

# Содержание

<b>1</b>	<b>Setup &amp; Scripts</b>	<b>1</b>
1.1	CMake . . . . .	1
1.2	wipe.sh . . . . .	2
1.3	Stack size & Profiling . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Language specific</b>	<b>2</b>
2.1	C++ . . . . .	2
2.1.1	G++ builtins . . . . .	2
2.1.2	hash . . . . .	3
2.2	Python . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Bugs</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Geometry</b>	<b>4</b>
4.1	Пересечение прямых . . . . .	4
4.2	Касательные . . . . .	4
4.3	Пересечение полуплоскостей . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Template dsu</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Numbers</b>	<b>5</b>
<b>7</b>	<b>Graphs</b>	<b>6</b>
7.1	Weighted matroid intersection . . . . .	6
<b>8</b>	<b>Push-free segment tree</b>	<b>9</b>
<b>9</b>	<b>Number theory</b>	<b>10</b>
9.1	Chinese remainder theorem without overflows . . . . .	10
9.2	Integer points under a rational line . . . . .	11
<b>10</b>	<b>Suffix Automaton</b>	<b>11</b>
<b>11</b>	<b>Palindromic Tree</b>	<b>13</b>
<b>12</b>	<b>Smth added at last moment</b>	<b>14</b>
12.1	Dominator Tree . . . . .	14
12.2	Suffix Array . . . . .	16
12.3	Fast LCS . . . . .	18
12.4	Fast Subset Convolution . . . . .	19
<b>13</b>	<b>Karatsuba</b>	<b>21</b>

## 1 Setup & Scripts

### 1.1 CMake

```

1 cmake_minimum_required(VERSION 3.14)
2 project(olymp)
3

```

```

4 set(CMAKE_CXX_STANDARD 17)
5 add_compile_definitions(LOCAL)
6 #set(CMAKE_CXX_FLAGS "${CMAKE_CXX_FLAGS} -fsanitize=undefined
  ↪ -fno-sanitize-recover")
7 #sanitizers: address, leak, thread, undefined, memory
8
9 add_executable(olymp f.cpp)

```

## 1.2 wipe.sh

```

1 touch {a..l}.cpp
2
3 for file in ?.cpp ; do
4     cat template.cpp > $file ;
5 done

```

## 1.3 Stack size & Profiling

```

1 # Print stack limit in Kb
2 ulimit -s
3
4 # Set stack limit in Kb, session-local, so resets after terminal restart
5 ulimit -S -s 131072
6
7 # Profile time
8 time ./olymp
9
10 # Profile time, memory, etc.
11 # Make sure to use the full path
12 /usr/bin/time -v ./olymp

```

# 2 Language specific

## 2.1 C++

### 2.1.1 G++ builtins

- `__builtin_popcount(x)` — количество единичных бит в двоичном представлении 32-битного (знакового или беззнакового) целого числа.
- `__builtin_popcountll(x)` — то же самое для 64-битных типов.
- `__builtin_ctz(x)` — количество нулей на конце двоичного представления 32-битного целого числа. Например, для 5 вернётся 0, для  $272 = 256 + 16$  — 4 и т. д. Может не работать для нуля (вообще не стоит вызывать для  $x = 0$ , по-моему это и упасть может).
- `__builtin_ctzll(x)` — то же самое для 64-битных типов.
- `__builtin_clz(x)` — количество нулей в начале двоичного представления 32-битного целого числа. Например, для  $2^{31}$  или  $-2^{31}$  вернётся 0, для 1 — 31 и т. д. Тоже не надо вызывать с  $x = 0$ .

- `__builtin_clzll(x)` — то же самое для 64-битных типов.
- `bitset<N>._Find_first()` — номер первой позиции с единицей в битсете или его размер (то есть  $N$ ), если на всех позициях нули.
- `bitset<N>._Find_next(x)` — номер первой позиции с единицей среди позиций с номерами строго больше  $x$ ; если такой нет, то  $N$ .

