

Décohérence des systèmes quantiques uniques

Systèmes quantiques uniques, trajectoires et
décohérence

Alain Delaet André Kalouguine

E.N.S. de Lyon

22 mai 2018

Introduction

Systèmes quantiques uniques

INCOMPLET IMAGES des différents types de systèmes
quantiques

On utilise QuTiP, une bibliothèque Python pour montrer l'apparition de la décohérence dans des systèmes quantiques simples couplés à l'environnement.

- ① Introduction
- ② Résolution des systèmes simples
- ③ Décohérence
- ④ Trajectoires quantiques et mesures

Introduction

Oscillateur harmonique

Pour les systèmes dont l'énergie potentielle a un minimum local, on peut souvent le paraboliser (p.ex molécule diatomique). On a alors

$$H_{osc} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

La résolution de cela montre que l'état du système peut être décrit par un vecteur dans un espace de Hilbert de dimension décomptable :

$$\begin{array}{c} | \\ c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_n \\ \vdots \end{array}$$

Introduction

Qubit

On peut isoler dans certains systèmes deux états privilégiés :

- Spin ($|\uparrow\rangle$ ou $|\downarrow\rangle$)
- Atome ($|g\rangle$ ou $|e\rangle$)
- Oscillateur harmonique ($|n\rangle$ ou $|n+1\rangle$)
- Double puit de potentiel ($|L\rangle$ ou $|R\rangle$)
- Particule dans une boîte ($|\psi_n\rangle$ ou $|\psi_{n+1}\rangle$)
- ...

L'état du système se décrit alors par un vecteur dans un espace hilbertien de dimension 2 :

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

Résolution analytique

Équation de Schrödinger

L'hamiltonien devant être hermitien et l'espace étant de dimension 2, on peut le diagonaliser :

$$H_{qb} = \begin{bmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_1 \end{bmatrix}$$

On utilise à partir de cet instant la base propre de l'hamiltonien : $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Ce sont des états stationnaires de pulsations $\omega_0 = \frac{E_0}{\hbar}$ et $\omega_1 = \frac{E_1}{\hbar}$.

$$\text{Si } |\psi(t=0)\rangle = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} \text{ alors } |\psi(t)\rangle = \begin{bmatrix} c_0 \cdot e^{i\omega_0 t} \\ c_1 \cdot e^{i\omega_1 t} \end{bmatrix}$$

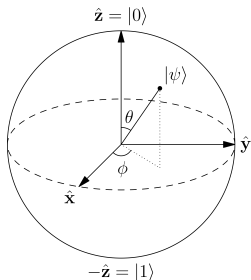
Qubit

Visualisation

L'état d'un qubit est donné par un vecteur de $\mathcal{H}_2(\mathbb{C})$. Modulo la phase totale et en normalisant le vecteur, on peut l'écrire :

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cdot e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

Cela représente un vecteur sur la sphère \mathcal{S}_3 : la sphère de Bloch.



Qubit

Oscillations de Rabi

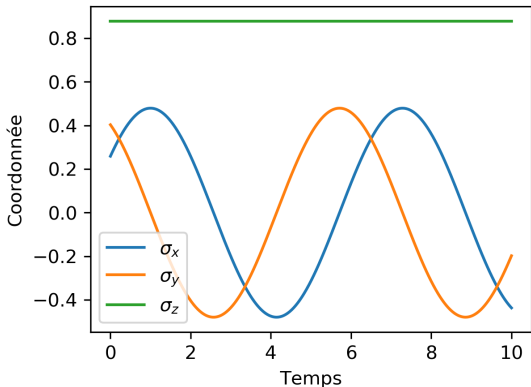
Si $E_0 \neq E_1$, on aura $\omega_0 \neq \omega_1$. Modulo la phase totale, on aura donc pour $|\psi(0)\rangle = \begin{vmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cdot e^{i\phi} \end{vmatrix}$:

$$|\psi(t)\rangle = \begin{vmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cdot e^{i(\phi + \Delta\omega \cdot t)} \end{vmatrix}$$

ou $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0$. On a donc le vecteur sur la sphère de Bloch qui tourne autour de l'axe z à une vitesse angulaire $\Delta\omega$.

Qubit Simulation

QuTiP a une fonction qui résout l'équation de Schrödinger numériquement : `mesolve`. Ainsi, on peut observer les 3 projections sur la sphère de Bloch : $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$. On s'attend à voir x et y osciller. On a pris ici $\theta = \frac{1}{2}$ et $\phi = 1$, $\hbar = 1$ et $\Delta\omega = 1$:



Oscillateur harmonique

Résolution analytique

L'hamiltonien $H_{osc} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ peut se réécrire à l'aide de l'opérateur $a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right)$ comme

$$H_{osc} = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)$$

On pose $\hat{N} = a^\dagger a$.

