

Санкт-Петербургский Политехнический университет
Петра Великого
Институт Прикладной Математики и Механики
Кафедра «Прикладная Математика и Информатика»

Отчет
По лабораторной работе № 1
По Дисциплине «Математическая статистика»

Выполнил:
Студент Селянкин Федор
Группа 3630102/70301
Проверил:
к.ф. – м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2020 г.

Содержание

Постановка задачи	3
Теория	3
Распределения	3
Гистограмма	3
Определение	3
Графическое описание	4
Использование	4
Реализация	4
Результаты	4
Нормальное распределение.....	4
Распределение Коши	5
Распределение Лапласа	6
Распределение Пуассона	6
Равномерное распределение	7
Литература	8
Обсуждения.....	8

Постановка задачи

Для 5 распределений:

- Нормальное распределение $N(x, 0, 1)$
- Распределение Коши $C(x, 0, 1)$
- Распределение Лапласа $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
- Распределение Пуассона $P(k, 10)$
- Равномерное распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов.

Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.

Теория

Распределения

- Нормальное распределение

1 нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1)$$

- Распределение Коши

2распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1} \quad (2)$$

- Распределение Лапласа

3распределение Лапласа

$$L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (3)$$

- Распределение Пуассона

4распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (4)$$

- Равномерное распределение

5Нормальное Распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & \text{при } |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & \text{при } |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (5)$$

Гистограмма

Определение

Гистограмма в математической статистике — это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него.

Графическое описание

Графически гистограмма строится следующим образом. Сначала множество значений, которое может принимать элемент выборки, разбивается на несколько интервалов. Чаще всего эти интервалы берут одинаковыми, но это не является строгим требованием. Эти интервалы откладываются на горизонтальной оси, затем над каждым рисуется прямоугольник. Если все интервалы были одинаковыми, то высота каждого прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки, попадающих в соответствующий интервал. Если интервалы разные, то высота прямоугольника выбирается таким образом, чтобы его площадь была пропорциональна числу элементов выборки, которые попали в этот интервал.

Использование

Гистограммы применяются в основном для визуализации данных на начальном этапе статистической обработки. Построение гистограмм используется для получения эмпирической оценки плотности распределения случайной величины. Для построения гистограммы наблюдаемый диапазон изменения случайной величины разбивается на несколько интервалов и подсчитывается доля от всех измерений, попавшая в каждый из интервалов. Величина каждой доли, отнесенная к величине интервала, принимается в качестве оценки значения плотности распределения на соответствующем интервале.

Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью встроенных средств языка программирования Python в среде разработки PyCharm, с использованием дополнительных библиотек для отображения и расчетов. Исходный код лабораторной выложен на веб-сервисе GitHub.

