

Урок 4.

1. Вычислите определитель:

a) $\begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$

в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

Решение:

a) $\begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin x \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos x = 1$

б) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 \cdot 9 = 180$

в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 45 - 48 - 2(36 - 42) + 3(32 - 35) = 0$

2) Определите матрица A равен 4. Найти:

a) $\det(A^2)$

б) $\det(A^T)$

в) $\det(2A)$

Решение:

a) $\det(A^2) = 4^2 = 16$

б) $\det(A^T) = 4$

в) $\det(2A) = 2^n \cdot 4$, где n - порядок матрицы.

3) Доказать, что матрица вырожденная:

$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

Решение:

Умножим первую строку на 2.

$$\begin{pmatrix} -4 & 14 & -6 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

К первой строке прибавим вторую.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

Нулевая строка - матрица вырожденная.

4. Найти ранг матриць:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Решение:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ранг } 2$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ранг } 3$$