### 2.1.2 hash

```
namespace std
{
    template<
    struct hash<pnt>
    {
        std::size_t operator()(pnt const &s) const noexcept
        {
            return std::hash<ll>{}(s.first * ll(1ull << 32u) + s.second);
        }
    };
}
```

## 2.2 Python

```
# stack size
import sys

sys.setrecursionlimit(10**6)

# memoize
import functools

@functools.lru_cache(maxsize=None)
```

## 3 Bugs

- `powmod :`)
- Всегда чекать Куна дважды, особенно на количество итераций
- `uniform_int_distribution` от одного параметра
- `for (char c : "NEWS")`
- Порядок верхних и нижних границ в случае, когда задача двумерна  $t - b \neq b - t$
- `static` с мультитестами
- `set` со своим компаратором склеивает элементы
- Два вектора с соответствующими элементами, сортируем один, а элементы второго ссылаются на чужие. Предлагается лечить заведением структуры с компаратором на каждый чих. В целом, для этого можно написать навороченную хрень на шаблонах.

- В графе с вершинами степени не больше одного надо писать выделение цикла полностью, срезать угол на какой-нибудь тупой меморизации, потому что кажется, что он может выглядеть только одним или несколькими какими-нибудь специальными способами, не получится, а дебажить сложно.
- Структуры, основанные на указателях, не стоит хранить в векторах.
- В Карасе для того, чтобы перейти в подстроку, надо сначала идти в родителя, а только потом по суфф. ссылкам, эти вещи не коммутируют.
- Когда ходим большим количеством указателей по циклу, на единицу сдвигается только первый указатель, а остальные могут сдвинуться на много.
- `string str1(str2, 'x'); str1 = 'a';`

## 4 Geometry

### 4.1 Пересечение прямых

$$AB := A - B; CD := C - D$$

$$(A \times B \cdot CD.x - C \times D \cdot AB.x : A \times B \cdot CD.y - C \times D \cdot AB.y : AB \times CD)$$

### 4.2 Касательные

Точки пересечения общих касательных окружностей с центрами в  $(0, 0)$  и  $(x, 0)$  равны  $\frac{xr_1}{r_1 \pm r_2}$ .  $x$  координата точек касания из  $(x, 0)$  равна  $\frac{r^2}{x}$ .

### 4.3 Пересечение полуплоскостей

Точно так же, как в выпуклой оболочке, но надо добавить bounding box (квадратичного размера относительно координат на входе) и завернуть два раза. Ответ можно найти как подотрезок от первой полуплоскости типа true до нее же самой на втором круге. Проверку на вырожденность лучше делать простой проверкой пары-тройки точек из предполагаемого ответа. Стоит быть аккуратнее с точностью.

## 5 Template dsu

```

1  template<class ... Types>
2  class dsu
3  {
4      vector<int> par, siz;
5      tuple<Types ...> items;
6
7      template<size_t ... t>
8      void merge(int a, int b, std::index_sequence<t ...>)
9      {
10         ((get<t>(items)(a, b)), ... );
11     }
12
13 public:
```

```

14     explicit dsu(int n, Types ... args) : par(n, -1), siz(n, 1),
      ↪  items(args ...)
15     {}
16
17     int get_class(int v)
18     {
19         return par[v] == -1 ? v : par[v] = get_class(par[v]);
20     }
21
22     bool unite(int a, int b)
23     {
24         a = get_class(a);
25         b = get_class(b);
26
27         if (a == b)
28             return false;
29
30         if (siz[a] < siz[b])
31             swap(a, b);
32         siz[a] += siz[b];
33         par[b] = a;
34
35         merge(a, b, make_index_sequence<sizeof ... (Types)>{});
36
37         return true;
38     }
39 };

```

## 6 Numbers

- A lot of divisors

- $\leq 20 : d(12) = 6$
- $\leq 50 : d(48) = 10$
- $\leq 100 : d(60) = 12$
- $\leq 10^3 : d(840) = 32$
- $\leq 10^4 : d(9240) = 64$
- $\leq 10^5 : d(83160) = 128$
- $\leq 10^6 : d(720720) = 240$
- $\leq 10^7 : d(8648640) = 448$
- $\leq 10^8 : d(91891800) = 768$
- $\leq 10^9 : d(931170240) = 1344$
- $\leq 10^{11} : d(97772875200) = 4032$
- $\leq 10^{12} : d(963761198400) = 6720$
- $\leq 10^{15} : d(866421317361600) = 26880$
- $\leq 10^{18} : d(897612484786617600) = 103680$

