

# Interaction effective Nucléon-Nucléon

Nathanael Kontowicz

Tuteur : Ludovic Bonneau

Université de Bordeaux  
M1 Physique Fondamentale et Applications

Vendredi 16 juillet 2021



- **Objectif** : Décrire l'interaction NN dans le noyau.
- Origine Yukawa 1935  $\longrightarrow$  Interaction par échange d'une particule.
- Interaction  $\Longleftrightarrow$  processus de diffusion.
- Théorie effective chirale.

- **Objectif** : Décrire l'interaction NN dans le noyau.
- Origine Yukawa 1935  $\longrightarrow$  Interaction par échange d'une particule.
- Interaction  $\Longleftrightarrow$  processus de diffusion.
- Théorie effective chirale.

- **Objectif** : Décrire l'interaction NN dans le noyau.
- Origine Yukawa 1935  $\longrightarrow$  Interaction par échange d'une particule.
- Interaction  $\longleftrightarrow$  processus de diffusion.
- Théorie effective chirale.

- **Objectif** : Décrire l'interaction NN dans le noyau.
- Origine Yukawa 1935  $\longrightarrow$  Interaction par échange d'une particule.
- Interaction  $\longleftrightarrow$  processus de diffusion.
- Théorie effective chirale.

## 1 Concepts clés

- Théorie de la diffusion
- Notion de champ
- Isospin
- Rappels contravariance et covariance

## 2 Méthode de construction de l'interaction entre deux particules

- Formulation Lagrangienne des équations de Maxwell
- Éléments de QED
- Potentiel de Coulomb

## 3 Interaction effective inter-nucléons

- Construction d'une théorie effective
- QCD et symétrie chirale
- Construction du Lagrangien effectif chiral
- Construction du potentiel OPE

## 4 Application aux états liés du système à 2 nucléons

- Équation aux valeurs propres et méthode d'Erkelenz
- Résolution numérique de l'équation aux valeurs propres
- Renormalisation
- Comparaison avec les résultats expérimentaux

- Soit  $\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2\mu}$  l'opérateur d'énergie cinétique ( $\mu \equiv$  masse réduite) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{U}(t) = \exp\left(-it\frac{\hat{H}}{\hbar}\right) \\ \hat{U}_0(t) = \exp\left(-it\frac{\hat{H}_0}{\hbar}\right) \end{array} \right. \longrightarrow \text{Op. évolution}$$

- Opérateurs de Møller :

$$\hat{\Omega}_{\pm} = \lim_{t \rightarrow \mp\infty} \hat{U}^{\dagger}(t) \hat{U}_0(t)$$

- Opérateur de diffusion :

$$\hat{S} = \hat{\Omega}_{-}^{\dagger} \hat{\Omega}_{+} \quad \text{et} \quad \hat{S}^{\dagger} = \hat{S}^{-1}$$

# Concepts clés

## Opérateurs de diffusion et de transition

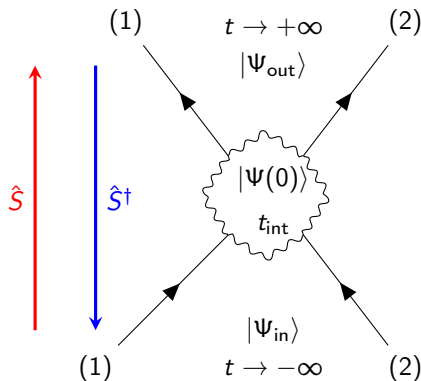
$$\begin{aligned} |\psi(0)\rangle &= \hat{\Omega}_+ |\psi_{\text{in}}\rangle \\ &= \hat{\Omega}_- |\psi_{\text{out}}\rangle \end{aligned}$$

- $\hat{U}(t)|\psi(0)\rangle \xrightarrow{t \rightarrow \mp\infty} \hat{U}_0(t)|\psi_{\text{in/out}}\rangle$

- $$\begin{cases} |\psi_{\text{out}}\rangle &= \hat{S} |\psi_{\text{in}}\rangle \\ |\psi_{\text{in}}\rangle &= \hat{S}^\dagger |\psi_{\text{out}}\rangle \end{cases}$$

- Probabilité du processus

$$|\psi_{\text{in}}\rangle \rightarrow |\psi_{\text{out}}\rangle : \left| \langle \psi_{\text{in}} | \hat{S} | \psi_{\text{out}} \rangle \right|^2$$





# Concepts clés

Opérateur transition, équation de Lippmann-Schwinger et approximation de Born

- Opérateurs de Green :  $\hat{G}(\zeta) \equiv (\zeta - \hat{H})^{-1}$  et  $\hat{G}_0(\zeta) \equiv (\zeta - \hat{H}_0)^{-1}$
- Opérateur de transition :  $\hat{T}(z) = \hat{V} + \hat{V}\hat{G}(z)\hat{V}$
- Équation de Lippmann-Schwinger :  $\hat{T}(\zeta) = \hat{V} + \hat{V}\hat{G}_0(\zeta)\hat{T}(\zeta)$ 
  - Équation auto-cohérente
  - Approximation de Born :  $\hat{T} \simeq \hat{V}$
- Résolution par itération  $\implies$  Série de Born :  $\hat{T}(\zeta) = \sum_{k=0}^{+\infty} \hat{V}(\hat{G}_0(\zeta)\hat{V})^k$
- Distinction approximation de Born et PWBA : États entrants et sortants = ondes planes

# Concepts clés

## Matrices de diffusion, transition et réaction

- On considère une diffusion élastique  $\implies$  judicieux de prendre une **base orthogonale d'états propres de  $\hat{H}_0$**  (conservation de  $E_c$ )
- $\{|E\alpha\rangle, E \in \mathbb{R}_+, \alpha \in I\}$       $\alpha \equiv$  Spin, isospin, etc ...
- Relation de fermeture : 
$$\sum_{\alpha \in I} \int_0^{+\infty} \frac{dE}{\mathcal{N}(E)} |E\alpha\rangle \langle E\alpha| = \mathbb{1}$$
- Møller : 
$$\hat{\Omega}_{\pm} = \mathbb{1} + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \sum_{\alpha \in I} \int_0^{+\infty} \frac{dE}{\mathcal{N}(E)} \hat{G}_0(E \pm i\varepsilon) \hat{T}(E \pm i\varepsilon) |E\alpha\rangle \langle E\alpha|$$
- Op. diffusion : 
$$\hat{S} = \mathbb{1} - 2\pi i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_0^{+\infty} \frac{dE}{\mathcal{N}^2(E)} \sum_{\alpha', \alpha \in I} |E\alpha'\rangle \langle E\alpha'| \hat{T}(E + i\varepsilon) |E\alpha\rangle \langle E\alpha|$$



