U.S.T.H.B - 16-02-2010
Département Informatique
N. Bensaou - C. Ighilaza

Complexité
Master M1- MIL

Examen de rattrapage - durée 1h30 mn

Exercice 1.- *Complexité asymptotique*

a) Montrer que $\sum_{i=1}^{i=n} i^k = \Theta(n^{k+1})$

b) Soit l'algorithme suivant:

pour $i \longleftarrow 1$ à N faire
  pour $j \longleftarrow 1$ à i faire
    pour $k \longleftarrow 1$ à i^2 faire
      Action (i, j, k)

Combien de fois la fonction *Action* est exécutée, en déduire la complexité de cet algorithme si on suppose que chaque exécution de Action est en O(1).

c) Soit l'équation récursive suivante:

$$\begin{aligned} T(n) = &\quad 2 * T(n/2) + n^2 \qquad n > 1 \\ T(1) = &\quad 1 \end{aligned} \tag{1}$$

Montrer que T(n) est en $O(n^2)$.

Exercice 2.- Soit $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ un ensemble donné de points, $p_i = (x_i, y_i)$.

a) Écrire un algorithme qui détermine le couple de points (p_i, p_j) de coordonnées $p_i = (x_i, y_i)$ et $p_j = (x_j, y_j)$ tel que la $distance(p_i, p_j)$ soit minimale, c'est-à-dire:
$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)}$ soit minimale.

b) Prouver la validité de l'algorithme

c) Donnez sa complexité