- Numeric integration
  - simple:  $F(0)$
  - simpson:  $\frac{F(-1)+4\cdot F(0)+F(1)}{6}$
  - runge2:  $\frac{F(-\sqrt{\frac{1}{3}})+F(\sqrt{\frac{1}{3}})}{2}$
  - runge3:  $\frac{F(-\sqrt{\frac{3}{5}})\cdot 5+F(0)\cdot 8+F(\sqrt{\frac{3}{5}})\cdot 5}{18}$

## 7 Graphs

### 7.1 Weighted matroid intersection

```

1 // here we use T = __int128 to store the independent set
2 // calling expand k times to an empty set finds the maximum
3 // cost of the set with size exactly k,
4 // that is independent in blue and red matroids
5 // ver is the number of the elements in the matroid,
6 // e[i].w is the cost of the i-th element
7 // first return value is new independent set
8 // second return value is difference between
9 // new and old costs
10 // oracle(set, red) and oracle(set, blue) check whether
11 // or not the set lies in red or blue matroid respectively
12 auto expand = [&](T in) → T
13 {
14     vector<int> ids;
15     for (int i = 0; i < int(es.size()); i++)
16         if (in[i])
17             ids.push_back(i);
18
19     vector<int> from, to;
20     /// Given a set that is independent in both matroids, answers
21     /// queries "If we add i-th element to the set, will it still be
22     /// independent in red/blue matroid?". Usually can be done quickly.
23     can_extend full_can(ids, n, es);
24
25     for (int i = 0; i < int(es.size()); i++)
26         if (!in[i])
27         {
28             auto new_ids = ids;
29             new_ids.push_back(i);
30
31             auto is_red = full_can.extend_red(i, es);
32             auto is_blue = full_can.extend_blue(i, es);
33
34             if (is_blue)
35                 from.push_back(i);
36             if (is_red)
37                 to.push_back(i);

```

```
38
39     if (is_red && is_blue)
40     {
41         T swp_mask = in;
42         swp_mask.flip(i);
43         return swp_mask;
44     }
45 }
46
47 vector<vector<int>> g(es.size());
48 for (int j = 0; j < int(es.size()); j++)
49     if (in[j])
50     {
51         auto new_ids = ids;
52         auto p = find(new_ids.begin(), new_ids.end(), j);
53         assert(p != new_ids.end());
54         new_ids.erase(p);
55
56         can_extend cur(new_ids, n, es);
57
58         for (int i = 0; i < int(es.size()); i++)
59             if (!in[i])
60             {
61                 if (cur.extend_red(i, es))
62                     g[i].push_back(j);
63                 if (cur.extend_blue(i, es))
64                     g[j].push_back(i);
65             }
66     }
67
68 auto get_cost = [&] (int x)
69 {
70     const int cost = (!in[x] ? e[x].w : -e[x].w);
71     return (ver + 1) * cost - 1;
72 };
73
74 const int inf = int(1e9);
75 vector<int> dist(ver, -inf), prev(ver, -1);
76 for (int x : from)
77     dist[x] = get_cost(x);
78
79 queue<int> q;
80
81 vector<int> used(ver);
82 for (int x : from)
83 {
84     q.push(x);
85     used[x] = 1;
86 }
87
```

```
88     while (!q.empty())
89     {
90         int cur = q.front(); used[cur] = 0; q.pop();
91
92         for (int to : g[cur])
93         {
94             int cost = get_cost(to);
95             if (dist[to] < dist[cur] + cost)
96             {
97                 dist[to] = dist[cur] + cost;
98                 prev[to] = cur;
99                 if (!used[to])
100                 {
101                     used[to] = 1;
102                     q.push(to);
103                 }
104             }
105         }
106     }
107
108     int best = -inf, where = -1;
109     for (int x : to)
110     {
111         if (dist[x] > best)
112         {
113             best = dist[x];
114             where = x;
115         }
116     }
117
118     if (best == -inf)
119         return pair<T, int>(cur_set, best);
120
121     while (where != -1)
122     {
123         cur_set ^= (T(1) << where);
124         where = prev[where];
125     }
126
127     while (best % (ver + 1))
128         best++;
129     best /= (ver + 1);
130
131     assert(oracle(cur_set, red) && oracle(cur_set, blue));
132     return pair<T, int>(cur_set, best);
133 };
```



