Master 2 IL **Année 2010-2011**
Département d'Informatique USTHB

Contrôle : Sujet1
(Répondre sur la feuille)

Exercice 1.

Soit un langage modal comportant les symboles non logiques p et q et le modèle M = {W, R, V} avec W={w1, w2, w3, w4, w5}, R = {<w1,w2>, <w1,w3>, <w2, w3>, <w2,w4>, <w5, w2>} et la fonction v définie par v(p)={w1, w2, w3, w4} v(q) =.{w2,w5}
Quels sont les mondes où les formules suivantes sont vraies : □p, □q, □□p, ◊p, ◊q ? Justifiez votre réponse.

1) V(□p) = {w1, w2, w3, w4, w5}

Dans tous les mondes accessibles depuis w1 cad (w2 ,w3) on a la proposition p est vraie

Idem pour w2 et w5

Dans tous les mondes accessibles depuis w3 cad aucun ont a la proposition p vraie

Idem pour w4

2) V(□q) = { w3, w4, w5}

Pour w3 et w4 mêmes explications qu'avant.

Dans tous les mondes accessibles depuis w5 cad w2, on a la proposition q est vraie

3) V(□□p) = {w1, w2, w3, w4, w5}

Pour w3 et w4 mêmes explications qu'avant.

Pour w1, w2 et w5, on a □p est vraie dans tous les mondes accessibles depuis ces mondes

4) V(◊p) = {w1, w2, w5} car dans ces mondes il existe au moins un monde accessible à partir de ces mondes où p est vraie

   par contre il n'existe pas au moins un monde accessible depuis w3 ou depuis w4 où p est vraie

5) V(◊q) = {w1, w5} mêmes explications

Exercice2

Montrer que : $\Diamond(p \vee q) \equiv \Diamond p \vee \Diamond q$

$$\Diamond(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \equiv \neg\Box\neg(p \vee q) \equiv \neg\Box(\neg p \wedge \neg q) \equiv \neg(\Box\neg p \wedge \Box\neg q) \equiv \neg\Box\neg p \vee \neg\Box\neg q) \equiv \Diamond\mathbf{p} \vee \Diamond\mathbf{q}$$

On utilise les définitions du □/◊ du ∧/∨ et du théorème conjonction du □

Question de cours : qu'est-ce que la **correction** dans une logique.

toutes les formules qui sont des théorèmes sont aussi des tautologies

Complétude : toutes les formules qui sont des tautologies sont aussi des théorèmes.