{\text{prémisse}}(x), f_{\rightarrow}(x,y)\big)\right\} \\
&= \min_{y\in Y}\big(\mu_{\text{prémisse}}(x_0), f_{\rightarrow}(x_0,y)\big) \\
&\quad \text{(en utilisant l'implication de Mamdani)} \\
&= \min_{y\in Y}\big(\mu_{\text{prémisse}}(x_0), \min(\mu_{\text{prémisse}}(x_0), \mu_{\text{conclusion}}(y))\big) \\
&= \min_{y\in Y}\big(\mu_{\text{prémisse}}(x_0), \mu_{\text{conclusion}}(y)\big)
\end{aligned}$$



Selon cette règle, si T = 3°C alors la puissance de chauffe = 12 kW

4- Combinaison de règles

- **R1 : Si** *X_1 est A_{11}* **ET** *X_2 est A_{12}* **alors** *Y est B_1*
- **R2 : Si** *X_1 est A_{21}* **ET** *X_2 est A_{22}* **alors** *Y est B_2*
- **R3 : Si** *X_1 est A_{31}* **ET** *X_2 est A_{32}* **ET** *X_3 est A_{33}* **alors** *Y est B_3*
- **...**

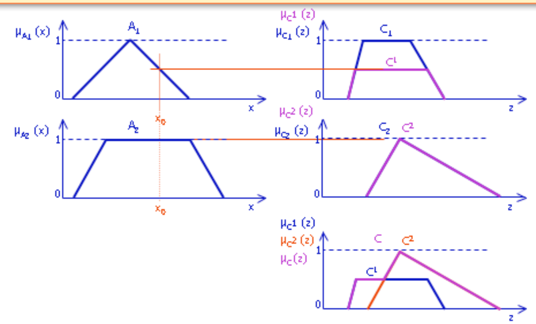
- **Une règle est activée** dès qu'elle a une prémisse ayant une valeur de vérité non nulle
- **Plusieurs règles peuvent être activées simultanément** et conclure sur des conclusions de degrés de vérité différents éventuellement contradictoires.

→ *Il faut **agréger les conclusions** et leur degré de vérité*

4- Combinaison de règles

– Agrégation des règles (au sens Mandani):

$\Re_1$:	si x est A_1 alors z est C_1	
$\Re_2$:	si x est A_2 alors z est C_2	où la conséquence C est déterminée par :
...		$\mu_C(z) = \max\limits_{i=1,n} \left(\mu_{C^i}(z)\right) \;,\; z \in Z$
$\Re_n$:	si x est A_n alors z est C_n	
Fait :	x est $\overline{x_0}$	*soit* $\mu_C(z) = \max\limits_{i=1,n} \left(\min\left(\mu_{A_i}(x_0), \mu_{C_i}(z)\right)\right) \;,\; z \in Z$
Conséquence :	z est C	



4- Combinaison de règles

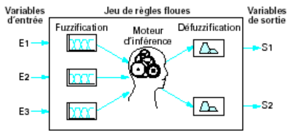
On considère que les règles sont **liées par un opérateur OU**

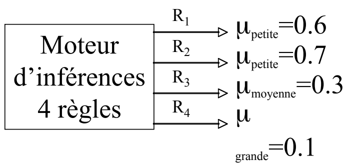
$$\mu_B(y) = \mathop{\mathrm{Max}}_i [\mu_{B_i}(y)]$$

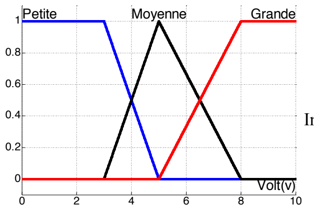
i : indice des règles activées

4- Combinaison de règles : exemple

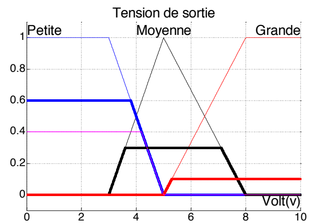
On considère un moteur d'inférence à 4 règles qui fournit pour sa sortie tension S_1, les résultats suivants :



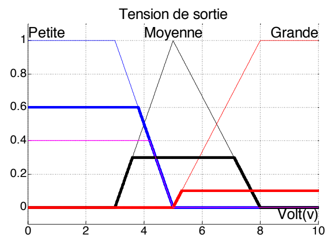




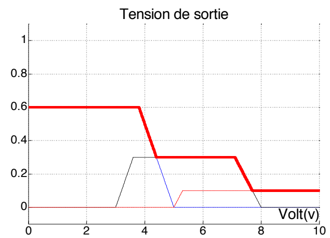
Implication floue de Mamdani



4- Combinaison de règles : exemple



Agrégation des conclusions



- On a alors une **fonction d'appartenance en sortie**

Il faut défuzzifier

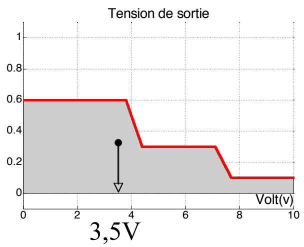
4- Deux principales méthodes de défuzzification

