

1 Абстрактный синтаксис языка L

X — счетно-бесконечное множество переменных

$$\otimes = \{+, -, *, /, \%, ==, !=, >, >=, <, <=, \&\&, ||\}$$

- Выражения: $\mathcal{E} = X \cup \mathbb{N} \cup (\mathcal{E} \otimes \mathcal{E})$
- Операторы:

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{S} = & \text{skip} & \cup \\ & X := \mathcal{E} & \cup \\ & \mathcal{S} ; \mathcal{S} & \cup \\ & \text{write } \mathcal{E} & \cup \\ & \text{read } \mathcal{E} & \cup \\ & \text{while } \mathcal{E} \text{ do } \mathcal{S} & \cup \\ & \text{if } \mathcal{E} \text{ then } \mathcal{S} \text{ else } \mathcal{S} & \end{array}$$

- Программы: $\mathcal{P} = \mathcal{S}$

2 Динамическая операционная семантика языка L

Состояния: $S = X \rightarrow \mathbb{Z}$ (частичная функция).

Нигде не определенное состояние: \perp .

Подстановка в состоянии:

$$s[x \leftarrow z] = \lambda y. \begin{cases} z & , \quad y = x \\ s \ y & , \quad \text{иначе} \end{cases}$$

- Семантика выражений: $\llbracket \bullet \rrbracket : \mathcal{E} \rightarrow (S \rightarrow \mathbb{Z})$.
 1. $\llbracket n \rrbracket = \lambda s. n, n \in \mathbb{N}$;
 2. $\llbracket x \rrbracket = \lambda s. s \ x, x \in X$;
 3. $\llbracket A \otimes B \rrbracket = \lambda s. \llbracket A \rrbracket s \oplus \llbracket B \rrbracket s$, где \oplus — соответствующая \otimes арифметическая операция.
- Семантика операторов.

Множество конфигураций: $C = S \times \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$.

Правила перехода:

$$c \xrightarrow{\text{skip}} c$$

$$\langle s, i, o \rangle \xrightarrow{x:=e} \langle s[x \leftarrow \llbracket e \rrbracket s], i, o \rangle$$

$$\langle s, zi, o \rangle \xrightarrow{\text{read } x} \langle s[x \leftarrow z], i, o \rangle$$

$$\langle s, i, o \rangle \xrightarrow{\text{write } e} \langle s, i, o(\llbracket e \rrbracket s) \rangle$$

$$\frac{c \xrightarrow{S_1} c', c' \xrightarrow{S_2} c''}{c \xrightarrow{S_1; S_2} c''}$$

$$\frac{c \xrightarrow{S_1} c'}{c \xrightarrow{\text{if } e \text{ then } S_1 \text{ else } S_2} c'}, \llbracket e \rrbracket s \neq 0$$

$$\frac{c \xrightarrow{S_2} c'}{c \xrightarrow{\text{if } e \text{ then } S_1 \text{ else } S_2} c'}, \llbracket e \rrbracket s = 0$$

$$c \xrightarrow{\text{while } e \text{ do } S} c, \llbracket e \rrbracket s = 0$$

$$\frac{c \xrightarrow{S} c', c' \xrightarrow{\text{while } e \text{ do } S} c''}{c \xrightarrow{\text{while } e \text{ do } S} c''}, \llbracket e \rrbracket s \neq 0$$

- Семантика программы: $\llbracket \bullet \rrbracket_P : \mathcal{P} \rightarrow (\mathbb{Z}^* \rightarrow \mathbb{Z}^*)$.

$$\llbracket P \rrbracket_P = \lambda i.o, \text{ где } \langle \perp, i, \epsilon \rangle \xrightarrow{P} \langle s, \epsilon, o \rangle$$

3 “Вертикальный” конкретный синтаксис

- Синтаксис выражений:

1. $\llbracket n \rrbracket = "!"n, n \in \mathbb{N}$;
2. $\llbracket x \rrbracket = "x"x, x \in X$;
3. $\llbracket A \otimes B \rrbracket = "@" \llbracket A \rrbracket \llbracket B \rrbracket$.

- Синтаксис операторов:

1. $\llbracket \text{skip} \rrbracket = "s"$;
2. $\llbracket x:=e \rrbracket = "="x\llbracket e \rrbracket$;
3. $\llbracket \text{write } e \rrbracket = "w"\llbracket e \rrbracket$;

4. $\llbracket \text{read } x \rrbracket = "r"x;$
5. $\llbracket S_1 ; S_2 \rrbracket = ";" \llbracket S_1 \rrbracket \llbracket S_2 \rrbracket;$
6. $\llbracket \text{if } e \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \rrbracket = "i" \llbracket e \rrbracket \llbracket S_1 \rrbracket \llbracket S_2 \rrbracket;$
7. $\llbracket \text{while } e \text{ do } S \rrbracket = "l" \llbracket e \rrbracket \llbracket S \rrbracket.$