Modelo cinemático robot 4 ruedas omnidireccionales

1 Descripción del modelo cinemático generalizado

El modelo generalizado de un robot móvil omnidireccional está descrito por dos ecuaciones, una que describe el modelo cinemático de postura (ecuación 1):

$$\dot{z} = R\Sigma\xi \tag{1}$$

donde:

$$\xi = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sin(\theta) & 0 \\ sin(\theta) & cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\xi = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{bmatrix} \tag{5}$$

La segunda ecuación es la que describe el modelo cinemático de velocidad en las ruedas (ecuación 6):

$$\dot{\phi} = E\Sigma\xi \tag{6}$$

Donde:

$$E = J_2^{-1}J_1 \tag{7}$$

J_2 y J_1 corresponden a matrices resultantes de las restricciones de movilidad del sistema que serán abordadas más adelante.

1.1 Tabla de parámetros del robot

El robot a modelar consiste en un robot móvil de 4 ruedas omnidireccionales suecas de 45°, todas las ruedas tienen el mismo radio (ver firgura 1). Se desarrolla el modelo general para ser ajustado con los valores dimensionales de cualquier robot de este tipo.

Se extrae del robot los parámetros cinemáticos para el modelo que serán necesarios para el cálculo de las restricciones de movimiento J_1 y J_2, estos se pueden observar en la tabla 1, este se lleva a cabo usando la metodología de Canudas de Wit(1).

Rueda	α_i	β_i	γ_i	l_i	r$_i$
R_1	$\pi - atan(\frac{l}{L})$	$atan(\frac{l}{L})$	$-\frac{\pi}{4}$	$\sqrt{l^2+L^2}$	r_1
R_2	$atan(\frac{l}{L})$	$-atan(\frac{l}{L})$	$\frac{\pi}{4}$	$\sqrt{l^2+L^2}$	r_2
R_3	$\pi + atan(\frac{l}{L})$	$-atan(\frac{l}{L})$	$-\frac{7\pi}{4}$	$\sqrt{l^2+L^2}$	r_3
R_4	$2\pi - atan(\frac{l}{L})$	$atan(\frac{l}{L})$	$-\frac{\pi}{4}$	$\sqrt{l^2+L^2}$	r_4

Table 1: Parámetros del robot móvil.

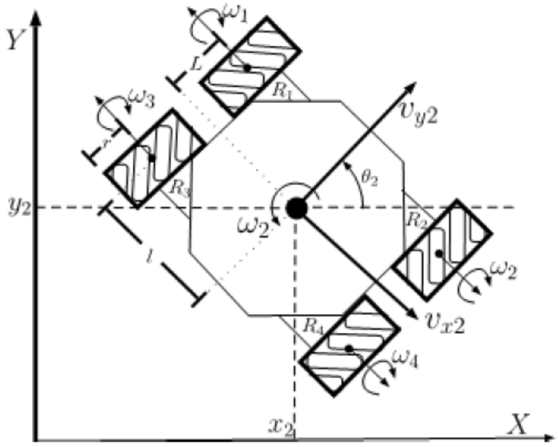

Figure 1: Robot omnidireccional a modelar

1.2 Cálculo de ecuaciones de restricción para cada rueda

Para proceder con el cálculo de los modelos cinemáticos del robot es necesario encontrar las matrices de restricciones del robot, esto se realiza encontrando la matriz J_1 que es el cálculo de las restricciones para cada rueda (ecuación 8 y J_2 que corresponden a la matriz dada por $r_i cos(\gamma_i)$.

$$J_{1i} = \begin{bmatrix} sin(\alpha_i + \beta_i + \gamma_i) & cos(\alpha_i + \beta_i + \gamma_i) & lcos(\beta_i + \gamma_i) \end{bmatrix} \tag{8}$$

Teniendo la ecuación 8 presente se obtiene para J_1 y J_2 las siguientes matrices:

$$J_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2}(L+l) \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2}(L+l) \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2}(L+l) \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2}(L+l) \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$J_2 = \sqrt{2} \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 \end{bmatrix} \tag{10}$$

1.3 Modelos cinemáticos para el robot

Una vez encontrados los valores para J_1 y J_2 se procede a encontrar los modelos cinemáticos usando las ecuaciones 1 y 6. Se obtiene como modelo cinemático de postura el mostrado en la ecuación 11 y como modelo cinemático de velocidad en ruedas el mostrado en la ecuación 12.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x cos(\theta) - V_y sin(\theta) \\ V_x cos(\theta) + V_y sin(\theta) \\ \omega \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -(L+l) \\ -1 & 1 & (L+l) \\ -1 & 1 & -(L+l) \\ 1 & 1 & (L+l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{bmatrix} \tag{12}$$

References

C. C. de Wit, B. Siciliano, and G. Bastin, Eds., *Theory of Robot Control*. Springer London, 1996.