1. Méthode du centre de gravité (COG)

C'est l'abscisse du centre de gravité de la surface sous la courbe résultat

$$sortie = \frac{\int_U y \cdot \mu(y) \cdot dy}{\int_U \mu(y) \cdot dy}$$

U = Univers du discours
= Toutes les valeurs de sorties considérées

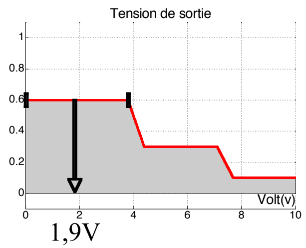


2. Méthode moyenne des maximums (MM)

C'est la moyenne des valeurs de sorties les plus vraisemblables

$$sortie = \frac{\int_S y \cdot dy}{\int_S dy}$$

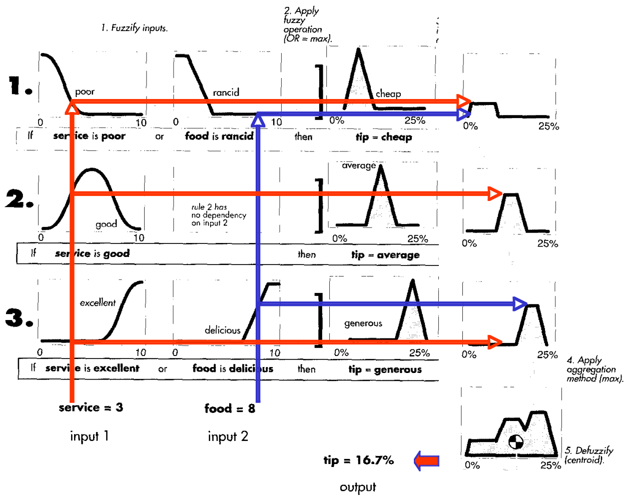
$$\text{où } S = \left\{ y_0 \in U \,/\, \mu(y_0) = \underset{y \in U}{SUP}(\mu(y)) \right\}$$



4- Deux principales méthodes de défuzzification

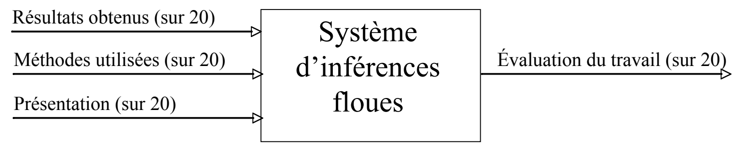
- La **défuzzification COG** est presque toujours employée en ***commande floue***
- La **défuzzification MM** est plutôt employée lorsqu'il s'agit de ***discriminer une valeur de sortie***
  (ex : reconnaissance de formes)

4- Synthèse d'une prise de décision par logique floue



4- Exemple : notation de copies par logique floue

On choisit :



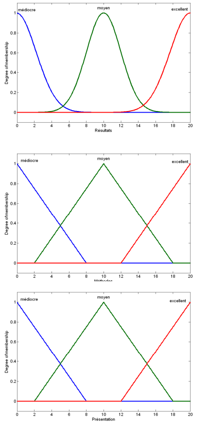
Classes d'appartenance :

- ***Résultats*** dans {*médiocre, moyen, excellent*}
- ***Méthode*** dans {*médiocre, moyen, excellent*}
- ***Évaluation*** dans {*médiocre, mauvais, moyen, bon, excellent*}

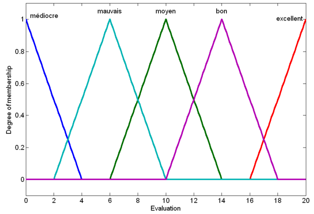
4- Exemple : notation de copies par logique floue

Choix des **fonctions d'appartenance**

Entrée :



Sortie :



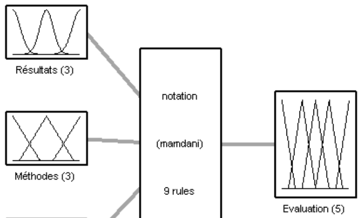
4- Exemple : notation de copies par logique floue

Base de règles :

1. **Si** (Résultats est excellent) **alors** (Evaluation est excellent)
2. **Si** (Résultats est moyen) **alors** (Evaluation est moyen)
3. **Si** (Résultats est médiocre) **alors** (Evaluation est médiocre)
4. **Si** (Résultats est moyen) **et** (Méthodes est médiocre) **alors** (Evaluation est mauvais)
5. **Si** (Résultats est moyen) **et** (Méthodes est excellent) **alors** (Evaluation est bon)
6. **Si** (Résultats est médiocre) **et** (Méthodes est moyen) **alors** (Evaluation est mauvais)
7. **Si** (Résultats est excellent) **et** (Méthodes est excellent) **et** (Présentation est excellent) **alors** (Evaluation est excellent)
8. **Si** (Résultats est médiocre) **et** (Méthodes est excellent) **alors** (Evaluation est moyen)
9. **Si** (Résultats est excellent) **et** (Méthodes est médiocre) **alors** (Evaluation est moyen)