## 8 Push-free segment tree

```

1  class pushfreesegtree
2  {
3      vector<modulo<>> pushed, unpushed;
4
5      modulo<> add(int l, int r, int cl, int cr, int v, const modulo<> &x)
6      {
7          if (r ≤ cl || cr ≤ l)
8              return 0;
9          if (l ≤ cl && cr ≤ r)
10         {
11             unpushed[v] += x;
12
13             return x * (cr - cl);
14         }
15
16         int ct = (cl + cr) / 2;
17
18         auto tmp = add(l, r, cl, ct, 2 * v, x) + add(l, r, ct, cr, 2 * v +
19             ↪ 1, x);
20
21         pushed[v] += tmp;
22
23         return tmp;
24     }
25
26     modulo<> sum(int l, int r, int cl, int cr, int v)
27     {
28         if (r ≤ cl || cr ≤ l)
29             return 0;
30         if (l ≤ cl && cr ≤ r)
31             return pushed[v] + unpushed[v] * (cr - cl);
32
33         int ct = (cl + cr) / 2;
34
35         return sum(l, r, cl, ct, 2 * v) + unpushed[v] * (min(r, cr) -
36             ↪ max(l, cl)) + sum(l, r, ct, cr, 2 * v + 1);
37     }
38 public:
39     pushfreesegtree(int n) : pushed(2 * up(n)), unpushed(2 * up(n))
40     {}
41
42
43     modulo<> sum(int l, int r)
44     {
45         return sum(l, r, 0, pushed.size() / 2, 1);
46     }

```

```

47
48
49     void add(int l, int r, const modulo &x)
50     {
51         add(l, r, 0, pushed.size() / 2, 1, x);
52     }
53 };

```

## 9 Number theory

### 9.1 Chinese remainder theorem without overflows

```

1  // Replace T with an appropriate type!
2  using T = long long;
3
4  // Finds x, y such that ax + by = gcd(a, b).
5  T gcdext (T a, T b, T &x, T &y)
6  {
7      if (b == 0)
8      {
9          x = 1, y = 0;
10         return a;
11     }
12
13     T res = gcdext (b, a % b, y, x);
14     y -= x * (a / b);
15     return res;
16 }
17
18 // Returns true if system x = r1 (mod m1), x = r2 (mod m2) has solutions
19 // false otherwise. In first case we know exactly that x = r (mod m)
20
21 bool crt (T r1, T m1, T r2, T m2, T &r, T &m)
22 {
23     if (m2 > m1)
24     {
25         swap(r1, r2);
26         swap(m1, m2);
27     }
28
29     T g = __gcd(m1, m2);
30     if ((r2 - r1) % g != 0)
31         return false;
32
33     T c1, c2;
34     auto nrem = gcdext(m1 / g, m2 / g, c1, c2);
35     assert(nrem == 1);
36     assert(c1 * (m1 / g) + c2 * (m2 / g) == 1);
37     T a = c1;
38     a *= (r2 - r1) / g;

```

```

39     a %= (m2 / g);
40     m = m1 / g * m2;
41     r = a * m1 + r1;
42     r = r % m;
43     if (r < 0)
44         r += m;
45
46     assert(r % m1 == r1 && r % m2 == r2);
47     return true;
48 }

```

## 9.2 Integer points under a rational line

```

1 // integer  $(x, y) : 0 \leq x < n, 0 < y \leq (kx + b)/d$ 
2 // (real division)
3 // In other words,  $\sum_{x=0}^{n-1} \lfloor (kx + b)/d \rfloor$ 
4 ll trapezoid (ll n, ll k, ll b, ll d)
5 {
6     if (k == 0)
7         return (b / d) * n;
8     if (k ≥ d || b ≥ d)
9         return (k / d) * n * (n - 1) / 2 + (b / d) * n + trapezoid(n, k % d, b %
10             ↪ d, d);
11     return trapezoid((k * n + b) / d, d, (k * n + b) % d, k);
12 }

