《高等工程热力学—统计物理学》课程论文

**题目：系综理论及其应用实例**

小组成员：刘 迪 3120303010 s0034班

杨本超 3120303012 s0034班

罗 晗 3120303024 s0034班

郑巨淦 3120303032 s0034班

2021年 1月

系综理论及其应用实例

**摘要**：系综是指在一定的宏观条件下，由大量性质和结构相同的、具有各自的微观运动状态、各自独立的系统的集合，是用[统计方法](https://baike.so.com/doc/6053013-6266033.html)描述[热力学系统](https://baike.so.com/doc/4826746-5043469.html)的[统计规律性](https://baike.so.com/doc/5150169-5380190.html)时引入的一个基本概念，是统计理论的一种表述方式。系综理论的发展使得统计物理学的实用性大大增加，从而能够成为普遍的微观统计理论。本文主要讨论了有限波色体系下的严格正则系综理论和基于结构系综理论的湍流认识。

**关键词**：系综理论；有限波色体系；严格正则系综理论；结构系综理论；湍流

# 0 引言

20世纪初，美国物理学家吉布斯发展了玻尔兹曼在研究各态历经假说时提出的系综概念，并创立了统计系综方法。吉布斯的系综理论不仅能处理近独立粒子系统，而且能处理粒子间存在相互作用的系统。并且，只要将系统微观运动状态由相空间描述改为量子态描述，系综理论就可以过渡到量子统计。系综是指在一定的宏观条件下，由大量性质和结构相同的、具有各自的微观运动状态、各自独立的系统的集合。简单来说，对于一个具有大数自由度的体系，其宏观动力学性质可以通过将体系对时间求平均的方法得到，也可以通过对系综求平均值的方法得到。所谓的系综，就是指大数独立、但又全同的系统的集合。一般情况下根据系综分布函数的不同把系综分为三种：微正则系综、正则系综以及巨正则系综。

单一量子态的系综，即所有的系统均处于同一量子态下，此时，在这一量态中的统计力学量的分布是由波函数决定的，这种系综也被称为纯系综。系综是一个假象出的概念，并不是真实存在的客观实体。组成系综的真正实体是很多个系统，这些系统具有完全相同的力学性质。而每一个系统的微观状态是不确定的，他们可能相同，也可能不同，但是当整个系综处于平衡状态时，系综的平均值是可以确定的[1]。

在早期研究气体热运动性质和规律时，通常使用的统计理论是气体动理论，但是气体动理论中仍然存在着很多困难。统计物理学的研究对象和研究方法与气体动理论有很多共同之处。但是为了避免气体动理论研究中存在的困难，统计物理学不再以单个分子为统计对象，而是将由大量分子组成的整个热力学系统作为统计的对象，这样大大减弱了统计的不确定性。系综理论使得统计物理学的实用性大大增加，从而能够成为普遍的微观统计理论。本文主要讨论了有限波色体系下的严格正则系综理论和基于结构系综理论的湍流认识。

# 1 统计系综概述

## 1.1简介

相空间中的一个相点都对应着系统的一种可能的运动状态。相点在相空间中的变化也对应着系统状态的变化。假设一个系统有s个自由度，则该系统的相空间是由s个广义坐标（q1,q2…，qs）和s个广义动量（p1,p2…，ps）来构成，所以其具有2s维的空间维度。在宏观中认为很短的时间内，从微观尺度观察，仍是一个很长的时间。在统计物理学中，将系统的任意宏观量(t)认为是相应的微观量(t)在微观状态的统计平均值。设dΩ =dq1…qsdq1…dqs，并且令ρ(q1,…, qs; p1,…, ps,t)dΩ表示在t时刻系统的微观状态处于dΩ内的几率，其中ρ称为系统微观状态的几率密度。所以，每个宏观的物理量都可以用式子（1-1）来表示。

（1-1）

所以如何求得几率密度函数ρ称为统计物理学中的核心问题。

如果一个体系在微观尺度下在一段时间内经历了大量的微观态，每一个微观态对应一个相空间中的相点，所以该体系会对应着相空间的大量相点。在平衡统计中，我们认为宏观量应该不随时间变化，即密度函数对时间的偏导数为0，可用式（1-2）表示。

