

TD N° 3 Théorie des possibilités
--

Exercice 1 :

Considérons trois variables binaires, relatives à l'apparition de la jaunisse (I) chez un malade, l'hépatite (H) et la cirrhose (C). La table suivante donne la distribution de possibilités initiale.

I	H	C	$\pi(I \wedge H \wedge C)$
n	n	n	0.6
n	n	o	0.2
n	o	n	0.1
n	o	o	1
o	n	n	0.4
o	n	o	0.8
o	o	n	0.9
o	o	o	1

1- La distribution initiale est-elle normalisée.

Supposons qu'une nouvelle information certaine arrive relative au fait que le patient a une hépatite. La croyance est représentée par φ .

2- Calculez le degré de possibilité de $\Pi(\varphi)$ et le degré de nécessité $N(\varphi)$.

3- En utilisant les deux équations du conditionnement, calculez les nouvelles distributions $\pi(I \wedge H \wedge C | \varphi)$ dans les cas où le conditionnement est basé sur le minimum et sur le produit.

Exercice 2 :

Considérons le problème pour définir l'ère à laquelle appartient un fossile. Supposons que les géologues utilisent un test radioactif sur les fossiles afin de définir à quelle race ils appartiennent telles que $\text{race} = \{\text{Mammifère, poisson, oiseau}\}$ et $\text{ère} = \{\text{Ceno, Méso, Paleo}\}$.

Les distributions initiales sont données par le tableau suivant :

Ere	Race	$\pi(\text{Ere} \wedge \text{Race})$
Ceno	Mammifère	0.2
Ceno	Poisson	1
Ceno	Oiseau	0
Méso	Mammifère	0.3
Méso	Poisson	0.7
Méso	Oiseau	0.7
Paléo	Mammifère	0.5

Paléo	Poisson	0.2
Paléo	Oiseau	1

Supposons que nous avons une information certaine indiquant que le fossile appartient à la classe des mammifères. La croyance est représentée par ϕ .

- 1- Calculez le degré de possibilité de $\Pi(\phi)$ et le degré de nécessité $N(\phi)$.
- 2- En utilisant les deux équations du conditionnement, calculez les nouvelles distributions $\pi(\text{Ere} \wedge \text{Race} | \phi)$ dans les cas où le conditionnement est basé sur le minimum et sur le produit.

Exercice 3 : (probabilités et possibilités)

Soit $X = \{J, JPlus1, JPlus2, JPlus3, JPlus4, JPlusn\}$ représentant les jours consécutifs à l'envoi d'un courrier.

Jour	Probabilité(Jour)	Possibilité(Jour)
J	0	0
JPlus1	0.25	1
JPlus2	0.55	1
JPlus3	0.1	1
JPlus4	0.07	0.5
JPlusn	0.03	0.3

- a- Le courrier peut-il parvenir au plus tôt à $J+2$?
- b- Le courrier peut-il parvenir entre 1 et 3 jours ?

L'information certaine φ : mammifère.

1- $\omega_1 \models \varphi$; $\omega_4 \models \varphi$; $\omega_7 \models \varphi$; d'où

$$\Pi(\varphi) = \max\{\pi(\omega) : \omega \models \varphi\} = \max(0.2, 0.3, 0.5) = 0.5$$

$$N(\varphi) = \min\{1 - \pi(\omega) : \omega \not\models \varphi\} = \min\{1 - 1, 1 - 0, 1 - 0.7, 1 - 0.2\} = 0$$

$\omega_2, \omega_3, \omega_5, \omega_6, \omega_8, \omega_9 \not\models \varphi$

2-

	Ere	Race	$\pi(\omega)$	$\pi(\omega \ast\varphi)$	$\pi(\omega _{\min\varphi})$
ω_1	Ceno	Mammifère	0.2	0.2	0.4
ω_2	Ceno	Poisson	1	0	0
ω_3	Ceno	Oiseau	0	0	0
ω_4	Méso	Mammifère	0.3	0.3	0.6
ω_5	Méso	Poisson	0.7	0	0
ω_6	Méso	Oiseau	0.7	0	0
ω_7	Paléo	Mammifère	0.5	1	1
ω_8	Paléo	Poisson	0.2	0	0
ω_9	Paléo	Oiseau	1	0	0