J. R. TAYLOR, *Scattering Theory*, (Wiley, New York), 1972.

- Éléments de matrice "full on-shell" ( $\langle E' \alpha' | \hat{A}(\zeta) | E \alpha \rangle$  avec  $E' = E = \zeta$ ) :

$$S_{\alpha'\alpha}(E) = \delta_{\alpha'\alpha} - 2\pi i T_{\alpha'\alpha}(E)$$

- Relation pour les opérateurs (indépendante de la base donc) :

$$\hat{S} = \mathbb{1} - 2\pi i \hat{T}$$

- Opérateur de réaction  $\longrightarrow$  Transformation de Cayley de  $\hat{S}$  :

$$\begin{cases} \hat{K} \stackrel{\text{déf}}{=} i(\mathbb{1} - \hat{S})(\mathbb{1} + \hat{S})^{-1} \\ \hat{S} = (\mathbb{1} + i\hat{K})(\mathbb{1} - i\hat{K})^{-1} \end{cases}$$

- Matrice  $K$  pas directement utile  $\rightarrow$  états non liés  $\rightarrow$  obéit à Lippmann-Schwinger et plus simple à résoudre.

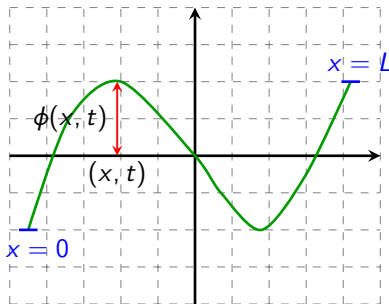
- Champ : Ensemble continu de degrés de liberté
- Selon le spin  $\rightarrow$  objets différents :
  - Spin 0  $\rightarrow$  Champ scalaire (ou pseudo-scalaire méson  $\pi$ ).
  - Spin 1/2  $\rightarrow$  Champ spinoriel  $\rightarrow$  fermions.
  - Spin 1  $\rightarrow$  Champ de 4-vecteurs  $\rightarrow$  bosons de jauge ( $\gamma$ ,  $W^\pm$ ,  $Z^0$ , gluons, graviton ?)
- Système de  $n$  particules  $\implies$  équations d'Euler-Lagrange "discrètes" :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0$$

# Concepts clés

## Corde vibrante 1D

- Passage à la limite continue : Lagrangien  $\longrightarrow$  densité de Lagrangien.
- Ex pédagogique : Corde vibrante 1D
- Corde de masse linéique  $\rho$  et constante élastique  $k$ .
- Fixée en  $x = 0$  et  $x = L$ .
- Hauteur à  $(x, t)$  :  $\phi(x, t)$ .
- Corde  $\equiv$  assemblage d'éléments infinitésimaux de corde.



- Énergie cinétique :

$$T = \int_0^L \rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 dx$$

- Énergie potentielle (de déformation élastique) :

$$V = \int_0^L k \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 dx$$

- Densité linéique de Lagrangien :

$$\mathcal{L}(\phi, \partial_x \phi, \partial_t \phi) = \rho \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - c^2 \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right]$$

- Équations d'Euler-Lagrange  $\implies$  D'Alembert :

$$\partial_i \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_i \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \iff \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

- Proton  $\equiv$  neutron = nucléon  $\longrightarrow$  différence : proton chargé, pas neutron ( $m_p \simeq m_n$ ).
- Indifférence pour l'interaction forte  $\implies$  Op. Isospin  $\hat{T}$  analogue au spin.
- Analogie avec spin :

$$\begin{cases} \hat{T}^2 |T T_3\rangle &= T(T+1) |T T_3\rangle \\ \hat{T}_3 |T T_3\rangle &= T_3 |T T_3\rangle \end{cases}$$

- Système de 2 nucléons ( $T = 1/2$ )  $\longrightarrow$  composition des moments cinétiques  $\implies T = 0, 1$ .
- Matrices de Pauli d'isospin :

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Distinction de deux quantités qui se comportent différemment lors d'un changement de base :  $(A_i^j) \equiv$  matrice de passage
- Composantes contravariantes :
  - Désignées par un indice haut :  $x^i$
  - Définies par :  $\vec{x} = x^i \vec{e}_i$  (décomposition de  $\vec{x}$  dans la base)
  - Varient au contraire des vecteurs de la base :  $\vec{e}'_i = A_i^j \vec{e}_j \implies x^{i'} = A_j^{i'} x^j$
- Composantes covariantes :
  - Désignées avec un indice bas :  $x_i$
  - Définies par :  $x_i = (\vec{x}, \vec{e}_i)$
  - Varient avec les vecteurs de la base :  $\vec{e}'_i = A_i^j \vec{e}_j \implies x'_i = A_i^j x_j$



# Construction de l'interaction entre deux particules

## Formulation Lagrangienne des équations de Maxwell



J. PEREZ, *Théorie des champs*, Les presses de l'ENSTA, 2ème édition, 2017.

- $\mathcal{L}_{\text{ED}} = -\mathcal{A}_\mu J^\mu - \frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$

- $$\left\{ \begin{array}{ll} \partial_\mu &= \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right) \longrightarrow \text{Opérateur 4-nabla} \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu \longrightarrow \text{Tenseur champ : 4-rotationnel} \\ \mathcal{A}^\mu &= \left( \frac{\phi}{c}, \vec{A} \right) \longrightarrow \text{4-vecteur potentiel} \\ J^\mu &= (\gamma \rho c, \gamma \rho \vec{v}) \longrightarrow \text{4-courant conservé : } \partial_\mu J^\mu = 0 \end{array} \right.$$

- Tenseur champ obéit aux transformations de Lorentz :  $F'_{\mu\nu} = \Lambda_\mu^\rho \Lambda_\nu^\sigma F_{\rho\sigma}$

- Équations du mouvement :  $m \frac{dv_\mu}{d\tau} = q F_{\mu\nu} v^\nu = G_\mu$

