Décohérence des systèmes quantiques uniques

Systèmes quantiques uniques, trajectoires et décohŕence

Alain Delaet André Kalouguine

E.N.S. de Lyon

22 mai 2018

INCOMPLET IMAGES des differents types de systemes quantiques

Plan

On utilise QuTiP, une bibliothèque Python pour montrer l'apparition de la décohérence dans des systèmes quantiques simples couplés a l'environnement.

Pour les systèmes dont l'énergie potentielle a un minimum local, on peut souvent le paraboliser (p.ex molécule diatomique). On a alors

$$H_{osc} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

La résolution de cela montre que l'état du système peut être décrit par un vecteur dans un espace de Hilbert de dimension décomptable :

$$\left| \begin{matrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_n \\ \vdots \end{matrix} \right.$$

On peut isoler dans certains systèmes deux états privilégiés :

- Spin ($|\uparrow\rangle$ ou $|\downarrow\rangle$)
- Atome ($|g\rangle$ ou $|e\rangle$)
- Oscillateur harmonique ($|n\rangle$ ou $|n+1\rangle$)
- Double puit de potentiel ($|L\rangle$ ou $|R\rangle$)
- Particule dans une boite ($|\psi_n\rangle$ ou $|\psi_{n+1}\rangle$)
- $\ldots$

L'état du système se décrit alors par un vecteur dans un espace hilbertien de dimension 2 :

$$\left|\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right\rangle$$

Résolution analytique

Ëquation de Schrödinger

L'hamiltionien devant être hermitien et l'éspace étant de dimension 2, on peut le diagonaliser :

$$H_{qb} = \begin{bmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_1 \end{bmatrix}$$

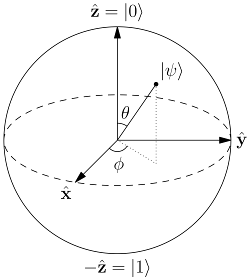
On utilise a partir de cet instant la base propre de l'hamiltonien : $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Ce sont des états stationnaires de pulsations $\omega_0 = \frac{E_0}{\hbar}$ et $\omega_1 = \frac{E_1}{\hbar}$.

Si $|\psi(t=0)\rangle = \begin{vmatrix} c_0 \\ c_1 \end{matrix}\right\rangle$ alors $|\psi(t)\rangle = \left|\begin{matrix} c_0 \cdot \mathrm{e}^{i\omega_0 t} \\ c_1 \cdot \mathrm{e}^{i\omega_1 t} \end{matrix}\right\rangle$

L'état d'un qubit est donné par un vecteur de $\mathcal{H}_2(\mathbb{C})$. Modulo la phase totale et en normalisant le vecteur, on peut l'écrire :

$$|\psi\rangle = \left| \begin{matrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} \cdot \mathrm{e}^{i\phi} \end{matrix} \right\rangle$$

Cela représente un vecteur sur la sphère $\mathcal{S}_3$: la sphère de Bloch.

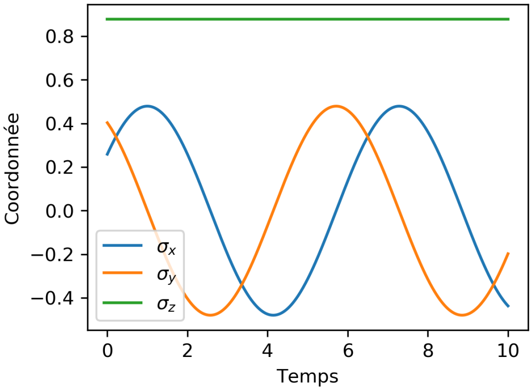


Si $E_0 \neq E_1$, on aura $\omega_0 \neq \omega_1$. Modulo la phase totale, on aura donc pour $|\psi(0)\rangle = \left|\begin{matrix}\cos\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2}\cdot \mathrm{e}^{i\phi}\end{matrix}\right\rangle$:

$$|\psi(t)\rangle = \left|\begin{matrix}\cos\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2}\cdot \mathrm{e}^{i(\phi+\Delta\omega\cdot t)}\end{matrix}\right\rangle$$

ou $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0$. On a donc le vecteur sur la sphère de Bloch qui tourne autour de l'axe z a une vitesse angulaire $\Delta\omega$.

QuTiP a une fonction qui résout l'équation de Schrödinger numériquement : `mesolve`. Ainsi, on peut observer les 3 projections sur la sphère de Bloch : σ_x,σ_y,σ_z. On s'attend a voir x et y osciller. On a pris ici $\theta = \frac{1}{2}$ et $\phi = 1$, $\hbar = 1$ et $\Delta\omega = 1$:



L'hamiltonien $H_{osc} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ peut se réécrire a l'aide de l'opérateur $a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x + \frac{i}{m\omega}p\right)$ comme

$$H_{osc} = \hbar\omega\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)$$

On pose $\hat{N} = a^\dagger a$.
$\hat{N}$ se diagonalise et a pour spectre $\mathbb{N}$.
L'état propre de H_{osc} de valeur propre $\hbar\omega(n + \frac{1}{2})$ est $|n\rangle$.

