2012/2013

Corrigé du CC complexité

exercice 1

a/ $f(n) = \dfrac{n \log n + n^2 + \log(n)^2}{n+1}$

$$0 \leq \frac{n \log n}{n+1} + \frac{n^2}{n+1} + \frac{2 \log n}{n+1} \leq c \cdot g(n)$$

$$0 \leq \underbrace{\frac{n}{n+1}}_{\leq 1 \ \forall n \geq 1} \cdot \log n + \underbrace{\frac{n}{n+1}}_{\leq 1 \ \forall n \geq 1} \cdot n + \underbrace{\frac{2}{n+1}}_{\leq 1 \ \forall n \geq 2} \cdot \log n \leq c \cdot g(n)$$

$$\Rightarrow \quad 0 \leq f(n) \leq c \cdot n \qquad (g(n) = n)$$

$$0 \leq \frac{1}{n+1} \log n + \frac{1}{n+1} \cdot n + \frac{2}{n(n+1)} \log n \leq c \cdot n$$

$\log n \leq n \quad \forall n \geq 1$

donc $0 \leq \underbrace{\frac{\log n}{n+1}}_{\leq 1 \ \forall n \geq 1} + \underbrace{\frac{n}{n+1}}_{\leq 1 \ \forall n \geq 1} + \underbrace{\frac{2 \log n}{n(n+1)}}_{\leq 1 \ \forall n \geq 1} \leq c \cdot n$

$\Rightarrow f(n) \simeq O(n)$ avec

$c = 3$ et $n_0 = 1$

b) $2^{f(n)} = O(2^n)$ cette affirmation est fausse.

Contre exemple :

si $f(n) = 2n$ donc $2^{2n} = 2^n \cdot 2^n \neq O(2^n)$

Exercice 2 :

```
Algorithme Sup_Rep

T : tableau ; i, j, k, n : entier ;
Debut
    i ← 1 ; /* après lecture de données */
    tantque (i <= n - 1) faire
        j ← i + 1 ;
        tantque (j <= n) faire
            si (T[i] = T[j]) alors
                pour k ← j + 1 à n faire
                    T[k - 1] ← T[k] ;
                fait ;
            n ← n - 1 ;
            sinon j ← j + 1 ;
        i ← i + 1 ;
    fait ;
    /* afficher T */
fin.
```

b) Le meilleur cas c'est quand aucune valeur ne se répète.
Le pire cas c'est quand chaque valeur se répète au moins une fois. En fait ceci correspond à la moitié des valeurs.

c/ La complexité de l'algorithme naïf est de $O(n^3)$. Le meilleur cas est en $O(n^2)$

d/ Algorithme Sup-Rep2

```
T, T2 ; tableau ; i, k, n : entier ;
Debut
    /* lecture de T trié par ordre croissant */
    k ← 1 ;
    pour i ← 1 à n-1 faire
        si T[i] != T[i+1] alors
            T2[k] = T[i] ; k ← k+1
        finsi ;
    fait ;
    /* afficher T2 */
Fin.
```

complexité = $O(n)$ linéaire.