```

## 10 Suffix Automaton

```

1 struct tomato
2 {
3     vector<map<char, int>> edges;
4     vector<int> link, length;
5     int last;
6     /// Restoring terminal states, optional, but usually needed.
7     vector<int> terminals;
8     vector<bool> is_terminal;
9     /// Optional, makes dp easier. Alternative: use dfs.
10    vector<int> order, rev_order, next_in_order;
11
12    explicit tomato(const string &s) : last(0)
13    {
14        add_vertex(map<char, int>(), 0, -1);
15        for (const char ch : s)
16            extend(ch);
17
18        int cur = last;
19        is_terminal.assign(edges.size(), false);
20        /// Assuming empty suffix should be accepted, otherwise use "while
21            ↪ (cur > 0)".
22        while (cur ≥ 0)

```

```
22         {
23             terminals.push_back(cur);
24             is_terminal[cur] = true;
25             cur = link[cur];
26         }
27
28         /// Restoring topsort and reverse topsort, optional.
29         order.push_back(0);
30         while (order.back() != -1)
31             order.push_back(next_in_order[order.back()]);
32         order.pop_back();
33         rev_order = order;
34         reverse(rev_order.begin(), rev_order.end());
35     }
36
37     int add_vertex(const map<char, int> &temp, const int len, const int lnk)
38     {
39         edges.emplace_back(temp);
40         length.emplace_back(len);
41         link.emplace_back(lnk);
42         next_in_order.push_back(-1);
43         return int(edges.size()) - 1;
44     }
45
46     void extend(const char ch)
47     {
48         const int new_last = add_vertex(map<char, int>(), length[last] +
49             ↪ 1, 0);
50         assert(next_in_order[last] == -1);
51         next_in_order[last] = new_last;
52
53         int p = last;
54         while (p ≥ 0 && !edges[p].count(ch))
55         {
56             edges[p][ch] = new_last;
57             p = link[p];
58         }
59
60         if (p != -1)
61         {
62             const int q = edges[p][ch];
63             if (length[p] + 1 == length[q])
64                 link[new_last] = q;
65             else
66             {
67                 const int clone = add_vertex(edges[q], length[p] +
68                     ↪ 1, link[q]);
69                 next_in_order[clone] = next_in_order[q];
70                 next_in_order[q] = clone;
```

```

70         link[q] = clone;
71         link[new_last] = clone;
72
73         while (p ≥ 0 && edges[p][ch] = q)
74         {
75             edges[p][ch] = clone;
76             p = link[p];
77         }
78     }
79 }
80
81     last = new_last;
82 }
83 };

```

## 11 Palindromic Tree

```

1  class treert
2  {
3      struct node
4      {
5          array<int, 26> nxt;
6          int par, link, siz;
7
8          node(int siz, int par, int link) : par(par), link(link = -1 ? 1 :
          ↪ link), siz(siz)
9          {
10             fill(nxt.begin(), nxt.end(), -1);
11         }
12     };
13
14     vector<node> mem;
15     vector<int> suff; // longest palindromic suffix
16
17 public:
18     treert(const string &str) : suff(str.size())
19     {
20         mem.emplace_back(-1, -1, 0);
21         mem.emplace_back(0, 0, 0);
22         mem[0].link = mem[1].link = 0;
23
24         auto link_walk = [&](int st, int pos)
25         {
26             while (pos - 1 - mem[st].siz < 0 || str[pos] ≠ str[pos -
              ↪ 1 - mem[st].siz])
27                 st = mem[st].link;
28
29             return st;
30         };
31

```

```

32         for (int i = 0, last = 1; i < str.size(); i++)
33         {
34             last = link_walk(last, i);
35             auto ind = str[i] - 'a';
36
37             if (mem[last].nxt[ind] == -1)
38             {
39                 // order is important
40                 mem.emplace_back(mem[last].siz + 2, last,
41                     ↪ mem[link_walk(mem[last].link, i)].nxt[ind]);
42                 mem[last].nxt[ind] = (int)mem.size() - 1;
43             }
44
45             last = mem[last].nxt[ind];
46
47             suff[i] = last;
48         }
49     };