# Construction de l'interaction entre deux particules

Formulation Lagrangienne des équations de Maxwell

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_1/c & E_2/c & E_3/c \\ -E_1/c & 0 & -B_3 & B_2 \\ -E_2/c & B_3 & 0 & -B_1 \\ -E_3/c & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathcal{A}_\nu} - \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \mathcal{A}_\nu)} \right) &= 0 \\ \implies \mu_0 J^\nu &= \partial_\mu F^{\mu\nu} \end{aligned} \right|$$

## Équations de Maxwell structurelles

$$\partial_\rho F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\nu F_{\rho\mu} = 0 \iff \begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases}$$

## Équations de Maxwell avec sources

$$\mu_0 J^\nu = \partial_\mu F^{\mu\nu} \longrightarrow \begin{cases} \nu = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nu = 1, 2, 3 \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

# Construction de l'interaction entre deux particules

## Éléments de QED



S. WEINBERG, *The Quantum Theory of Fields*, volume I, Cambridge University Press, 1995.

- $\mathcal{L}_{\text{QED}} = \mathcal{L}_{\text{Part libre}} + \mathcal{L}_{\text{Interaction}} + \mathcal{L}_{\text{EM libre}}$

- $$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi} \left( i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - Qc \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu - mc^2 \right) \psi - \frac{1}{4\mu_0} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

- Le tenseur champ est invariant sous la transformation de Jauge :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_\mu(\vec{x}) &\longmapsto \mathcal{A}'_\mu(\vec{x}) &= \mathcal{A}_\mu(\vec{x}) + \partial_\mu \varphi(\vec{x}) \\ F'_{\mu\nu} &= F_{\mu\nu} \end{aligned}$$

- Pas le Lagrangien :

$$\mathcal{L}' - \mathcal{L} = -Qc \partial_\mu \varphi(\vec{x}) \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

# Construction de l'interaction entre deux particules

## Éléments de QED

- On aimerait transformer le champ du fermion pour compenser

- $\psi'$  doit conserver l'information de  $\psi$  :  $\bar{\psi}'\psi' = \bar{\psi}\psi$

- Tricks = Ajouter une phase :

$$\psi(\vec{x}) \mapsto \psi'(\vec{x}) = \psi(\vec{x}) e^{-i \frac{Q}{\hbar} \varphi(\vec{x})}$$

- Infinité de jagues possibles mais **jauge de Lorentz** :  $\partial_\mu \mathcal{A}^\mu = 0$

# Construction de l'interaction entre deux particules

## Éléments de QED

### Équation d'Euler-Lagrange pour $\mathcal{A}_\mu$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathcal{A}_\nu} - \partial_\mu \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \mathcal{A}_\nu)} \right\} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} = Q c \mu_0 \bar{\psi} \gamma^\nu \psi \stackrel{\text{déf}}{=} J^\nu$$

### Équation d'Euler-Lagrange pour $\bar{\psi}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} - \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} \right) = 0 \quad \Longrightarrow \quad (i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2) \psi = Q c \mu_0 \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu \psi$$

### Équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \underbrace{(i\hbar c \gamma^0 \gamma^i \partial_i + mc^2)}_{\mathcal{H}_{\text{Dirac}}} \psi + \underbrace{Q c \gamma^0 \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu}_{\mathcal{H}_{\text{int}}} \psi$$

# Construction de l'interaction entre deux particules

## Lien potentiel et Hamiltonien d'interaction

- $\hat{S} = \mathbb{1} - 2\pi i \hat{T}$
- Born  $\implies \hat{T} \simeq \hat{V}$
- $\hat{V} \propto i(\hat{S} - \mathbb{1})$
- Décomposition de  $\hat{S}$  en série de Dyson (Weinberg, slide 16) :

$$\hat{S} = \mathbb{1} + \int d^4\vec{x}_1 (-i\mathcal{H}_{\text{int}}(\vec{x}_1)) + \int d^4\vec{x}_1 \int_{\mathbb{R}_{\text{inf}}^4} d^4\vec{x}_2 (-i\mathcal{H}_{\text{int}}(\vec{x}_1)) (-i\mathcal{H}_{\text{int}}(\vec{x}_2)) + \dots$$

- Premier ordre :

$$i(\hat{S} - \mathbb{1}) = \int d^4\vec{x} \mathcal{H}_{\text{int}}(\vec{x})$$

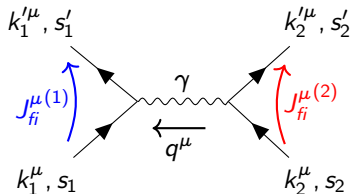
- $\hat{V} \propto \int d^4\vec{x} \mathcal{H}_{\text{int}}(\vec{x})$

# Construction de l'interaction entre deux particules

## Potentiel de Coulomb

PWBA  $\Rightarrow$  Ondes planes

$$\psi_{i,f} = u_{i,f} e^{-ik_{i,f}^\mu x_\mu}$$



Born :

$$\langle \psi_{f_1} | \hat{T} | \psi_{i_1} \rangle \simeq \langle \psi_{f_1} | \hat{V} | \psi_{i_1} \rangle = \int d^4 \vec{x} \, \psi_{f_1}^\dagger(\vec{x}) \mathcal{H}_{\text{int}}(\vec{x}) \psi_{i_1}(\vec{x})$$

$$\Rightarrow \langle \psi_{f_1} | \hat{T} | \psi_{i_1} \rangle \simeq \int d^4 \vec{x} \, e^{i(k_1'^\mu - k_1^\mu) x_\mu} u_{f_1}^\dagger Q c \gamma^0 \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu(\vec{x}) u_{i_1} = \int d^4 \vec{x} \, \mathcal{A}_\mu(\vec{x}) J_{f_1}^{\mu(1)}$$

$$u(k^\mu) = \sqrt{\frac{E + mc^2}{2mc^2}} \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 \\ \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{k}) \hbar c}{E + mc^2} \end{pmatrix} \chi_s$$

Jauge de Lorentz

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu \Leftrightarrow \partial_\mu \partial^\mu \mathcal{A}^\nu = J_{fi}^{\nu(2)}$$

# Construction de l'interaction entre deux particules

## Potentiel de Coulomb

- Potentiel affranchi des termes de normalisation :

$$V_{1\gamma}^0 = -\frac{Q^2 c^2 \mu_0}{q^2} \bar{u}_{s'_1}(k_1^{\mu'}) \gamma^\mu u_{s_1}(k_1^\mu) \bar{u}_{s'_2}(k_2^{\mu'}) \gamma_\mu u_{s_2}(k_2^\mu)$$