Fonction de Wigner (sur l'éspace des phases)

$$\mathcal{W}(x,p) = \frac{1}{\pi\hbar}\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x+y)\psi(x-y)\mathrm{e}^{2ipy/\hbar}\mathrm{dy}$$

On a la probabilité de présence en représentation x :
P(x)=$\int \mathcal{W}(x,p)$dp et vice versa.
Si négative : état sans analogue classique.

États de Fock :

- Stationnaires
- Purement quantiques

États cohérents :

- États propres de a.
- Semi classiques : tournent

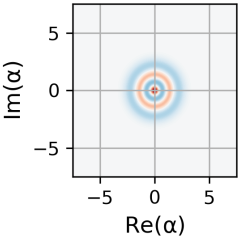


Figure 2 – Etat n=3

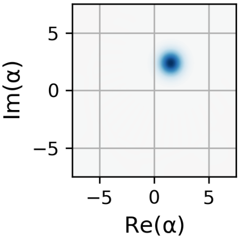


Figure 3 – $\alpha = 2 \cdot e^{i \cdot 1}$

Une superposition d'états cohérents déphasés de $\frac{\pi}{2}$:

- Interferences quantiques
- Tournent comme l'état cohérent

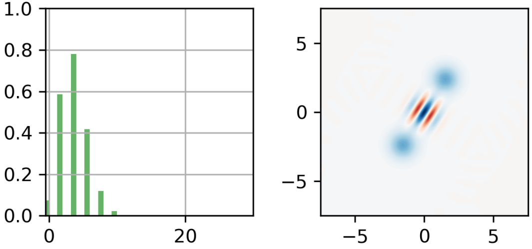
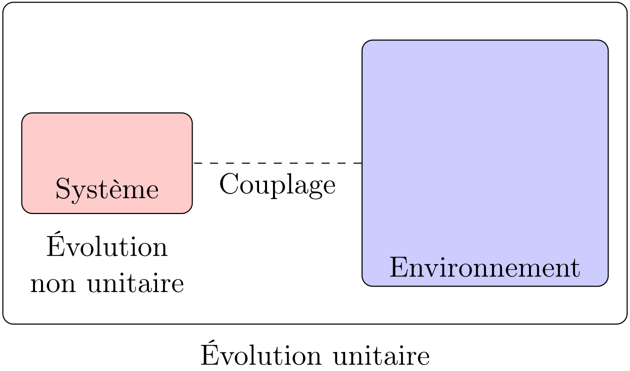


Figure 4 – État de chat avec l'état cohérent précédent.

Décohérence d'un système quantique

Apparition



Un état pur dont on prends la trace partielle devient un état mixte.

Matrice de densité

$$\rho = \sum p_\alpha \left|\psi_\alpha\right\rangle \left\langle\psi_\alpha\right|$$

Représente un mélange statistique d'états purs.

Pas une superposition :

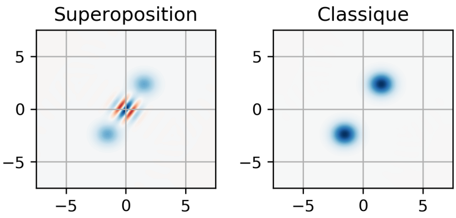


FIGURE 5 – A gauche un état de chat. A droite un mélange classique de deux états cohérents.

Équation de Schrödinger

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{dt}} = -\frac{i}{\hbar}\left[\mathcal{H}, \rho\right]$$

Équation de Lindblad

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{dt}} = -\frac{i}{\hbar}\left[\mathcal{H}, \rho\right] + \sum_{\mu}\left(L_\mu \rho L_\mu^\dagger - \frac{1}{2} L_\mu^\dagger L_\mu \rho - \frac{1}{2}\rho L_\mu^\dagger L_\mu\right)$$

Propriétés de l'équation :

1. Linéaire
2. Garde la trace de ρ constante
3. Garde ρ hermitienne

Équation de Lindblad

Résolution avec QuTiP

Décohérence d'un qubit

Décohérence par saut de phase

Décohérence d'un oscillateur

État de Fock

Décohérence d'un oscillateur

État de chat

Entropie

content...

Trajectoires quantiques et mesures

Une autre approche a la décohérence

Trajectoire d'un qubit

Perte de phase

Trajectoire d'un oscillateur

Décohérence d'un état cohérent

Trajectoire d'un qubit couplé a un oscillateur

Décohérence d'un état de Fock

Conclusion

content...

Remerciements

Nous tenons à remercier Quentin Ficheux pour son aide précieuse et ses explications très claires.

Annexe

L'hamiltonien doit être hermitien. On peut le décomposer donc sur la base des matrices de Pauli :

id	σ_x	σ_y	σ_z
$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

On a

$$H = E_0 \cdot id + \vec{r} \cdot \vec{\sigma}$$