（1-2）

这代表在平衡态下，时间因素不再重要。所以一个体系在不同时刻的相点可以认为是不同体系在同一时刻的代表点。吉布斯(Gibbs)在此基础上，将这些不同体系的集合称为统计系综，简称系综。系综的概念为：大量处于平衡态，性质完全相同，但处在不同微观状态下的力学体系的集合称为系综[2]。目前最常用的系综有三种，分别是微正则系综、正则系综和巨正则系综。

其中，组成微正则系综的体系为能量、体积和粒子数都固定的孤立系统，微正则系综描述孤立系统的平衡性质，系综里的每个体系具同的能量（通常每个体系的粒子数和体积也是相同的），其代表点分布在同一个能量曲面上，微正则系综是个简并度下的正则系综，正则系综可以被分开进入子系综，每个子系综被对应到可能的能量值且自身为另一些微正则系综；组成正则系综的体系为和温度恒定的大热源接触并达到热平衡体积确定的准封闭体系，正则系综是最普遍应用的系综，系综里的各体系可以和其他体系交换能量；组成巨正则系综的体系为与温度恒定的大热源及大化学势恒定的粒子源接触并达到热平衡的准封闭体系，巨正则系综是正则系综的推广，各体系可以和其他体系交换能量和粒子，但系综内各个体系有相同的温度和化学势。

吉布斯系综理论的基本假设和出发点为微正则系综。在微正则系综中，系统处于所有的可能微观状态上的概率均等，所以微正则分布又称为等概率原理。微正则系综作为系统理论的基础，有了微正则系统，所有涉及平衡态的统计问题都有了解决方法。然而，微正则系综的使用过程会受到能量的限制，所以存在一些不便之处。而正则系综和巨正则系综不存在这方面的限制，故更为方便。

## 1.2系综理论的发展

系统系综理论的发展经历了漫长的过程。首先，统计系综这个概念最早由玻尔兹曼在研究各态历经假说时提出的，后来吉布斯提出了两大基本假设，并在这两大基本假设的基础上提出了经典统计系综的完整理论表达。在量子力学理论建立后，泡利(Pauli)、冯·诺依曼(Von Neumann)、狄拉克(Dirac)、克拉默斯(Kramers)和朗道(Landau)等人在量子力学的基础上，建立了量子统计系综理论。同时，在量子系综理论和经典系综理论之间存在着一一对应的关系，尤其是在量子系综理论和经典系综理论的基本概念、基本统计假设、常用的平衡态系综等都是相同的。经典系综理论和量子系综理论的主要不同主要表现为:

（1）经典理论中描述微观状态的方法为利用之前提到的广义坐标和广义动量来描述，而在量子理论中，可以刻画波粒二象性的波函数是描述量子态的方法；

（2）在经典统计中，体系的状态随时间发生的变化通过经典力学的正则运动方程确定，而量子统计中体系的量子态则是通过薛定谔方程来判断和计算。

（3）在经典力学中，即使是全同粒子也可以通过粒子的不同轨道将粒子进行区分，但是在量子理论中全同粒子是完全一致，不可区分的。

（4）在量子统计中必须考虑粒子的自旋，而在经典统计中不需要考虑粒子自旋。例如量子统计中费米子遵从泡利不相容原理。但是，量子统计系综在经典极限条件下会回归到经典统计系综。

在传统系综理论中，如果处于热力学极限这一条件下，三种系综理论是等价的[3,4]。但如果处于短程相互作用系统中，这种等价性已经得到了证明[5]。但如果处于长相互作用的系统中，既在热力学极限条件下这三种系综理论是不完全等价的[6]。