- Limite non-relativiste** :  $E \sim mc^2$ ;  $\frac{\hbar|\vec{k}|c}{mc^2} \ll 1$

$$\Rightarrow V_{1\gamma}^0 = \frac{Q^2}{|\vec{q}|^2 \epsilon_0} \chi_{s'_1}^\dagger \chi_{s_1} \chi_{s'_2}^\dagger \chi_{s_2}$$

$$\tilde{V}(\vec{q}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q^2}{\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{q}|^2 + \alpha^2} \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} V(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{Q^2}{\epsilon_0} \frac{e^{-\alpha|\vec{r}|}}{|\vec{r}|}$$

- $$V_{1\gamma}^0 = \frac{Q^2}{|\vec{q}|^2 \epsilon_0} \delta_{s_1 s'_1} \delta_{s_2 s'_2} \longrightarrow \boxed{\text{Potentiel de Coulomb}}$$



# Interaction effective inter-nucléons

## Construction d'une théorie effective

- Intérêt d'une théorie effective  $\longrightarrow$  lorsque le domaine d'énergie ne requiert pas la TQC.
- Pour construire cette théorie effective à partir de QCD :
  - 1 Identifier le **domaine d'énergie** et les **degrés de liberté appropriés**.
  - 2 Identifier les **symétries appropriées pour QCD** dans ce domaine d'énergie (basse énergie).
  - 3 Trouver le **Lagrangien le plus général possible** qui respecte tout ça.
  - 4 **Trier les contributions importantes** ou non.
  - 5 Trouver ce qu'on veut à partir des **diagrammes de Feynman** avec la précision souhaitée.

# Interaction effective inter-nucléons

Domaine d'énergie et degrés de liberté

- Degrés de liberté : Particules qui vont intervenir dans l'interaction.
- Pions  $\equiv$  mésons les plus légers.
- Hadrons :  $\sim 500 \text{ MeV} - 10 \text{ GeV}$
- Masse basse :  $Q_{\text{low}} \sim m_{\pi} c^2 \simeq 139.6 \text{ MeV}$
- Masse haute :  $Q_{\text{high}} \sim m_{\rho} c^2 \simeq 700 - 800 \text{ MeV}$
- Quarks de masse quasi-nulle ( $u, d$ ) :

$$\begin{cases} m_u &= m_{\bar{u}} \simeq 0.14 \text{ MeV} \\ m_d &= m_{\bar{d}} \simeq 0.16 \text{ MeV} \end{cases}$$

# Interaction effective inter-nucléons

## Lagrangien de QCD

- Lagrangien QCD ( $i, j, a \equiv$  indices de couleur  $\rightarrow i, j = r, g, b$  et  $a = 1, \dots, 8$ ) :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} \mathcal{G}_{\mu\nu,a} \mathcal{G}_a^{\mu\nu} + i\hbar c \sum_{\substack{f=u,d,s \\ c,b,t}} \bar{q}_f^i \gamma^\mu (D_\mu)_{ij} q_f^j - \sum_f m_f c^2 \delta_{ij} \bar{q}_f^i q_f^j$$

- $D_\mu \equiv$  dérivée covariante de jauge ( $\mathcal{A}_{\mu,a} \equiv$  champ de gluons) :

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu - ig \frac{\lambda_{ij}^a}{2} \mathcal{A}_\mu^a$$

- $\mathcal{G}_a^{\mu\nu} \equiv$  tenseur champ de l'interaction de couleur :

$$\mathcal{G}_a^{\mu\nu} = \partial^\mu \mathcal{A}_a^\nu - \partial^\nu \mathcal{A}_a^\mu + gf_{abc} \mathcal{A}_b^\mu \mathcal{A}_c^\nu$$

- $q_f^i \equiv$  spineur à 12 composantes  $\rightarrow$  champ de quarks pour la saveur  $f$  et la couleur  $i$ .
- $f_{abc} \equiv$  constantes de structure de l'algèbre de Lie  $SU(3)_c$ :

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc} \lambda_c$$

# Interaction effective inter-nucléons

## Symétrie chirale

- Quarks légers comparés à l'échelle fixée (on se limite aux quarks  $u, d$ ).
- Limite quarks sans masse :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 = -\frac{1}{4} \mathcal{G}_{\mu\nu,a} \mathcal{G}_a^{\mu\nu} + i\hbar c \sum_f \bar{q}_f^i \gamma^\mu (D_\mu)_{ij} q_f^j$$

- Spineurs de Weyl  $\longrightarrow$  chiralités "gauche" et "droite" :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_R = P_R q \\ q_L = P_L q \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} P_{R/L} = \frac{1}{2}(\mathbb{1}_4 \pm \gamma_5) \\ q = q_R + q_L \end{array} \right.$$

- Nouveau Lagrangien :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 = \sum_f \bar{q}_{R,f} i\hbar c \not{D} q_{R,f} + \bar{q}_{L,f} i\hbar c \not{D} q_{L,f} - \frac{1}{4} \mathcal{G}_{\mu\nu,a} \mathcal{G}_a^{\mu\nu}$$

# Interaction effective inter-nucléons

## Symétrie chirale

- $\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 = \bar{\psi}_L i \hbar c \not{D} \psi_L + \psi_R i \hbar c \not{D} \psi_R - \frac{1}{4} \mathcal{G}_{\mu\nu,a} \mathcal{G}_a^{\mu\nu} \quad \psi \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$

- Lagrangien invariant sous les transformations effectuées par les matrices  $g_k$  de  $SU(2)_k$  ( $k = R, L$ ) :

$$\psi_k \longmapsto g_k \psi_k = e^{-i \vec{\theta}_k \cdot \vec{\tau}} \psi_k$$

- $\vec{\tau} \equiv$  matrices de Pauli d'isospin  $\longrightarrow$  génératrices de  $SU(2)_c$  ( $SU(n)$  a  $n^2 - 1$  générateurs)
- Quarks sans masse  $\longrightarrow$  chiralités différentes n'interagissent pas  
 $\equiv$  symétrie chirale  $SU(2)_R \times SU(2)_L$ .