4- Exemple : notation de copies par logique floue

Choix des **opérateurs flous**

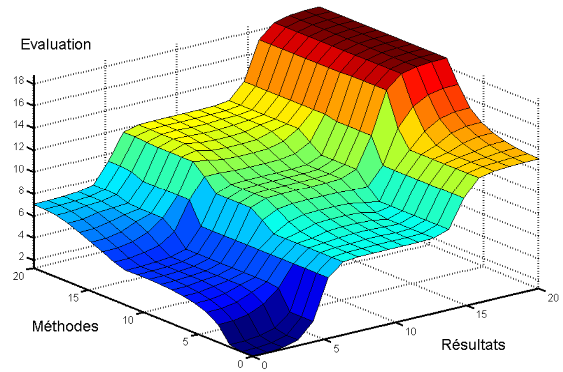


System notation: 3 inputs, 1 outputs, 9 rules

ET flou	: MIN
OU flou	: MAX
Implication floue	: MIN
Agrégation des règles	: MAX
Défuzzyfication	: COG

4- Exemple : notation de copies par logique floue

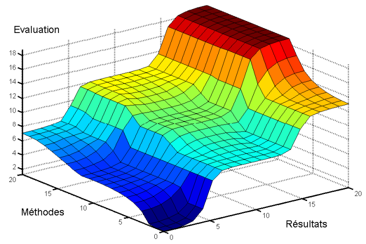
Surface de décision obtenue



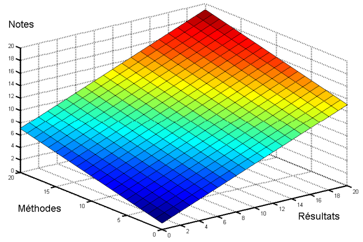
Obtenue pour une évaluation de la présentation de 10/20

4- Exemple : notation de copies par logique floue

Surface de décision obtenue



Décision **selon logique floue**



Décision **selon modèle linaire** :

note = 0.6 résultats + 0.3 méthode + 0.1 présentation

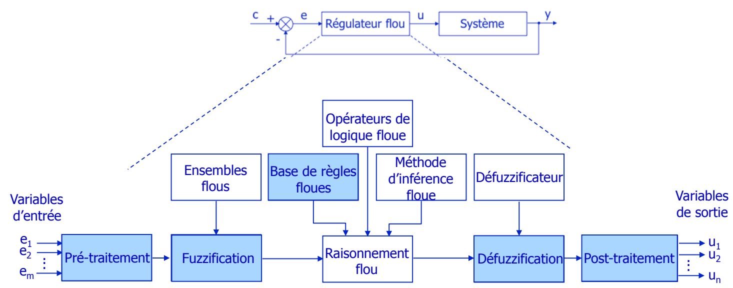
(*Obtenues pour une évaluation de la présentation de 10/20*)

5. Conclusion et bilan

5- Champs d'application

- Aide à la décision, au diagnostic
  - domaine médical, orientation professionnelle, ...
- Bases de données
  - objets flous, requêtes floues
- Reconnaissance de formes
- Agrégation multicritère et optimisation
- Commande floue de systèmes

5- Contrôleurs flous



5- Historique

- 1965 : Concept d'ensemble flou introduit par Lofti Zadeh (Berkeley)
  - "Fuzzy set theory" : définition des ensembles flous et des opérateurs associés
- 1970 : Premières applications
  - Systèmes experts ; aide à la décision en médecine ; commerce ...
- 1974 : Première application industrielle
  - Régulation floue d'une chaudière à vapeur réalisée par Mamdani
- Longtemps universitaire
- 1985 : Les Japonais lancent des produits avec "Fuzzy Logic Inside"
  - Machines à laver ; appareils photos ; ...

5- Historique : la maturité

- 1990: Généralisation de l'utilisation de cette technique.
  - appareils **électroménagers** (lave-linge, aspirateurs, autocuiseurs,...etc) ,
  - systèmes **audio-visuels** (appareils de photos autofocus, caméscope à stabilisateur d'images, photocopieurs,...)
  - **systèmes automobiles embarqués** (BVA, ABS, suspension, climatisation,...etc.),
  - **systèmes autonomes mobiles**,
  - systèmes de **décision**, **diagnostic**, **reconnaissance**,
  - systèmes de **contrôle/commande** dans la plupart des domaines industriels de production.
- Processeurs dédiés et des interfaces de développement spécifiques
  - Ex: la famille des processeurs WARP (Weight Associative Rule Processor) de SGS-THOMSON dont les principales caractéristiques sont les suivantes :
    - Nombre de règles traitées : 256
    - Nombre d' entrées : 16
    - Nombre de sorties : 16
    - Méthode de composition des règles : Centre de gravité
    - Vitesse de traitement : 200 microsecondes pour 200 règles.

Références

- B. Bouchon-Meunier : « **La logique floue** ». PUF « Que Sais-Je ? »
- L. Gacogne : « **Éléments de logique floue** ». Hermès, 1997.
- M. Stefick : « **Introduction to Knowledge Systems** ». Morgan Kaufmann, 1995.

Remerciements

- Ces transparents reprennent en partie ceux de :
  - **Matthieu Lescieux**

dont les transparents sont très bien faits.

Merci !!