

Série 3 : Les équations de récurrence

Exercice 1 :

Résoudre les équations suivantes :

a. $g(n) = g(n-1) + 2n-1$ si $n > 0$

$g(0) = 0$

b. $T(m,n) = 2 * T(m/2, n/2) + m * n$ et $m > 1, n > 1, m \leq n$

$T(m,n) = n$ si $m = 1$

$T(m,n) = m$ si $n = 1$

Exercice 2 :

Soit l'équation de récurrence :

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ \sum_{i=1}^{n-1} T(i) + 1 & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$$

a. Calculez $T(n) - T(n-1)$; pour $n \geq 2$.

b. Résoudre $T(n)$

Exercice 3 :

Résoudre les équations de récurrence suivantes :

a.

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + 2^n \\ T(0) = 1 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} t(n) = 4 * t(n/2) + n \\ t(1) = C \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} T(n) = 7 * T(n/2) \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

Exercice 4 : Recherche du maximum et du minimum d'un tableau

Problème : Trouver respectivement le maximum et le minimum dans un tableau A[1..N].

Un algorithme naïf :

Fonction MinMaxNaïf(A : Tableau d'Entier, N : Entier) : Couple d'Entier

Variables i, min, max : Entier;

Début

 min := A[1]; max := A[1];

 Pour i := 2 à N Faire

 Si (A[i] < min) Alors min := A[i];

 Sinon Si (A[i] > max) Alors max := A[i]; FinSi

 FinSi

 FinPour

 Retourner(min, max);

Fin ;

Taille de l'entrée : n (le nombre des éléments dans le tableau)

Opérations fondamentales : comparaisons entre les éléments du tableau.

- Quel est le meilleur cas et donnez la complexité.
- Quel est le pire des cas et donnez la complexité.
- Question. Peut-on faire mieux ?