# 2 有限波色体系的严格正则系综

## 2.1波色爱因斯坦凝聚的提出

通常情况下，自然界的微观粒子可以分为自旋为整数的玻色子和自旋为半奇整数的费米子。对于全同玻色子构成的体系来说，其波函数是对称的，而费米子构成的体系的波函数是反对称的。泡利不相容原理限制着玻色子，使玻色子在任意量子态上可以同时占据任意数目的玻色子。而泡利不相容原理则限制着费米子，使费米子任意一个态上最多只能占据一个粒子。在1924年印度物理学家玻色（Bose）没有采用经典电动力学，而是基于爱因斯坦（Einstein）的光量子假设，认为每个粒子均满足其方程，以此提出这些粒子是不可分辨的全同粒子，进而解决了普朗克黑体辐射的半经验公式问题。他在论文遭遇退稿后将论文寄给爱因斯坦，爱因斯坦意识到波色工作的重要价值，并将玻色统计粒子数不守恒的光子的统计方法应用于粒子数守恒的原子上，并提出当这类原子的温度足够低时，最低能级上会聚集所有的原子。换句话说，当温度低于一定的有限温度时，大量无相互作用的玻色粒子会处于单粒子基态。这种现象称为玻色-爱因斯坦凝聚，简称BEC。

## 2.2巨正则系综的优势和缺点

在玻色统计中，在动量为p时的平均粒子数的表达式见方程（2-1）。所以，使用巨正则系综适于估算有限粒子数对BEC的影响[7]。

（2-1）

可是在巨正则系综中如果单粒子态的粒子涨落为式（2-2），基态粒子数涨落为式（2-3）时。

（2-2）

（2-3）

当系统的温度很低，趋向于零时，系统中的所有粒子都将处于基态，这时基态粒子的涨落数满足式子（2-4）。

（2-4）

该式子与客观事实背离，因为在该状态下所有粒子应该处于基态即涨落消失。所以如果在研究有限体系的BEC是利用巨正则系综进行讨论，会产生完全非物理的基态粒子数涨落。在先前的大量研究表明，只有在N＞＞1的区域内，应用巨正则系综估算粒子数有限对系统影响的工作静思成立。此外，巨正则系综在中体统计或者少提统计中更加不适合。除此之外，对于已经在实验中实现的囚禁于谐振子势中的玻色气体的粒子数几乎是确定的，这个状态下，巨正则系综中的系统不知何大热源接触，同时与大粒子源也有接触，所以巨正则系综在该方面描述实验中已经实现的BEC存在一定的缺陷。

## 2.3 正则系综的优势和难点

在正则系综中系统的粒子数是恒定的，利用正则系综理论去描述任意例子数目的系统都是严格和自洽的。在玻色粒子数基本上为确定和有限的前提上，当玻色系统与外界几乎不交换能量时，十分接近于正则系综。此时采用正则系综还可以避免使用巨正则系综会引起的非物理的基态粒子数涨落。所以正则系统也因此广泛应用于有限玻色系统。不过，正则系统的计算比较复杂，特别是当系统的粒子数较多时。而且，即使粒子数有限的系统，正则配分函数的计算量也十分巨大，这是正则系综的难度所在。

## 2.4 统计系综与分布的可能推广

从很久以前开始，人们就开始采用不同的方法推广传统的统计，赝统计法就是其中之一。符合赝统计法的体系需满足客观测量的期望值在置换态和非置换态中相等这一条件[8]。赝统计包括两种，分别是赝费米统计和赝玻色统计。赝费米统计允许有限个粒子占据一个单粒子态，而赝玻色统计则认为每一个态上可以容纳无穷大粒子数，但是一态矢量的波函数是关于大多数p粒子反对称的。另外还存在一种统计方法，为詹蒂莱等人提出的仲统计法。在仲统计法中，每一单粒子态最多容有限个粒子[9,10]，通常来说，当体系符合仲统计法时，其态矢量的波函数不具有对称性。此外，还有二维体系的分数统计。分数统计中引入了参数α，当参数α=0和α=1时，分数统计中粒子数分布的结果分别于玻色分布和费米分布一致。之后，非广延的Tsallis统计[11]通过引入参数q提出了非广延的熵，当q=1时，等价于通常理论。但是，该理论还有几个不足[12]：（1）参数q的物理意义不够清楚，（2）理论基础不够牢靠，（3）没有足够的预言功能。

