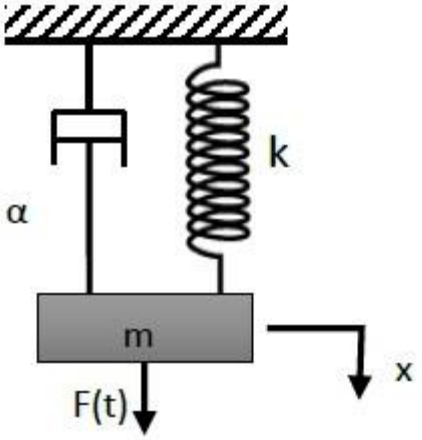
Question 1.

On s'intéresse à la modélisation et simulation du système mécanique suivant :



Avec :

- m, masse accrochée au ressort,
- k, constante de raideur du ressort,
- α, coefficient de frottement.

m =10 kg, α = 20Ns/m, k = 4000N/m, $x_0 = 0.01m$ et $\dot{x}_0 = 0$

Solution

En se servant des raisonnements mathématiques de résolutions des équations différentielles et approches mécaniques. Pour ce qui est de notre système, nous avons à traité une équation de la forme : $m\ddot{\boldsymbol{x}} + \propto \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{kx} = \boldsymbol{F(t)}$.

En divisant notre équation par **m**, on obtient : $\ddot{\boldsymbol{x}} + \frac{\propto}{\boldsymbol{m}}\dot{\boldsymbol{x}} + \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{x} = \frac{\boldsymbol{F(t)}}{\boldsymbol{m}}$

a. Pour le cas des oscillations libres (c'est-à-dire $\boldsymbol{F(t)} = \boldsymbol{0}$) , on a :

$\ddot{\boldsymbol{x}} + \frac{\boldsymbol{20}}{\boldsymbol{10}}\dot{\boldsymbol{x}} + \frac{\boldsymbol{4000}}{\boldsymbol{10}}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \Rightarrow \ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{2}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{400x} = \boldsymbol{0}$, qui est une équation différentielle ordinaire homogène du second ordre.

S'il s'agissait de n'utiliser que les méthodes mathématiques, on serait appelé à trouver sa solution qui serai de la forme

$\boldsymbol{x(t) = C_1 e^{-t} \cos(t) + C_2 e^{-t} \sin(19.974t)}$, ensuite se servir des conditions initiales pour trouver les valeurs des constantes.

b. Pour le cas des oscillations forcées.

Dans ce cas, $m\ddot{\boldsymbol{x}} + \propto \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{kx} = \boldsymbol{F_0 \cos(\omega t)}$. il nous sera nécessaire de déterminer la solution homogène (celle obtenue ci-haut), à la quelle on doit ajouter la solution particulière car la solution de l'équation différentielle engendrée par le mouvement du système l'exige.

c. On a deux expressions pour, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle qui sont données respectivement par $\boldsymbol{E_c = \frac{1}{2} k\dot{x}}$ et $\boldsymbol{E_p = \frac{1}{2} m\ddot{x}}$