

Rattrapage : Algorithmique avancée et Complexité

Exercice 1 : (10 pts)

Considérons le problème de compression des données. Soit en entrée une matrice binaire A (N, M). Le processus de compression construit un vecteur d'entiers T qui vérifie les propriétés suivantes :

- Les deux premières cases correspondent respectivement au nombre de lignes et au nombre de colonnes de la matrice ($T[1] = N$ et $T[2] = M$)
- $T[3] = L$ Le premier élément de la matrice
- Pour tout $i > 3$ et $\leq k$, $T[i]$ représente la longueur de la séquence de valeur identique
- k représente la dimension du tableau à construire
- Une séquence de 0 s'arrête lorsqu'un 1 est rencontré et vice versa.

1	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1

Cette matrice sera représenté par :

4	5	1	2	4	3	1	2	7	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1. A quoi correspondent le meilleur cas et le pire cas pour ce problème ? Justifier votre réponse. (2 pts)
2. Ecrire un algorithme permettant la compression d'une matrice binaire quelconque (N, M)
Calculer la complexité temporelle et spatiale (4 pts)
3. Ecrire un Algorithme permettant de reconstituer la matrice A à partir du tableau T.
Calculer la complexité temporelle et spatiale (4 pts)

Exercice 2 : (10 pts)

Considérons une boîte de dominos D contenant N pièces. Chaque pièce est représentée par deux parties (haut et bas). Chaque partie est étiquetée par des mots de l'alphabet $\{a, b\}^*$. Cette variante du problème de correspondance de Post, consiste à déterminer s'il existe une séquence P de dominos, tel que le mot obtenu par la concaténation des parties hautes des dominos de la séquence est identique au mot obtenu par la concaténation des parties basses. La taille de la séquence P est à déterminer et chaque pièce du domino ne peut être utilisée que dans un seul sens et peut apparaître plusieurs fois si nécessaire dans la séquence P.

Exemple : $D1 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ aaa \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} aaaa \\ a \end{pmatrix} \right\}$; $D2 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ ab \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} ba \\ aba \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} b \\ aba \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} bba \\ b \end{pmatrix} \right\}$;

Questions :

1. Illustrer les étapes de construction d'une solution en spécifiant la modélisation la plus adéquate pour les deux instances données en exemple (4 pts)
2. En déduire la taille de l'arbre de résolution et l'ordre de complexité de l'algorithme (1 pt)
3. Proposer un algorithme de validation d'une solution donnée S et calculer sa complexité. (4 pts)
4. En déduire la classification associée au problème étudié. Justifier votre réponse (1 pt).

Bonn Courage !