# 3 基于结构系综理论的湍流认识

## 3.1 湍流简介

湍流热对流是自然界中广泛存在的一种现象，与人类的生活休戚相关。湍流是一种压力与流动速度呈非规则的流体运动状态。G. I. Taylor [13]定义其为当流体流经固体表面或者与邻近流体相互作用时，出现的不规则运动。Hinze对湍流做了进一步解释[14]：湍流是一种无规则条件下的运动，在此运动下，许多物理量随着时间和空间随机变化，以至于呈现出非常明显的统计平均性质。湍流的典型特点有：非线性、非局域性、不可积（耗散性）、间歇性、多尺度、多自由度等[15]。

自然界以及人类活动中的绝大多数流动都属于湍流。在自然界中，有如宇宙中星系与超星系的星尘现象与星系演化，恒星发射的电磁风暴、星球表面上的大气边界层、翻滚的洋流、鸟类昆虫拍动翅膀产生的气流、心脏附近的血液流动等，湍流流动状态甚至还出现在量子尺度中。在人类的各种活动中，诸如航天航空、船舶海洋、医药化工、食品工程、水利水电工程等领域，所遇到的流动现象绝大多数也是湍流流动。湍流现象与宇宙、生命的演化以及人类的生产生活都息息相关，对其进行一个深入、清晰、明确的认识对人类的发展是具有重大意义的。

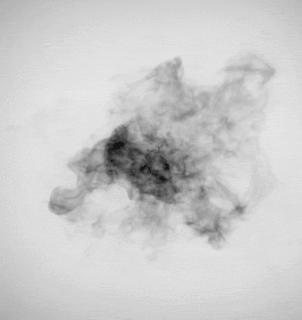


图3.1 湍流实例

把湍流作为一个特别的流体现象作为认识，最早可以追溯到15世纪文艺复兴时期，意大利画家和学者达芬奇细致地描绘了水流流出槽道进入水池时产生的涡旋结构以及钝体被湍急的水流冲刷时产生的尾流，他采用了两个单词“turbolenza”和“eddy”分别描述其流动状态和其中的漩涡。

1687年，牛顿在《自然科学的数学原理》中提出了牛顿第二定律，为认识力与运动的规律提供了方法。在1726年，Danniel Bernoulli写下了伯努利方程来描述无黏定常不可压缩流动的能量守恒。在1755年，Lenard Euler写出了描述三维无黏非定常流体运动的微分方程——欧拉方程。到了1827年，Navier和Stokes分别基于分子运动和连续介质假设，给出了欧拉方程的黏性修正，从而获得了Naiver­Stokes方程（NS方程），这一方程可以实现对流体运动进行完整的描述。

获得流体力学方程后，科学家们开始通过求解或者对NS方程增加修正，获得湍流解。1877年，Boussinesq假设湍流应力线性地正比于平均应变，其比例系数为涡黏系数，从而推导湍流的解。1894年，雷诺提出了雷诺平均Navier­Stokes方程（Reynolds average Navier­Stokes Equation, RANS），他把湍流认为是一种随机现象，并引导科学家和工程师们从统计的角度认识湍流，从而揭开了人类认识湍流的新篇章。

关于湍流的相关研究，除了对湍流现象本身的理论机制研究，湍流研究还关系到动力学理论、微分方程、大规模计算等其他学科，具有强大的学科交叉性。然而，湍流又是一个十分困难的问题，很多当代出色的物理学大师都没能解决这一问题。

在湍流研究过程中，因分析方法与角度的不同，形成了不同的学派，根据Chapman等人的文献[16]，大致分为三类，包括统计学派，结构学派和决定论学派。湍流统计学理论主要包括两个方面，一个是基于湍流图像直接建立模型的湍流唯象理论，主要给出了特征量的自相似标度律理论；另一个是基于雷诺平均方程，构建方程中未封闭量与方程变量关联的湍流封闭理论，以期获得湍流流动的普适解析解。