Результаты

Нормальное распределение

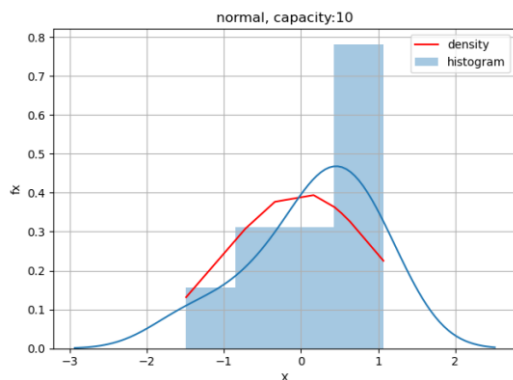


Рисунок 1 Нормальное распределение. Мощность выборки 10

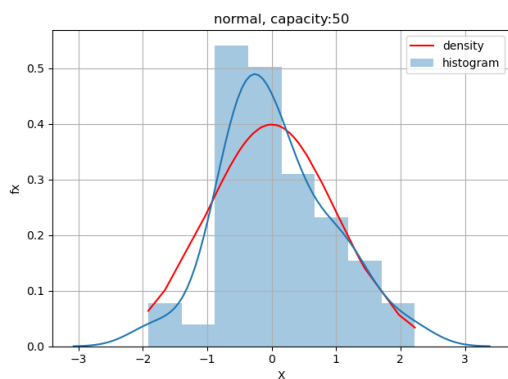


Рисунок 2 Нормальное распределение. Мощность выборки 50

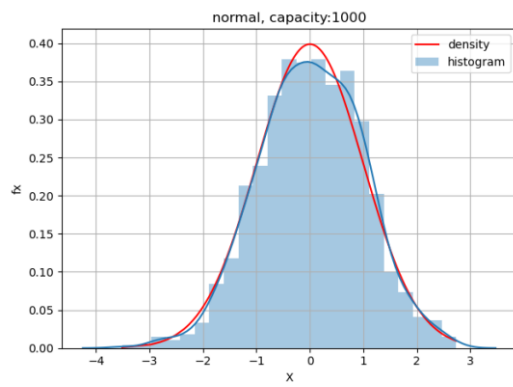


Рисунок 3 Нормальное распределение. Мощность выборки 1000

Распределение Коши

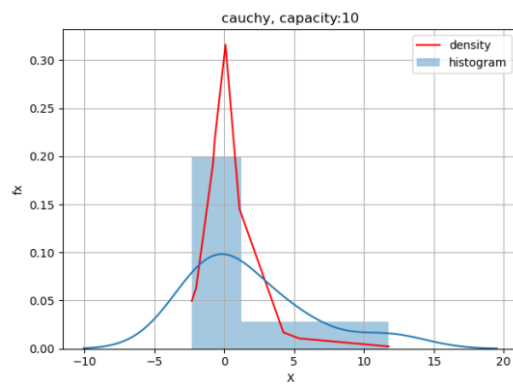


Рисунок 4 Распределение Коши. Мощность выборки 10

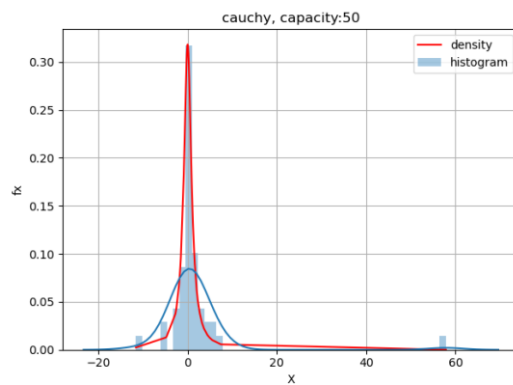


Рисунок 5 Распределение Коши. Мощность выборки 50

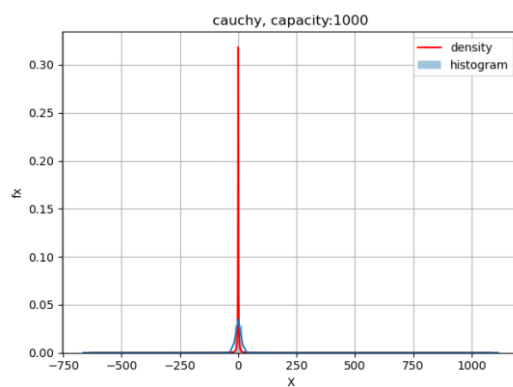


Рисунок 6 Распределение Коши. Мощность выборки 1000

Распределение Лапласа

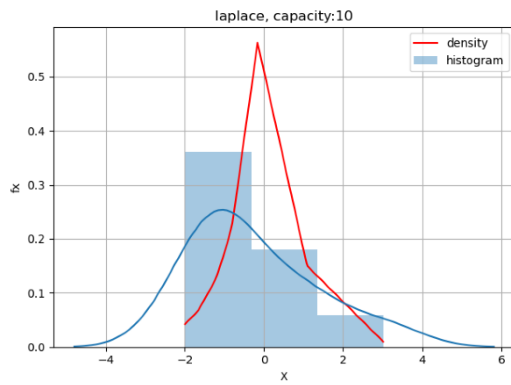


Рисунок 7 Распределение Лапласа. Мощность выборки 10

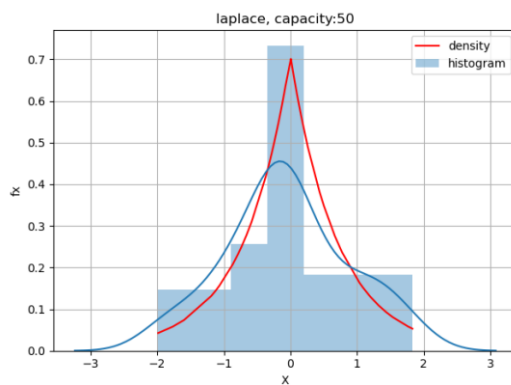


Рисунок 8 Распределение Лапласа. Мощность выборки 50

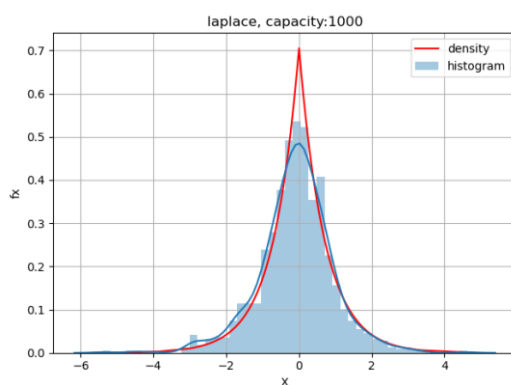


Рисунок 9 Распределение Лапласа. Мощность выборки 1000

Распределение Пуассона

