

Exercice 1 (7pts) Logique des défauts

- 1- Considérons la théorie $\langle W, D \rangle$ telle que W est constitué des formules suivantes :
- Adjnom(savant)
 - Adjnom(aveugle)
 - $(\forall x) (\text{Adjnom}(x) \supset \text{Adj}(x) \vee \text{Nom}(x))$
 - $(\forall x) (\text{adj}(x) \supset \neg \text{Nom}(x))$
 - $(\text{Adj}(\text{savant}) \wedge \text{Nom}(\text{aveugle})) \vee (\text{Nom}(\text{savant}) \wedge \text{Adj}(\text{aveugle}))$ et D de l'instanciation de la formule par toutes les constantes du langage.
 - Adjnom(x): Adj(x)/Adj(x)

- 2- Cette théorie possède deux extensions :

$$E = \text{Th}(W \cup \{\text{Adj}(\text{savant})\}) \text{ et}$$
$$E' = \text{Th}(W \cup \{\text{Adj}(\text{aveugle})\})$$

E contient $\neg \text{Nom}(\text{savant})$, donc $\text{Nom}(\text{aveugle})$ et $\neg \text{Adj}(\text{aveugle})$, ce qui bloque l'application du défaut instancié par $x = \text{aveugle}$.

D'une manière symétrique, E' contient $\neg \text{Adj}(\text{savant})$.

Exercice 2 (7pts) Logique de description

- | | |
|--|--|
| 1- Diplômé \equiv Homme $\sqcap \exists$ a-diplôme. \top | Diplômée \equiv Femme $\sqcap \exists$ a-diplôme. \top |
| 2- Bachelier \equiv Diplômé | Bachelière \equiv Diplômée |
| 3- Mère \equiv Femme $\sqcap \exists$ a-enfant. \top | Père \equiv Homme $\sqcap \exists$ a-enfant. \top |
| Parent \equiv Mère \sqcup Père | |
| Parents-diplômés \equiv Parent $\sqcap \forall$ a-diplôme. \top | |
| 4- sans-diplôme $\equiv \forall$ a-diplôme. \perp | |
| 5- $(\exists$ a-enfant. $\top \sqcap$ au moins 2 a-diplôme) $\sqcup (($ au moins 4 a-enfant \sqcap au plus 4 a-enfant) \sqcap $(\exists$ a-enfant.diplômée)) | |
| 6- Grand-Mère \equiv Femme $\sqcap \exists$ a-enfant.Parent | |
| 7- Grand-Père \equiv Homme $\sqcap \exists$ a-enfant.Parent | |
| Grand-Mère-diplômée \equiv Grand-Mère $\sqcap \forall$ a-diplôme. \top | |
| Grand-père-non-diplômé \equiv Grand-père $\sqcap \forall$ a-diplôme. \perp | |
| 8- a-enfant(Aïcha, Mohamed) \sqcap a-diplôme(Aïcha) \sqcap a-enfant(Ali, Mohamed) \sqcap sans-diplôme(Ali) | |

Exercice 3 (6pts): Les logiques modales

Seule Alice est sale.

- 1- Regardons ce qui se passe tout d'abord avant que le père n'ait parlé et ce du point de vue de chacun des enfants.

Alice sait que Bob et Chloé sont propres. Elle se considère soit propre soit sale. De son point de vue, il y a donc deux mondes possibles et elle ne sait pas particulièrement dans lequel elle se trouve.

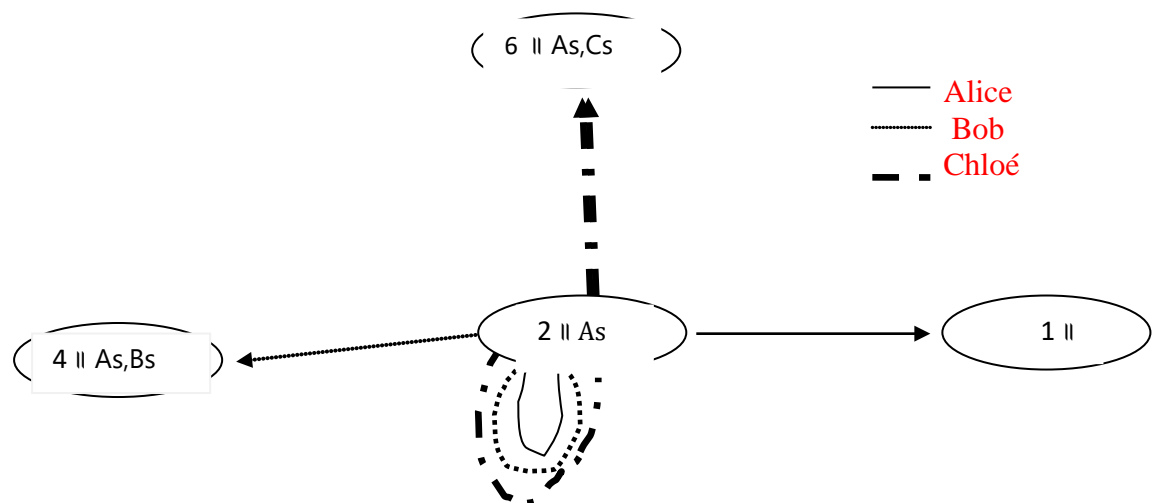
Nous pouvons représenter cela par le schéma qui suit. Chacun des cercles représente un monde possible. Dans le cercle situé à droite il s'agit du monde (1) dans lequel aucun enfant n'est sale (1 ||) .

