

Exercice : Traduire sous forme de fbf les expressions suivantes :

- Tout humain est mortel
- Ali est un humain
- Ali est mortel

On propose

- les prédicats :
 - Humain(x) pour exprimer x est humain
 - Mortel(x) pour exprimer x est mortel
- La constante : Ali

On obtient :

$(\forall x) \text{ humain}(x) \Rightarrow \text{mortel}(x)$

Humain(Ali)

Mortel(Ali)

- Tout nombre rationnel est un nombre réel
- Il existe un nombre qui est premier
- Pour tout nombre x, il existe un nombre y tel $x < y$

Soient les prédicats :

- Rationnel (x) pour exprimer que x est un nombre rationnel
- Reel(x) pour x est un nombre réel
- Premier(x) pour x est nombre premier
- Inf(x,y) pour exprimer $x < y$

On obtient :

$(\forall x) \text{ rationnel}(x) \Rightarrow \text{reel}(x)$

$(\exists x) \text{ premier}(x)$

$(\forall x) (\exists y) \text{ inf}(x,y)$

- Pour tout nombre, il existe un **seul** successeur
- il n'existe pas de nombres pour lequel 0 est un successeur immédiat
- Pour tout nombre autre que 0 il existe un **seul** nombre qui est son prédécesseur

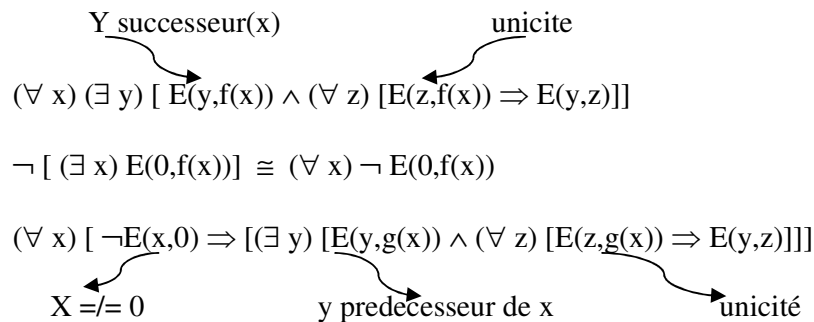
Soient les fonctions :

f(x) pour exprimer le successeur(x)

g(x) pour exprimer predecesseur(x)

Soit la constante : 0

Soit le prédicat E(x,y) pour exprimer egal ou (non egal) de x avec y



- il y a des patients et qui aiment tous les docteurs
 - Aucun patient n'aime les charlatans
 - Aucun docteur n'est un charlatan
- Montrer que la 3eme expression est une conséquence logique des 2 premières

On utilise les prédicats suivants :

- $P(x)$ pour x patient
 - $D(x)$ pour x docteur
 - $Q(x)$ pour x charlatan
 - $L(x,y)$ pour x aime y
- 1) $(\exists x) [P(x) \wedge (\forall y)(D(y) \Rightarrow L(x,y))]$
 - 2) $(\forall x) [P(x) \Rightarrow (\forall y)(Q(y) \Rightarrow \neg L(x,y))]$
 - 3) $(\forall x)(D(x) \Rightarrow \neg Q(x))$

Montrer que 3 est conséquence logique de 1 et 2.

Def CL : On part de (1) \wedge (2) vraie et on doit arriver à (3) vraie.

Soit une interprétation quelconque dans laquelle (1) \wedge (2) vraie.

(1) \wedge (2) vraie \equiv (1) vraie et (2) vraie \equiv

(1)vraie $\equiv (\exists x) [P(x) \wedge (\forall y)(D(y) \Rightarrow L(x,y))]$ vraie \equiv il existe une certaine valeur pour x (soit e) pour laquelle (1) vraie
 $\equiv [P(e) \wedge (\forall y)(D(y) \Rightarrow L(e,y))]$ vraie
 \equiv **P(e) vraie** et $(\forall y)(\neg D(y) \vee L(e,y))$ vraie (*)

(2)vraie $\equiv (\forall x) [P(x) \Rightarrow (\forall y)(Q(y) \Rightarrow \neg L(x,y))]$ vraie \equiv elle est vraie pour x=e car elle Est vraie pour $(\forall x)$
 $\equiv [P(e) \Rightarrow (\forall y)(Q(y) \Rightarrow \neg L(e,y))]$ vraie
 $\equiv [\neg P(e) \vee (\forall y)(\neg Q(y) \vee \neg L(e,y))]$ vraie

Or de (*) on a P(e) vraie donc $\neg P(e)$ faux et donc il faut que

$(\forall y)(\neg Q(y) \vee \neg L(e,y))$ soit vraie (**) 

Raisonnement maintenant sur D(y) et en utilisant (*) et (**). La valeur de vérité de D(y) peut être:

a) D(y) fausse

Arriver à (3) vraie

b) D(y) vraie arriver à (3) vraie

Et donc («3») est CL de (1) et (2).