```

## 12 Smth added at last moment

### 12.1 Dominator Tree

```

1  struct dom_tree {
2      vvi g, rg, tree, bucket;
3      vi sdom, par, dom, dsu, label, in, order, tin, tout;
4      int T = 0, root = 0, n = 0;
5
6      void dfs_tm (int x) {
7          in[x] = T;
8          order[T] = x;
9          label[T] = T, sdom[T] = T, dsu[T] = T, dom[T] = T;
10         T++;
11         for (int to : g[x]) {
12             if (in[to] == -1) {
13                 dfs_tm(to);
14                 par[in[to]] = in[x];
15             }
16             rg[in[to]].pb(in[x]);
17         }
18     }
19
20     void dfs_tree (int v, int p) {
21         tin[v] = T++;
22         for (int dest : tree[v]) {
23             if (dest != p) {
24                 dfs_tree(dest, v);
25             }
26         }

```

```

27     tout[v] = T;
28 }
29
30 dom_tree (const vvi &g_, int root_) {
31     g = g_;
32     n = sz(g);
33     assert(0 ≤ root && root < n);
34     in.assign(n, -1);
35     rg.resize(n);
36     order = sdom = par = dom = dsu = label = vi(n);
37     root = root_;
38     bucket.resize(n);
39     tree.resize(n);
40
41     dfs_tm(root);
42
43     for (int i = n - 1; i ≥ 0; i--) {
44         for (int j : rg[i])
45             sdom[i] = min(sdom[i], sdom[find(j)]);
46         if (i > 0)
47             bucket[sdom[i]].pb(i);
48
49         for (int w : bucket[i]) {
50             int v = find(w);
51             dom[w] = (sdom[v] == sdom[w] ? sdom[w] : v);
52         }
53
54         if (i > 0)
55             unite(par[i], i);
56     }
57
58     for (int i = 1; i < n; i++) {
59         if (dom[i] ≠ sdom[i])
60             dom[i] = dom[dom[i]];
61         tree[order[i]].pb(order[dom[i]]);
62         tree[order[dom[i]]].pb(order[i]);
63     }
64
65     T = 0;
66     tin = tout = vi(n);
67     dfs_tree(root, -1);
68 }
69
70 void unite (int u, int v) {
71     dsu[v] = u;
72 }
73
74 int find (int u, int x = 0) {
75     if (u == dsu[u])
76         return (x ? -1 : u);

```

```

77     int v = find(dsu[u], x + 1);
78     if (v == -1)
79         return u;
80     if (sdом[label[dsu[u]]] < sdом[label[u]])
81         label[u] = label[dsu[u]];
82     dsu[u] = v;
83     return (x ? v : label[u]);
84 }
85
86 bool dominated_by (int v, int by_what) {
87     return tin[by_what] ≤ tin[v] && tout[v] ≤ tout[by_what];
88 }
89 };

```

## 12.2 Suffix Array

```

1  namespace suff_arr {
2
3  const int MAXN = 2e5 + 10;
4
5  string s;
6  int n;
7  int p[MAXN];
8  int lcp[MAXN];
9  int pos[MAXN];
10 int c[MAXN];
11
12 void print() {
13     #ifndef LOCAL
14         return;
15     #endif
16     eprintf("p:\n");
17     forn(i, sz(s)) {
18         eprintf("i=%d -- %d: %s, lcp=%d, c=%d\n", i, p[i], s.substr(p[i], sz(s) -
19             ↪ p[i]).data(), lcp[i], c[p[i]]);
20     }
21     eprintf("\n");
22 }
23
24 void build(const string& s_) {
25     static int cnt[MAXN];
26     static int np[MAXN];
27     static int nc[MAXN];
28
29     s = s_;
30     n = sz(s);
31
32     memset (cnt, 0, sizeof cnt);
33     for (char ch : s) {
34         ++cnt[int(ch)];
35     }
36 }