# Interaction effective inter-nucléons

Brisure explicite de symétrie chirale

- Symétrie chirale approximative :

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = - \sum_f m_f c^2 \delta_{ij} \bar{q}_f^i q_f^j \longrightarrow \mathcal{L}_{\text{mass}} = - \sum_f m_f c^2 \delta_{ij} (\bar{q}_{L,f}^i q_{R,f}^j + \bar{q}_{R,f}^i q_{L,f}^j)$$

- Chiralités couplées !
- Symétrie chirale explicitement brisée (symétrie pas fondamentalement présente).
- Pour notre échelle, on considèrera quarks sans masse.

# Interaction effective inter-nucléons

Courants et charges associés à la symétrie chirale

## Théorème de Noether

- Lagrangien invariant sous l'action d'un groupe de symétrie continu et global  $\mathbb{G}$ , généré par  $Q_1, Q_2, \dots$ .

- $\implies$  Courants conservés  $j_1^\mu, j_2^\mu, \dots$  avec  $\partial_\mu j_i^\mu = 0$ .

- $Q_i = \int d^3\vec{r} j_i^0(\vec{x})$

- $C_{ijk} \equiv$  constantes de structure de  $\mathbb{G} \longrightarrow [Q_i, Q_j] = iC_{ijk} Q_k$

- $\partial_\mu j_i^\mu = 0 \iff \frac{dQ_i}{dt} = - \int_V d^3\vec{r} \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i = - \oint_{\partial V} d\vec{S} \cdot \vec{j}_i$

- $V$  tel que  $\vec{j}_i = 0$  sur  $\partial V \Rightarrow \frac{dQ_i}{dt} = 0$

# Interaction effective inter-nucléons

Courants et charges associés à la symétrie chirale

- Chaque générateur  $\tau_i$  de  $SU(2)_{c,R}$  et  $SU(2)_{c,L} \implies$  un courant conservé.

- Trois **courant droits** :

$$R_i^\mu = \bar{\psi}_R \gamma^\mu \frac{\tau_i}{2} \psi_R \quad \partial_\mu R_i^\mu = 0$$

- Trois **courants gauches** :

$$L_i^\mu = \bar{\psi}_L \gamma^\mu \frac{\tau_i}{2} \psi_L \quad \partial_\mu L_i^\mu = 0$$

- Ou alors trois **courants vecteurs** :

$$V_i^\mu = R_i^\mu + L_i^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \frac{\tau_i}{2} \psi \quad \partial_\mu V_i^\mu = 0$$

- et trois **courants axiaux** :

$$A_i^\mu = R_i^\mu - L_i^\mu = -\bar{\psi} \gamma^\mu \frac{\tau_i}{2} \psi \quad \partial_\mu A_i^\mu = 0$$



# Interaction effective inter-nucléons

Courants et charges associés à la symétrie chirale

- Courants vecteurs et axiaux invariants sous la rotation d'isospin :

$$\psi \longmapsto \exp \left( -i \vec{\theta}^V \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \right) \psi$$

- $\implies$  Symétrie d'isospin  $\longleftrightarrow$  groupe  $SU(2)_V$ .

## Charges associées aux courants vecteurs et axiaux

$$\begin{cases} Q_i^V &= \int d^3\vec{r} \, V_i^0(\vec{x}) \\ Q_i^A &= \int d^3\vec{r} \, A_i^0(\vec{x}) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dQ_i^V}{dt} &= 0 \\ \frac{dQ_i^A}{dt} &= 0 \end{cases}$$

# Interaction effective inter-nucléons

## Brisure spontanée de symétrie chirale



R. MACHLEIDT & D. R. ENTEM, *Chiral effective field theory and nuclear forces*, Phys. Rep. 503 (2011) 1-75, 2011.

- **Brisure spontanée** : Lagrangien n'est pas invariant sous cette symétrie lorsque le système est dans l'état fondamental.
- Origine de cette brisure :
  - Spectre de Hadrons  $\longrightarrow$  Symétrie d'isospin  $SU(2)_V$  bien observée.
  - Symétrie chirale  $SU(2)_R \times SU(2)_L$  spontanément brisée vers symétrie d'isospin  $SU(2)_V$
- Vide (état fondamental de QCD) :  $Q_i^V|0\rangle = 0|0\rangle$
- $Q_i^A|0\rangle \neq 0|0\rangle$
- Trois générateurs de brisure  $\longrightarrow$  Goldstone  $\implies$  trois bosons de masse (quasi-)nulle

# Interaction effective inter-nucléons

## Construction du Lagrangien effectif chiral



S. WEINBERG, *Nuclear forces from chiral Lagrangians*, Phys. Lett. B **363** (1990) 288.

- $\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\pi\pi} + \mathcal{L}_{\pi N} + \mathcal{L}_{NN}$
- On construit les Lagrangiens à partir de la matrice de  $SU(2)_f$  :

$$U = \mathbb{1}_2 + \frac{i}{f_\pi} \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} - \frac{1}{2f_\pi^2} \vec{\pi}^2$$

## Lagrangien pion libre

$$\mathcal{L}_{\pi\pi} = \frac{f_\pi^2}{4\hbar c} \text{Tr} \left[ \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger + \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2} (U + U^\dagger) \right] = \frac{1}{2\hbar c} \left( \partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} - \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2} \vec{\pi}^2 \right)$$

# Interaction effective inter-nucléons

## Construction du Lagrangien effectif chiral

- $\xi = \sqrt{U} \simeq \mathbb{1}_2 + \frac{i}{2f_\pi} \vec{\tau} \cdot \vec{\pi}$
- $\mathcal{L}_{\pi N} = \bar{\psi} \left( i\hbar c \gamma^\mu D_\mu - M_N c^2 + \frac{g_A}{2} \hbar c \gamma^\mu \gamma_5 u_\mu \right) \psi$
- $D_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu \equiv$  dérivée covariante chirale et  $u_\mu$  4-vecteur axial
- $$\begin{cases} \Gamma_\mu &= \frac{1}{2} [\xi^\dagger, \partial_\mu \xi] \\ u_\mu &= i \{ \xi^\dagger, \partial_\mu \xi \} \end{cases}$$
- Ordre dominant :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} = & \frac{1}{2\hbar c} \left( \partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} - \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2} \vec{\pi}^2 \right) \\ & + \bar{\psi} \left( i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - M_N c^2 - \frac{g_A}{2f_\pi} \hbar c \gamma^\mu \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \partial_\mu \vec{\pi} \right) \psi - (\bar{\psi} \Gamma_\alpha \psi) (\bar{\psi} \Gamma^\alpha \psi) \end{aligned}$$