\hat{N} se diagonalise et a pour spectre \mathbb{N} .

L'état propre de H_{osc} de valeur propre $\hbar\omega(n + \frac{1}{2})$ est $|n\rangle$.

Oscillateur harmonique

Visualisation

Fonction de Wigner sur l'espace des phases :

$$\mathcal{W}(x, p) = \frac{1}{\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x+y)\psi(x-y)e^{2ipy/\hbar} dy$$

On a la probabilité de présence en représentation x :

$P(x) = \int \mathcal{W}(x, p) dp$ et vice versa.

Si négative : état sans analogue classique.

Oscillateur harmonique

Dynamique

États de Fock :

- Stationnaires
- Purement quantiques

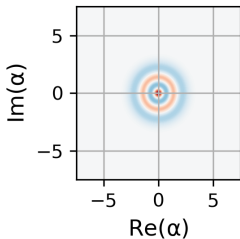


FIGURE 2 – Etat $n=3$

États cohérents :

- États propres de a .
- Semi classiques : tournent

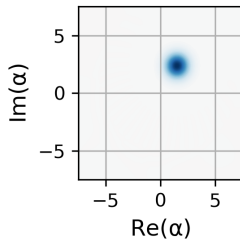


FIGURE 3 – $\alpha = 2 \cdot e^{i \cdot 1}$

Oscillateur harmonique

État de chat

Une superposition d'états cohérents déphasés de $\frac{\pi}{2}$:

- Interférences quantiques
- Tournent comme l'état cohérent

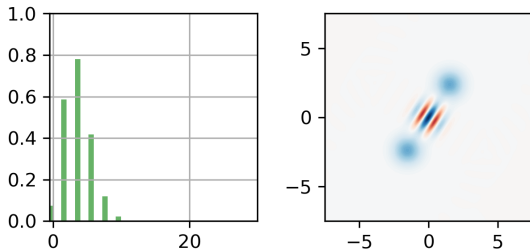
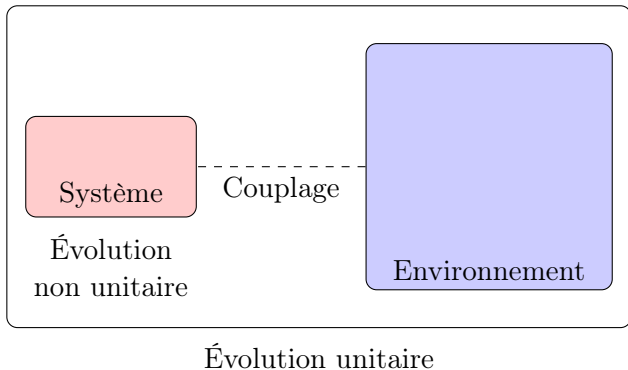


FIGURE 4 – État de chat avec l'état cohérent précédent.

Décohérence d'un système quantique

Apparition



Un état pur dont on prends la trace partielle devient un état mixte.

Décohérence d'un système quantique

Matrice de densité

Équation de Lindblad

Opérateurs de Kraus

Équation de Lindblad

L'équation

Équation de Lindblad

Signification physique

Équation de Lindblad

Résolution avec QuTiP

Décohérence d'un qubit

Canaux de décohérence

Décohérence d'un qubit

Décohérence par perte d'énergie

Décohérence d'un qubit

Décohérence par saut de phase

Décohérence d'un oscillateur

Canal de décohérence

Décohérence d'un oscillateur

État de Fock

Décohérence d'un oscillateur

État cohérent

Décohérence d'un oscillateur

État de chat

Trajectoires quantiques et mesures

Une autre approche a la décohérence

Trajectoire d'un qubit

Perte d'énergie

Trajectoire d'un qubit

Perte de phase

Trajectoire d'un oscillateur

Décohérence d'un état de Fock

Trajectoire d'un oscillateur

Décohérence d'un état cohérent

Trajectoire d'un qubit couplé a un oscillateur

Décohérence d'un état de Fock

Conclusion

content...

Remerciements

Nous tenons à remercier Quentin Ficheux pour son aide précieuse et ses explications très claires.

Annexe

Résolution analytique

Qubit (Annexe)

L'hamiltonien doit être hermitien. On peut le décomposer donc sur la base des matrices de Pauli :

id

σ_x

σ_y

σ_z

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

On a

$$H = E_0 \cdot id + \vec{r} \cdot \vec{\sigma}$$