```



```

34     }
35     forn(i, 256) {
36         cnt[i + 1] += cnt[i];
37     }
38     forn(i, sz(s)) {
39         p[--cnt[int(s[i])]] = i;
40     }
41
42     int cls = 1;
43     c[p[0]] = cls - 1;
44     for (int i = 1; i < n; ++i) {
45         if (s[p[i]] != s[p[i - 1]]) {
46             ++cls;
47         }
48         c[p[i]] = cls - 1;
49     }
50
51     for (int len = 1; len ≤ n; len *= 2) {
52         memset (cnt, 0, sizeof(int) * cls);
53         forn(i, n) {
54             ++cnt[c[i]];
55         }
56         forn(i, cls - 1) {
57             cnt[i + 1] += cnt[i];
58         }
59         ford(i, n) {
60             const int j = p[i];
61             int j2 = (j - len + n) % n;
62             np[--cnt[c[j2]]] = j2;
63         }
64         memcpy(p, np, sizeof(int) * n);
65
66         cls = 1;
67         nc[p[0]] = cls - 1;
68         for (int i = 1; i < n; ++i) {
69             if (c[p[i]] != c[p[i - 1]] || c[(p[i] + len) % n] != c[(p[i - 1] +
70                 ↪ len) % n]) {
71                 ++cls;
72             }
73             nc[p[i]] = cls - 1;
74         }
75         memcpy(c, nc, sizeof(int) * n);
76     }
77     forn(i, n) {
78         pos[p[i]] = i;
79     }
80
81     int pref = 0;
82     forn(i, n) {

```

```

83     int pi = pos[i];
84     if (pi == n - 1) {
85         continue;
86     }
87     int j = p[pi + 1];
88     while (i + pref < n && j + pref < n && s[i + pref] == s[j + pref]) {
89         ++pref;
90     }
91     lcp[pi] = pref;
92     pref = max(0, pref - 1);
93 }
94
95 //     print();
96 }
97
98 };

```

### 12.3 Fast LCS

```

1 // assumes that strings consist of lowercase latin letters
2 const int M = ((int)1e5 + 64) / 32 * 32;
3 // maximum value of m
4 using bs = bitset<M>;
5 using uint = unsigned int;
6 const ll bnd = (1LL << 32);
7
8 // WARNING: invokes undefined behaviour of modifying ans through pointer to
9 // ↪ another data type (uint)
10 // seems to work, but be wary
11 bs sum (const bs &bl, const bs &br)
12 {
13     const int steps = M / 32;
14     const uint* l = (uint*)&bl;
15     const uint* r = (uint*)&br;
16
17     bs ans;
18     uint* res = (uint*)&ans;
19
20     int carry = 0;
21     forn (i, steps)
22     {
23         ll cur = ll(*l++) + ll(*r++) + carry;
24         carry = (cur ≥ bnd);
25         cur = (cur ≥ bnd ? cur - bnd : cur);
26         *res++ = uint(cur);
27     }
28
29     return ans;
30 }

```

```

31 int fast_lcs (const string &s, const string &t)
32 {
33     const int m = sz(t);
34     const int let = 26;
35
36     vector<bs> has(let);
37     vector<bs> rev = has;
38
39     forn (i, m)
40     {
41         const int pos = t[i] - 'a';
42         has[pos].set(i);
43         forn (j, let) if (j != pos)
44             rev[j].set(i);
45     }
46
47     bs row;
48     forn (i, m)
49         row.set(i);
50
51     int cnt = 0;
52     for (char ch : s)
53     {
54         const int pos = ch - 'a';
55
56         bs next = sum(row, row & has[pos]) | (row & rev[pos]);
57         cnt += next[m];
58         next[m] = 0;
59
60         row = next;
61     }
62
63     return cnt;
64 }

```

## 12.4 Fast Subset Convolution

```

1 // algorithm itself starts here
2 void mobius (int* a, int n, int sign)
3 {
4     forn (i, n)
5     {
6         int free = ((1 << n) - 1) ^ (1 << i);
7         for (int mask = free; mask > 0; mask = ((mask - 1) & free))
8             (sign == +1 ? add : sub)(a[mask ^ (1 << i)], a[mask]);
9         add(a[1 << i], a[0]);
10    }
11 }
12
13 // maximum number of bits allowed