# Construction de l'interaction entre deux particules

Application au potentiel inter-nucléons

## Équations d'Euler-Lagrange pour $\pi^a$

$$\left(\square + \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2}\right) \frac{\pi^a}{\hbar c} = \frac{g_A}{2f_\pi} \hbar c \partial_\mu \underbrace{\left(\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \tau^a \psi\right)}_{J_a^\mu}$$

## Équations d'Euler-Lagrange pour $\bar{\psi}$

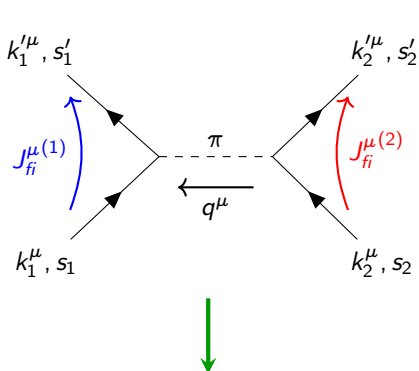
$$(i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - M_N c^2) \psi = \frac{g_A}{2f_\pi} \hbar c \gamma^\mu \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \partial_\mu \vec{\pi} \psi \Rightarrow \mathcal{H}_{\text{int}} = \frac{g_A}{2f_\pi} \hbar c \gamma^0 \gamma^\mu \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \partial_\mu \vec{\pi}$$

$$\begin{cases} \pi^a &= N^a e^{iq^\mu x_\mu} \\ \psi_{if} &= u_{if} e^{-ik_{if}^\mu x_\mu} \\ J_a^\mu &= \bar{u}_f \gamma^\mu \gamma_5 \tau^a u_i e^{iq^\mu x_\mu} \end{cases}$$

$$\partial_\mu \pi^a = \frac{g_A}{2f_\pi} \hbar^2 c^2 \frac{q_\mu q_\nu}{-q^2 + \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2}} J_a^\nu$$

# Construction de l'interaction entre deux particules

Application au potentiel inter-nucléons



$$V_{1\pi}^0 = - \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \frac{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q}) \hbar^3 c^3}{|\vec{q}|^2 + \Lambda_\pi^2}$$

Limite non-relativiste :

$$\bar{u}_{s'}(k'^\mu) \gamma^\mu \gamma_5 u_s(k^\mu) q_\mu \simeq -\chi_{s'}^\dagger (\vec{\sigma} \cdot \vec{q}) \chi_s$$

## Potentiel OPE

$$\langle \psi_{f_1} | \hat{V} | \psi_{i_1} \rangle = -N_{q^\mu} \left( \frac{g_A \hbar c}{2f_\pi} \right)^2 \hbar c (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \frac{\bar{u}_{s'_1}(k_1'^\mu) \gamma^\mu \gamma_5 u_{s_1}(k_1^\mu) q_\mu \bar{u}_{s'_2}(k_2'^\mu) \gamma^\nu \gamma_5 u_{s_2}(k_2^\mu) q_\nu}{-q^2 + \Lambda_\pi^2}$$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

## Équation aux valeurs propres

- **Deutéron :**

$L = 0, 2$	$S = 1$	$J = 1^+$	$T = T_z = 0$	$B = 2.2245 \text{ MeV}$
------------	---------	-----------	---------------	--------------------------

- Notation spectroscopique

$(2S+1)L_J$  :

- $L = L' = 0 \Rightarrow {}^3S_1$
- $L' = L = 2 \Rightarrow {}^3D_1$
- $L = 0, L' = 2 \Rightarrow {}^3S_1 - {}^3D_1$
- $L = 2, L' = 0 \Rightarrow {}^3D_1 - {}^3S_1$

- Base d'ondes partielles (couplage LS)  $\rightarrow$  base de vecteurs propres communs à  $\hat{H}_0, \hat{L}^2, \hat{S}^2, \hat{J}^2, \hat{J}_z$

- $\vec{k} \equiv$  impulsion relative

Équation aux valeurs propres dans  $\{|k(LS)JJ_z\rangle\}$

$$\frac{(\hbar k)^2}{2\mu} \Psi_L^{(SJ)}(k) + \sum_{L'} \int_0^\infty dk' k'^2 V_{LL'}^{(SJ)}(k, k') \Psi_{L'}^{(SJ)}(k') = E \Psi_L^{(SJ)}(k)$$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Méthode d'Erkelenz pour trouver les éléments de matrice du potentiel OPE



K. ERKELENZ, R. ALZETTA & K. HOLINDE, Nuc. Phys. A **176**, 413 (1971).

- On prend un potentiel quelconque  $\tilde{V}(\vec{k}, \vec{k}')$  dans l'espace impulsion-spin-isospin
- On veut le décomposer en ondes partielles
- La méthode repose sur le fait que le potentiel se décompose comme :

$$\tilde{V}(\vec{k}, \vec{k}') = \sum_{\substack{\alpha=C,S,LS \\ \sigma L, T, \sigma p}} [\hat{V}_\alpha + \hat{W}_\alpha(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)] \hat{\Omega}_\alpha$$

- Facteurs de forme  $\hat{V}_\alpha$  et  $\hat{W}_\alpha$  indépendants de  $\vec{q}^2$ ,  $\vec{p}^2$  et  $(\vec{q} \times \vec{p})^2$  avec  $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$  impulsion transférée et  $\vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{k} + \vec{k}')$  impulsion moyenne.



# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Méthode d'Erkelenz pour trouver les éléments de matrice du potentiel OPE

- Les  $\hat{\Omega}_\alpha$  contiennent la dépendance en spin de  $\hat{V}$  :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \hat{\Omega}_C & = & 1 \\ \hat{\Omega}_S & = & \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \\ \hat{\Omega}_{LS} & = & i\vec{S} \cdot (\vec{q} \times \vec{p}) \\ \hat{\Omega}_{\sigma L} & = & \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{q} \times \vec{p}) \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{q} \times \vec{p}) \\ \hat{\Omega}_T & = & (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q}) \\ \hat{\Omega}_{\sigma p} & = & (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}) \end{array} \right.$$

- $\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$
- Les éléments de matrice dans la base d'ondes partielles sont calculés à partir des intégrales :

$$A_\alpha^{J(\ell)}(k', k) = \pi \int_{-1}^1 dz V_\alpha(k', k, z) z^\ell P_J(z) \quad z = \cos \left( \widehat{\vec{k}', \vec{k}} \right)$$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Méthode d'Erkelenz pour trouver les éléments de matrice du potentiel OPE

- $\langle k' (L' S') J | \hat{V} | k (L S) J \rangle = \frac{N'_k}{N_k} \sum_{\alpha} \mathcal{U}_{\alpha}^J$
- Les  $\mathcal{U}_{\alpha}^J$  dépendent des  $A_{\alpha}^{J(\ell)}$
- Exemple :  $\langle k' (L = J S = 0) J | \hat{V} | k (L = J S = 0) J \rangle$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{U}_C^J = 2A_C^{J(0)} \\ \mathcal{U}_S^J = -6A_S^{J(0)} \\ \mathcal{U}_{LS}^J = 0 \\ \mathcal{U}_{\sigma L}^J = 2k'^2 k^2 (A_{\sigma L}^{J(2)} - A_{\sigma L}^{J(0)}) \\ \mathcal{U}_T^J = 2[2kk' A_T^{J(1)} - (k'^2 + k^2) A_T^{J(0)}] \end{array} \right.$$

- Pour les  $\hat{W}_{\alpha} \rightarrow$  similaire mais  
 $\times \langle T' T'_z | \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 | T T_z \rangle = \delta_{TT'} \delta_{T_z T'_z} (\delta_{T1} - 3\delta_{T0})$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Méthode d'Erkelenz pour trouver les éléments de matrice du potentiel OPE

- Pour OPE :

$$\langle \vec{k}' | \hat{V}_{1\pi} | \vec{k} \rangle = \underbrace{- \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^2 \frac{(\hbar c)^3}{|\vec{q}|^2 + \Lambda_\pi^2}}_{=W_{T,1\pi}(q)} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q})(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)$$

- Au final :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} V_{1\pi}^{(3S_1)}(k', k) & = & -\frac{4\pi}{3} \frac{N'_k}{N_k} \left( \frac{g_A \hbar c}{2f_\pi} \right)^2 \hbar c \left( 1 + \frac{\Lambda_\pi^2}{4kk'} K_0^{(0)}(a) \right) (\delta_{T1} - 3\delta_{T0}) \\ V_{1\pi}^{(3D_1)}(k', k) & = & \frac{4\pi}{3} \frac{N'_k}{N_k} \left( \frac{g_A \hbar c}{2f_\pi} \right)^2 \hbar c \left( \frac{1}{2} K_1^{(0)}(a) - \frac{k'^2 + k^2}{4kk'} K_2^{(0)}(a) \right) (\delta_{T1} - 3\delta_{T0}) \\ V_{1\pi}^{(3S_1-3D_1)}(k', k) & = & 4\pi \frac{N'_k}{N_k} \left( \frac{g_A \hbar c}{2f_\pi} \right)^2 \hbar c \frac{\sqrt{2}}{6kk'} (\delta_{T1} - 3\delta_{T0}) \left( k^2 K_0^{(0)}(a) + k'^2 K_2^{(0)}(a) - 2K_1^{(0)}(a) \right) \\ V_{1\pi}^{(3D_1-3S_1)}(k', k) & = & V_{1\pi}^{(3S_1-3D_1)}(k, k') \end{array} \right.$$

- Avec :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} K_n^{(0)}(a) & = & \int_{-1}^1 \frac{P_n(z)}{z-a} dz \\ a & = & \frac{k'^2 + k^2 + \Lambda_\pi^2}{2kk'} \end{array} \right.$$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Résolution numérique de l'équation aux valeurs propres dans l'espace impulsion



D. BAYE, *The Lagrange-mesh method*, Université libre de Bruxelles, 2015.

- **Méthode des maillages de Lagrange :**

- On tronque l'intégrale à  $k_{\max}$
- Discrétise l'intégrale avec quadrature de Gauss-Legendre
- Noeuds du maillage : Racines des polynômes de Legendre  $\kappa$
- On évalue le potentiel sur les noeuds
- On décompose  $\Psi$  sur une base discrète de fonctions régularisées
- On diagonalise  $\hat{H}$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Résolution numérique de l'équation aux valeurs propres dans l'espace impulsion

## Quadrature de Gauss-Legendre

- Sert à discrétiser une intégrale :

$$\int_a^b \underbrace{f(x) \omega(x)}_{g(x)} dx \simeq \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i f(x_i) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i g(x_i)$$

- $\omega(x)$  fonction de poids
- $x_i \equiv$  abscisses nodales
- $\omega_i$  poids associés aux  $x_i$
- $\lambda_i = \frac{\omega_i}{\omega(x_i)}$

- $\Psi$  en fonction des fonctions régularisées de Lagrange :

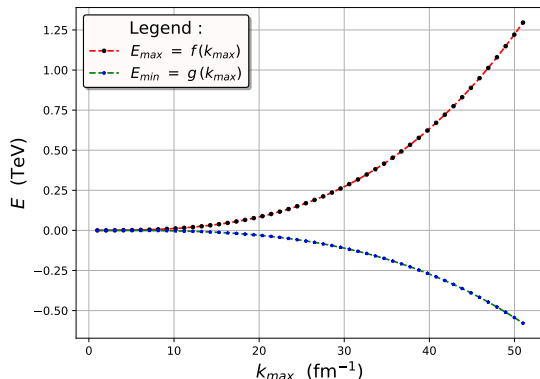
$$\psi_L^{(SJT)}(k) = \sum_{i=1}^n C_{L,i}^{(SJT)} \frac{f_i(\kappa)}{\sqrt{h} k}$$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Résolution numérique de l'équation aux valeurs propres dans l'espace impulsion

## Éléments de la matrice de $\hat{H}$

$$H_{\alpha\beta}^{(SJ)} = H_{Li,L'j}^{(SJ)} = \delta_{LL'}\delta_{ij} \frac{\hbar^2}{2\mu} (h\kappa_i)^2 + \frac{h^3}{N'_k} \sqrt{\lambda_i\lambda_j} \kappa_i\kappa_j V_{L,L'}^{(SJ)}(h\kappa_i, h\kappa_j)$$



