N. Bensaou , C. Ighilaza (08/01/2013)

Examen Final

(Durée 1h30 mn)

Exercice 1 :

Soit l'équation de récurrence :

$$T(n) = \begin{cases} 1 & si\ n = 1 \\ \sum_{i=1}^{i=n-1} T(i) + 1 & si\ n \geq 2 \end{cases}$$

a. Calculez $T(n) - T(n-1)$; pour $n \geq 2$. Déduire $T(n)$.
b. Résoudre $T(n)$:

Exercice 2 :

Soient $A(x) = 3x^2 + 4x + 1$ et $B(x) = x^2 + 2x + 5$ deux polynômes de degré $n = 2$.

a. Calculer l'expression du polynôme $C(x) = A(x) * B(x)$ et donnez la complexité de ce calcul en fonction de ***n***. Quelle est la complexité de ce calcul si les complexités de $A(x)$ et $B(x)$ sont respectivement ***m*** et ***n*** ?
b. Soit ***I = [0..4].*** Evaluez $C(x)$ dans **I** (l'ensemble des couples (x, y) tels que $x \in$ **I** et $y = C(x)$).
c. Donnez la complexité totale de l'algorithme qui ***calcule et évalue*** $C(x)$ dans **I**.
d. Evaluez $A(x)$ dans **I** et $B(x)$ dans **I**.
e. Calculer, à partir des évaluations précédentes, $A(x) * B(x)$ dans **I**. Donnez la complexité de ce calcul et justifiez votre réponse.

Exercice 3 :

Soit la fonction :

```
fonction calcul ( reel x, entier n):reel
entier m= n, p=1; reel z = x;
tant que m> 0  faire
    tant que (m modulo 2 = 0)  faire    m = m/2; (division entière)
                                        z = z^2;
                                fait;
    m= m-1; p = p*z;
fait;
retournez p;
finFonction;
```

a. Exécutez cette fonction pour *n = 5* puis pour *n = 6* avec *x = 3* dans les deux cas. Que fait la fonction ?
b. Donnez la complexité du cas pire. Justifiez votre réponse.
c. Cette complexité peut-elle être exprimée en θ? Justifiez votre réponse.

Exercice 4 :

Soit *x* un entier en représentation binaire contenu dans un tableau de ***n*** cases :

1	*0*	*0*	*1*	*0*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*

a. Ecrire un algorithme qui retourne le tableau qui contient la valeur binaire de ***x+1*** (sans passer par le calcul décimal). Donnez sa complexité.

b. En déduire un algorithme qui calcule ***x+k***, pour ***k*** entier donné. Donnez sa complexité.

Bon courage