

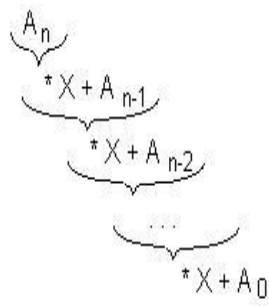
## Devoir à la maison à rendre le 02. 01. 2011

### Exercice 1.- Polynômes

On représente un polynôme  $P$  à coefficients entiers en  $x$  (entier)  $P(x) = a_n * x^n + a_{n-1} * x^{n-1} + \dots + a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$  par une structure de liste chaînée de noeuds  $P = \{M_1, M_2, \dots, M_k\}$  où les  $M_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  sont les monômes de  $P$ . Chaque monôme (noeud de la liste) est une structure à trois champs: le coefficient, l'exposant et le suivant: `p.coef`, `p.expo` et `p.suivant`. La liste est triée par degré décroissant. Une liste vide vaut la constante `Nul`.

On considère deux listes  $P$  et  $Q$  qui représentent respectivement deux polynômes donnés  $P(x)$  et  $Q(x)$  et on veut calculer leur somme. La fonction `ajouterMonôme(v.coef, v.deg, L)` ajoute le monôme  $v$  qui a pour coefficient `v.coef` et pour exposant `v.expo` à la liste  $L$ .

- Écrire une fonction récursive `Somme (polynôme P,Q): polynôme` qui retourne le polynôme somme de  $P$  et  $Q$ .
- Donnez la complexité du cas pire de cette fonction.
- On veut évaluer le polynôme  $P(x) = a_n * x^n + a_{n-1} * x^{n-1} + \dots + a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$  au point  $x_0$ , c'est-à-dire calculer  $P(x_0)$ . Écrire une fonction `EvalNaive (polynôme P, entier x0): entier` qui calcule  $P(x_0)$ .
- Si on suppose que le calcul de  $x_0^n$  est en  $\Theta(n)$ , quelle est la complexité de l'algorithme `EvalNaive`?
- On peut éviter le calcul des opérations d'exponentiation en utilisant le schéma de Horner visualisé par le graphe suivant:



Écrire une nouvelle fonction `EvalHorner (P, x0)` qui calcule  $P(x_0)$  selon le schéma de Horner et donnez sa complexité.

Exercice 2.- Mesures asymptotiques

- Montrer que  $\sum_{i=0}^{i=n-1} 2^i = 2^n - 1$
- Résoudre l'équation suivante:

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n-1) + 2^n \\ T(0) &= 1 \end{aligned} \tag{1}$$

- Supposons que  $f(n) = \Theta(g(n))$ . Peut-on affirmer que  $2^{f(n)} = \Theta(2^{g(n)})$  ? Si oui, démontrez le, si non donnez un contre exemple.