Le cercle situé au milieu représente le monde possible (2) dans lequel seule Alice est sale. C'est effectivement dans le monde (2) que se trouve Alice mais elle ne le sait pas.

La notation $2 \parallel As$ signifie que dans le monde (2) le fait que Alice soit sale est *réalisée*. Le fait que nous n'écrivions pas $2 \parallel Bs$ ni $2 \parallel Cs$ signifie que dans ce monde (2) Bob et Chloé sont tous les deux propres.

(2) Bob sait qu'Alice est sale et que Chloé est propre. Par contre il ne sait pas s'il est propre ou sale. Il considère donc possible les deux mondes : le monde (2) dans lequel seule Alice est sale et le monde (4) dans lequel Alice et lui sont sales et Chloé est propre.

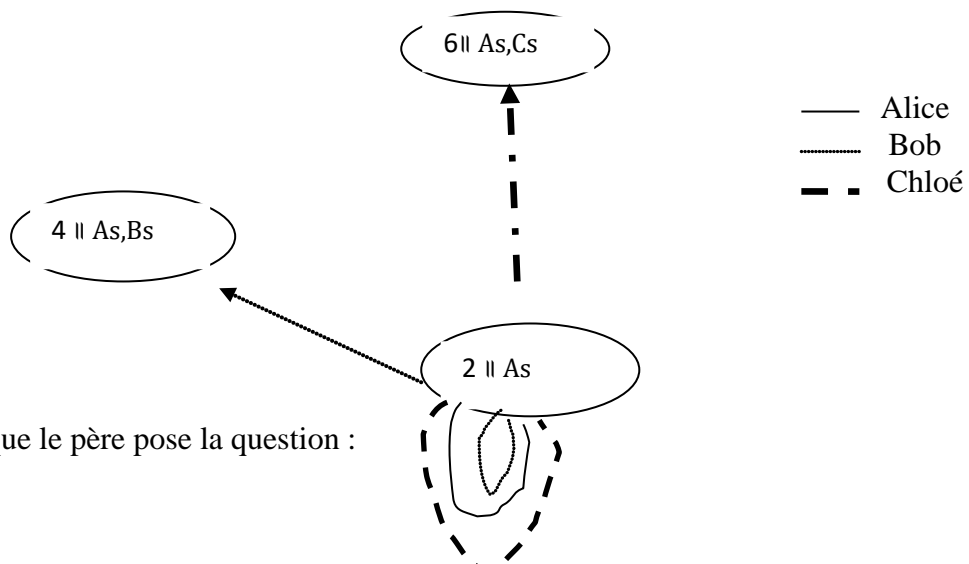
(3) Chloé sait qu'Alice est sale et que Bob est propre. Par contre elle ne sait pas si elle est propre ou sale. elle considère donc possible les deux mondes : le monde (2) dans lequel seule Alice est sale et le monde (6) dans lequel Alice et elle sont sales alors que Bob est propre.



2- Restons sur ce schéma et regardons ce qui évolue lorsque le père entre en scène et déclare :

– "l'un au moins de vous trois est sale."

Immédiatement, l'information qui est communiquée par le père aux trois enfants rend caduque le fait de croire possible le monde (1) dans lequel aucun enfant n'est sale. Effectivement que le père dise – "l'un au moins de vous trois est sale." Ou qu'il dise – "vous n'êtes pas dans la situation (1)." est strictement équivalent. Par conséquent aucun des enfants ne peut plus désormais considéré comme possible ce monde (1). En conséquence notre schéma doit maintenant être modifié pour devenir comme suit :



Désormais lorsque le père pose la question :

– "Lequel d'entre vous sait qu'il (ou elle) est sale ?"

Bob et Chloé considère chacun deux mondes possibles. Ce ne sont pas les mêmes pour Bob et pour Chloé, mais chacun d'eux considère possible un monde dans lequel il (ou elle) est sale et un second dans lequel il (ou elle) est propre.

Par contre, si l'on s'attache maintenant au point de vue d'Alice, on remarque qu'elle ne considère plus possible qu'un seul monde. Précisément celui dans lequel elle est le seul enfant sale.

3-En conséquence Alice *sait* qu'elle est sale et va donc répondre positivement à la question de son père.

4-Alice s'est donc déclarée sale. Mais que pouvons nous dire de Bob et de Chloé? Est-ce que maintenant Bob et Chloé sont persuadés d'être tous les deux propres ? Effectivement c'est le cas. Mais pourquoi cela ? Que c'est-t-il passé depuis que le père est entré et a communiqué l'information selon laquelle il y avait au moins un enfant qui était sale ? A première vue il semble que l'information nouvelle c'est qu'Alice est sale puisqu'elle vient de se déclarer comme telle. Mais ni Bob ni Chloé n'avaient besoin de la déclaration d'Alice pour savoir cela. Chacun d'eux pouvait en effet très bien se rendre compte par lui même qu'Alice était sale. Une chose plus importante s'est déroulée lorsqu'Alice s'est déclarée sale. L'information qu'Alice leur a communiqué n'est en fait pas seulement celle selon laquelle elle est sale, mais également celle selon laquelle *Alice sait* qu'Alice est sale.

Comment donc Alice peut-elle savoir qu'elle est sale. La seule manière de résoudre cela c'est de considérer qu'Alice ne voit que deux visages propres et par conséquent on infère qu'elle est la seule enfant qui soit sale.