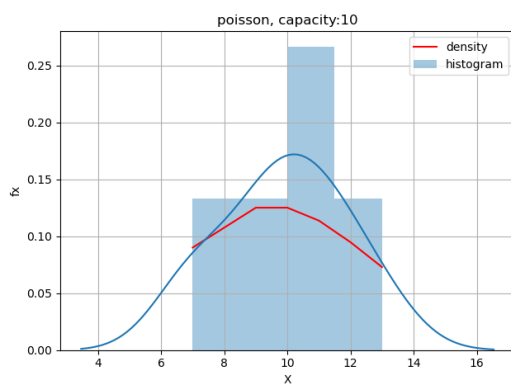


Рисунок 10 Распределение Пуассона. Мощность выборки 10

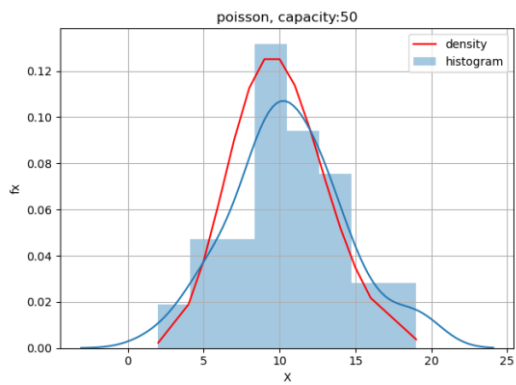


Рисунок 11 Распределение Пуассона. Мощность выборки 50

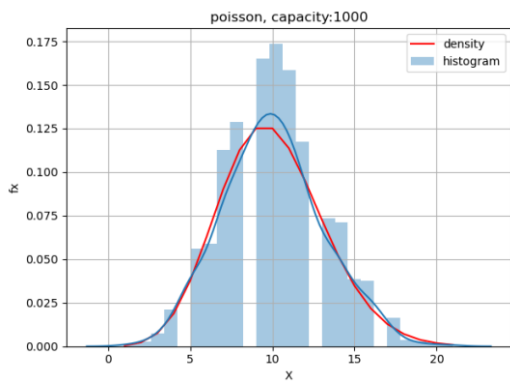


Рисунок 12 Распределение Пуассона. Мощность выборки 1000

Равномерное распределение

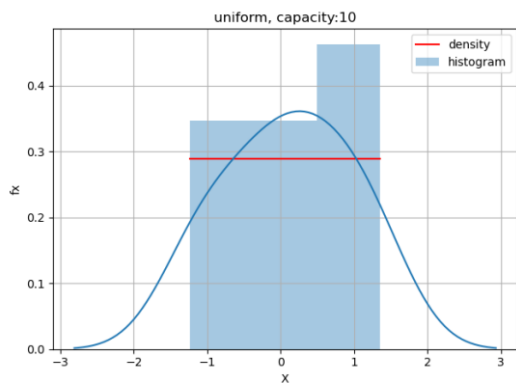


Рисунок 13 Нормальное распределение. Мощность выборки 10

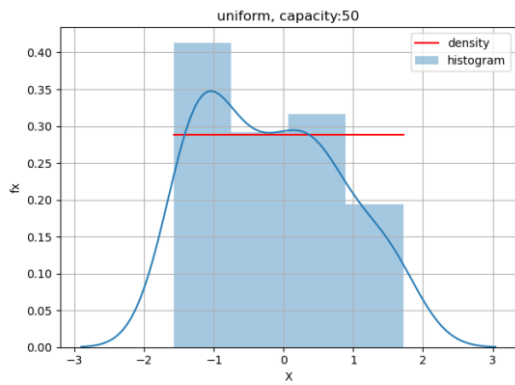


Рисунок 14 Нормальное распределение. Мощность выборки 50

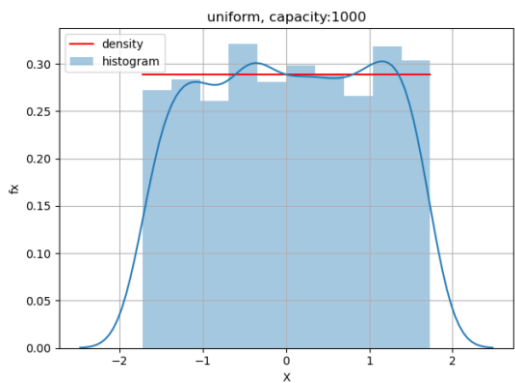


Рисунок 15 Нормальное распределение. Мощность выборки 1000

Литература

1. Гистограмма.
<https://en.wikipedia.org/wiki/Histogram>
2. Ссылка на репозиторий GitHub
<https://github.com/SelyankinFyodor/math-statistics/tree/master/Lab1>

Обсуждения

С увеличением мощности выборки распределения элементов график полученный с помощью распределения все больше совпадает с графиком плотности распределения.