- Divergences des vp !  
car  $V_{1\pi}(\vec{r})$  est singulier  
( $\delta(\vec{r}), 1/r^3$ )
- Nécessité de renormaliser  
le potentiel OPE

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

## Renormalisation

- $f_{\text{rég}} = \exp \left( - (k'^4 + k^4)/\Lambda^4 \right)$
- Procédure :
  - Ajouts de contre-termes  $\implies$  constantes  $\longrightarrow {}^3S_1$
  - $V_{\text{rég}} = f_{\text{rég}}(V_{\text{ct}} + V_{1\pi})$
  - Ajustement des constantes
- On a :

$$\begin{cases} V_{LO}^{({}^3S_1)}(k', k) &= f_{\text{rég}} \left( C_{{}^3S_1} + \left( \frac{g_A \hbar c}{2f_\pi} \right)^2 \hbar c \left( 1 + \frac{\Lambda_\pi^2}{4kk'} \ln \left( \frac{a-1}{a+1} \right) \right) \right) \\ a &= \frac{k'^2 + k^2 + \Lambda_\pi^2}{2kk'} \end{cases}$$

# Application aux états liés du système à 2 nucléons

## Renormalisation

- On ajuste  $C_{3S_1}$  pour  $E = -B = -2.2245$  MeV

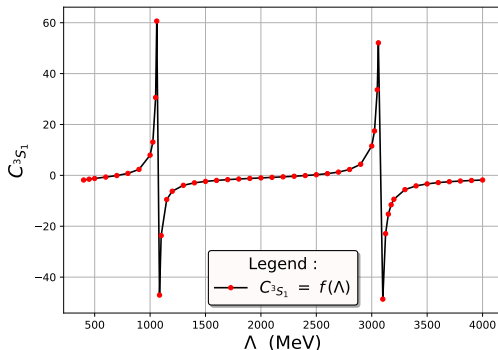


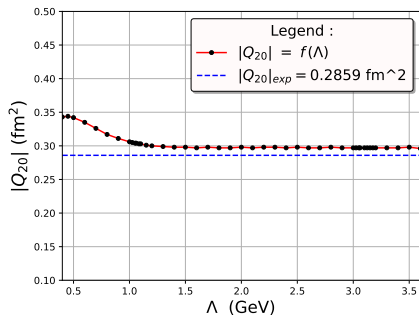
Figure: Évolution de la constante  $C_{3S_1}$  en fonction de la valeur du cut-off  $\Lambda$



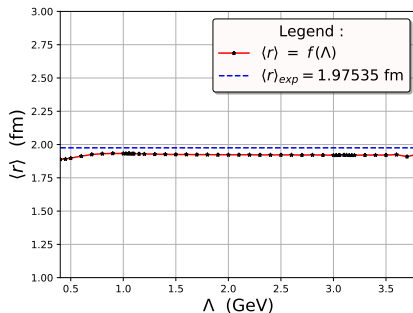
# Application aux états liés du système à 2 nucléons

Impact de la renormalisation sur les observables du Deutéron

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle r \rangle = \langle \psi | \hat{R} | \psi \rangle = \int_0^{+\infty} dr r^2 \sum_{L=0,2} r |\psi_L(r)|^2 \\ Q_{20} = \langle \psi | \hat{Q}_{20} | \psi \rangle = \frac{1}{20} \int_0^{+\infty} dr r^2 \psi_2(r) [\sqrt{8} \psi_0(r) - \psi_2(r)] \end{array} \right.$$



(a)  $|Q_{20}| = f(\Lambda)$



(b)  $\langle r \rangle = f(\Lambda)$

- Interaction entre 2 nucléons  $\iff$  Processus de diffusion
- Méthode permettant de construire l'interaction :
  - Élaborée sur Coulomb
  - Appliquée sur OPE
- Application OPE pour le Deutéron  $\longrightarrow$  Équation v.p  $\longrightarrow$  Divergences ?!
- Renormalisation :
  - Cut-off  $\Lambda$
  - Constantes basse-énergie :  $C_{3S_1}$
  - Ajustement de  $C_{3S_1}$
- Évolution des observables en fonction de  $\Lambda$

# Conclusion

- Interaction entre 2 nucléons  $\iff$  Processus de diffusion
- Méthode permettant de construire l'interaction :
  - Élaborée sur Coulomb
  - Appliquée sur OPE
- Application OPE pour le Deutéron  $\longrightarrow$  Équation v.p  $\longrightarrow$  Divergences ?!
- Renormalisation :
  - Cut-off  $\Lambda$
  - Constantes basse-énergie :  $C_{3S_1}$
  - Ajustement de  $C_{3S_1}$
- Évolution des observables en fonction de  $\Lambda$

- Interaction entre 2 nucléons  $\iff$  Processus de diffusion
- Méthode permettant de construire l'interaction :
  - Élaborée sur Coulomb
  - Appliquée sur OPE
- Application OPE pour le Deuteron  $\longrightarrow$  Équation v.p  $\longrightarrow$  Divergences ?!
- Renormalisation :
  - Cut-off  $\Lambda$
  - Constantes basse-énergie :  $C_{3S_1}$
  - Ajustement de  $C_{3S_1}$
- Évolution des observables en fonction de  $\Lambda$

- Interaction entre 2 nucléons  $\iff$  Processus de diffusion
- Méthode permettant de construire l'interaction :
  - Élaborée sur Coulomb
  - Appliquée sur OPE
- Application OPE pour le Deutéron  $\longrightarrow$  Équation v.p  $\longrightarrow$  Divergences ?!
- Renormalisation :
  - Cut-off  $\Lambda$
  - Constantes basse-énergie :  $C_{3S_1}$
  - Ajustement de  $C_{3S_1}$
- Évolution des observables en fonction de  $\Lambda$

- Interaction entre 2 nucléons  $\Longleftrightarrow$  Processus de diffusion
- Méthode permettant de construire l'interaction :
  - Élaborée sur Coulomb
  - Appliquée sur OPE
- Application OPE pour le Deutéron  $\longrightarrow$  Équation v.p  $\longrightarrow$  Divergences ?!
- Renormalisation :
  - Cut-off  $\Lambda$
  - Constantes basse-énergie :  $C_{3S_1}$
  - Ajustement de  $C_{3S_1}$
- Évolution des observables en fonction de  $\Lambda$