```

```
14  const int B = 20;
15
16  vi fast_conv (vi a, vi b)
17  {
18      assert(!a.empty());
19      const int bits = __builtin_ctz(sz(a));
20      assert(sz(a) == (1 << bits) && sz(a) == sz(b));
21
22      static int trans_a[B + 1][1 << B];
23      static int trans_b[B + 1][1 << B];
24      static int trans_res[B + 1][1 << B];
25
26      forn (cnt, bits + 1)
27      {
28          for (auto cur : {trans_a, trans_b, trans_res})
29              fill(cur[cnt], cur[cnt] + (1 << bits), 0);
30      }
31
32      forn (mask, 1 << bits)
33      {
34          const int cnt = __builtin_popcount(mask);
35          trans_a[cnt][mask] = a[mask];
36          trans_b[cnt][mask] = b[mask];
37      }
38
39      forn (cnt, bits + 1)
40      {
41          mobius(trans_a[cnt], bits, +1);
42          mobius(trans_b[cnt], bits, +1);
43      }
44
45      // Not really a valid ranked mobius transform! But algorithm works anyway
46
47      forn (i, bits + 1) forn (j, bits - i + 1) forn (mask, 1 << bits)
48          add(trans_res[i + j][mask], mult(trans_a[i][mask], trans_b[j][mask]));
49
50      forn (cnt, bits + 1)
51          mobius(trans_res[cnt], bits, -1);
52
53      forn (mask, 1 << bits)
54      {
55          const int cnt = __builtin_popcount(mask);
56          a[mask] = trans_res[cnt][mask];
57      }
58
59      return a;
60 }
```

## 13 Karatsuba

```
1 // functon Karatsuba (and stupid as well) computes  $c += a * b$ , not  $c = a * b$ 
2
3 using hvect = vector<modulo<>>::iterator;
4 using hcvect = vector<modulo<>>::const_iterator;
5
6
7 void add(hvect abegin, hcvect aend, hvect ans)
8 {
9     for (auto it = abegin; it  $\neq$  aend; ++it, ++ans)
10         *ans += *it;
11 }
12
13
14 void sub(hvect abegin, hcvect aend, hvect ans)
15 {
16     for (auto it = abegin; it  $\neq$  aend; ++it, ++ans)
17         *ans -= *it;
18 }
19
20
21 void stupid(int siz, hcvect abegin, hcvect bbegin, hvect ans)
22 {
23     for (auto a = abegin; a  $\neq$  abegin + siz; ++a, ans -= (siz - 1))
24         for (auto b = bbegin; b  $\neq$  bbegin + siz; ++b, ++ans)
25             *ans += *a * *b;
26 }
27
28
29 void Karatsuba(size_t siz, hcvect abegin, hcvect bbegin, hvect ans, hvect small,
30               ↪ hvect big, hvect sum)
31 {
32     assert((siz & (siz - 1)) == 0);
33
34     if (siz  $\leq$  32)
35     {
36         stupid(siz, abegin, bbegin, ans);
37
38         return;
39     }
40
41     auto amid = abegin + siz / 2, aend = abegin + siz;
42     auto bmid = bbegin + siz / 2, bend = bbegin + siz;
43     auto smid = sum + siz / 2, send = sum + siz;
44
45     fill(small, small + siz, 0);
46     Karatsuba(siz / 2, abegin, bbegin, small, small + siz, big + siz, sum);
47     fill(big, big + siz, 0);
48     Karatsuba(siz / 2, amid, bmid, big, small + siz, big + siz, sum);
```

```
48
49     copy(abegin, amid, sum);
50     add(amid, aend, sum);
51     copy(bbegin, bmid, sum + siz / 2);
52     add(bmid, bend, sum + siz / 2);
53
54     Karatsuba(siz / 2, sum, smid, ans + siz / 2, small + siz, big + siz,
55         ↪ send);
56
57     add(small, small + siz, ans);
58     sub(small, small + siz, ans + siz / 2);
59     add(big, big + siz, ans + siz);
60     sub(big, big + siz, ans + siz / 2);
61 }
62
63 void mult(vector<modulo<>> a, vector<modulo<>> b, vector<modulo<>> &c)
64 {
65     a.resize(max(a.size(), b.size()), 0);
66     b.resize(a.size(), 0);
67
68     c.resize(max(c.size(), a.size() * 2), 0);
69
70     vector<modulo<>> small(2 * a.size());
71     auto big = small;
72     auto sum = small;
73
74     Karatsuba(a.size(), a.begin(), b.begin(), c.begin(), small.begin(),
75         ↪ big.begin(), sum.begin());
76 }
```



