

Acquisition, Représentation et Traitement des Connaissances

Madame Kempf

Corrigé de la feuille d'exercices

Logique des Défauts

Exercice 1 :

On se souvient de l'exemple du cours (Réseaux Sémantiques) : les nautilus sont des céphalopodes qui ont une coquille ; les céphalopodes sont des mollusques ; les mollusques ont généralement une coquille ; les céphalopodes n'en ont généralement pas.

Nous avons vu que cet exemple ne pouvait pas se traiter en logique classique à cause de la prise en compte d'exceptions.

Les règles de défaut semblent bien adaptées à gérer les exceptions. Voyons ce qu'il en est.

1-1- Certaines des connaissances que l'on possède peuvent s'exprimer sous forme d'implications de la logique des prédicats $W = \{f1, f2, \dots\}$, les autres sous forme de règles de défauts $D = \{d1, d2, \dots\}$. Expliciter la théorie de défauts (W, D) que l'on obtient en faisant cette traduction.

Solution :

W est formé de 3 implications :

- $f1 : (\forall x) (N(x) \supset Cé(x))$ [les nautilus sont des céphalopodes]
- $f2 : (\forall x) (Cé(x) \supset M(x))$ [les nautilus sont des mollusques]
- $f3 : (\forall x) (N(x) \supset Co(x))$ [les nautilus ont une coquille]

et nous avons 2 règles de défaut :

- $d1 : \frac{M(x) : Co(x)}{Co(x)}$ [généralement, les mollusques ont une coquille]
- $d2 : \frac{Cé(x) : \neg Co(x)}{\neg Co(x)}$ [généralement, les céphalopodes n'ont pas de coquille]

Donc : $W = \{f1, f2, f3\}$ et $D = \{d1, d2\}$.

1-2-Supposons que a soit un nautilus, b un céphalopode et c un mollusque, quelle(s) est (sont) l'(es) extension(s) de la théorie $(W \cup \{N(a), Cé(b), Mo(c)\}, D)$?
(on a noté à l'évidence $N(a)$ pour « a est un nautilus », etc...).

Solution :

1. $N(a)$ donne $Cé(a)$ par $f1$, $M(a)$ par $f2$ et $Co(a)$ par $f3$. Le défaut $d1$ donne alors $Co(a)$, ce qui n'est pas nouveau, et le défaut $d2$ n'est pas applicable puisque $\neg Co(a)$ n'est pas consistant.

- Cé(b) donne M(b) par f2. d1 est applicable et donne Co(b), rendant d2 non applicable
OU d2 est applicable et donne $\neg \text{Co}(b)$, rendant d1 non applicable.
- M(c) donne Co(c) par le défaut d1 et d2 n'est pas applicable.

Nous avons donc 2 extensions possibles :

$$E1 = W \cup \{N(a), \text{Cé}(a), M(a), \text{Co}(a), \text{Cé}(b), M(b), M(c), \text{Co}(b), \text{Co}(c)\}$$

$$E2 = W \cup \{N(a), \text{Cé}(a), M(a), \text{Co}(a), \text{Cé}(b), M(b), M(c), \neg \text{Co}(b), \text{Co}(c)\}$$

Exercice 2 :

2-1. Soit la théorie (Σ, D) où :

$$\Sigma = \{\text{oiseau}(A) \vee \text{alligator}(A)\}$$

$D = \{D1, D2\}$ avec :

$$D1 : \frac{\text{-----} : \neg \text{autruche}(x)}{\neg \text{autruche}(x)} \quad (\text{notation : ----- pour "vide"; il arrive aussi que l'on note } \emptyset)$$

$$D2 : \frac{\text{-----} : \neg \text{alligator}(x)}{\neg \text{alligator}(x)}$$

Calculer la ou les extensions, s'il y en a.

2-2. Même question pour (Σ, D) où :

$$\Sigma = \{\text{oiseau}(\text{Oscar}) ; \text{canard}(\text{Ducky}) ; \text{pingouin}(\text{Gugus}) ; \text{pingouin}(x) \supset \text{oiseau}(x) ; \\ \text{pingouin}(x) \supset \text{nage}(x) ; \text{nage}(x) \supset \neg \text{vole}(x) ; \text{canard}(x) \supset \text{nage}(x) \wedge \text{vole}(x) ; \\ \text{canard}(x) \supset \text{oiseau}(x)\}$$

$$D = \left\{ \frac{\text{oiseau}(x) : \text{vole}(x)}{\text{vole}(x)} \right\}$$

Solution :

1. Deux extensions peuvent être trouvées :

$$E1 = \{\text{oiseau}(A) \vee \text{alligator}(A) ; \neg \text{autruche}(A) ; \neg \text{alligator}(A)\}$$

On peut noter que cette extension s'écrit aussi $\{\text{oiseau}(A) ; \neg \text{autruche}(A) ; \neg \text{alligator}(A)\}$.

$$E2 = \{\text{oiseau}(A) \vee \text{alligator}(A) ; \neg \text{autruche}(A) ; \text{alligator}(A)\}.$$

2. Pour construire les extensions, on doit commencer par faire toutes les inférences possibles dans Σ (il n'y en avait pas dans le cas 1). On trouve à cette étape :

$\{ \text{oiseau(Gugus)} ; \text{nage(Gugus)} ; \neg \text{vole(Gugus)} ; \text{nage(Ducky)} \wedge \text{vole(Ducky)} ; \text{oiseau(Ducky)} ; \neg \text{vole(Ducky)} \} \cup \Sigma$.

Notons ceci Σ' .

On observe à ce stade qu'on a un système Σ' contradictoire.

Le défaut D s'applique potentiellement aux trois animaux puisqu'ils sont des oiseaux. Mais : Gugus ne vole pas ; pour Ducky, la situation est contradictoire ; il n'est donc pas consistant de croire qu'il vole. Finalement, on trouve une extension $E = \Sigma' \cup \text{vole(Oscar)}$.

Exercice 3 : sans solution.

Soit la théorie (Σ, D) où :

$\Sigma = \{ \text{Verte(banane)} \wedge \text{Rouge(pomme)} ; \text{Rouge}(x) \supset \text{Mûr}(x) ; \text{Jaune}(x) \supset \text{Mûr}(x) ; \text{Jaune(abricot)} \}$

$D = \{D_1, D_2, D_3\}$ avec :

$D_1 : \frac{\emptyset : \neg \text{Jaune(banane)}}{\neg \text{Jaune(banane)}}$

$D_2 : \frac{\text{Mûr(pomme)} : \neg \text{Jaune(pomme)}}{\text{Rouge(pomme)}}$

$D_3 : \frac{\text{Mûr(abricot)} : \text{Rouge(abricot)}}{\text{Rouge(abricot)}}$

La théorie (Σ, D) a-t-elle zéro, une ou plusieurs extensions ?

Justifier : selon le cas, dire pourquoi il n'y a pas d'extensions ou décrire la ou les extensions qui existent.