相关领域的学者们基于对湍流的认识而构建出多种带有经验性的模型，同时也有相当多的学者希望遵循经典物理的思路给出对湍流更理论化的结果，并做了诸多尝试，但都没有获得一个与实验完全相符且自洽的封闭模式。

## 3.2湍流结构系综理论的认识

### 3.2.1引言

要对湍流的普适规律有更深刻的认识，其核心在于对宏观统计的动量和能量分布和输运的定量性表述。为了解决这一难题，我们必须在已有的不封闭的平均动量、能量守恒律以外引进新的物理原理。这个原理不应该只是适用于某一类的流动的封闭假设，而应该具有普遍的意义。

湍流结构系综理论为建立复杂湍流系统的定量平均场理论奠定了新的基础。这一研究所关注的核心研究问题是：主宰湍流平均场结构系综的基本原理是什么？结论是对称性原理。湍流结构系综理论的重要意义在于方法论的变革——在传统的对湍流的能谱分析、相关函数分析、分布函数分析、涡结构分析、能谱传输函数分析等方法之外，引进了序函数分析方法，开辟了对非均匀真实湍流系统的对称性分析的新道路。该方法论是针对当今湍流研究的迫切问题而发展的。湍流在诸多学科领域中率先开展了大数据分析。湍流直接数值模拟的研究已有四十余年的历史，积累了大量关于湍流流场的信息。然而，事实证明，传统的湍流分析方法未能从本质上加深对于真实湍流的物理认识，也无法给出对于工业应用有直接影响的工程湍流模型，其原因在于湍流基础-应用研究的分离，而根源在于湍流系统的复杂性。序函数的概念从宏观上把握住系统自组织性的数学表述——对称性，抓住了复杂性背后的简单性，为分析复杂流场提供了符合物理图像的数学工具。近年来的实践证明，这一概念是非常成功的。SED理论成功给出了槽道、圆管、边界层、热对流等一系列真实流动的平均场的解析表达，所预言的壁湍流平均速度剖面与实验和DNS在跨越雷诺数三个数量级的范围内精确相符(精度达99%)。基于结构系综理论的湍流模型研究拥有两个显著的特点：一是抓住了流动多层结构的定量细节，从而极大地提高了预测精度； 二是把原始模型中所含的经验参数表示为多层结构参数的解析表达，方便今后把目前通用的湍流模型发展为参数可变的湍流模型，适应有复杂几何外形的流动的计算。

下面介绍的结构系综理论即是一套从统计物理和动力学两个角度共同分析湍流场的新思路。

### 3.2.2结构系综理论

结构系综理论（Structure Ensemble Dynamics, SED）是北京大学佘振苏教授针对远离平衡态的湍流运动统计定态系统所提出的一套将研究思想、概念和方法结合起来的综合表述[17–20]。湍流因其存在着热量和动量的空间输运，本身处于热力学非平衡态，湍流中存在丰富的多尺度的涡运动，能量在大尺度产生级串，转化为小尺度运动，最后耗散为热。对这样的非平衡态建立统计力学理论，一直是理论上的难题。以壁湍流为例，不单要研究湍流本身的性质，壁湍流又进一步涉及到固壁，固壁附近的流动和远离固壁的湍流脉动的运动性质又有明显的差别。

结构系综理论首先倡导从整个系统的层面来认识湍流。从哲学的角度来看，可认识的对象必然要具有稳定的秩序。反过来，稳定的秩序（如良好的剖面）背后一定具有某种可以认识的规律。例如，如果平均动量方程不封闭，那么，一定存在“额外”的普适原理，它与平均动量原理来共同确定平均剖面。这样的原理刻画的是湍流平均场在宏观层面的“涌现”，是无法简单地从微流元的细观动力学中推导出来的。结构系综理论突出了“系综”这一概念，目的在于，“涌现”总是相对于一个系综而言的。对于处于远离平衡态运动的湍流，我们首先要明白系综的本质以及系综平均有哪些类型。总而言之，结构系综理论探讨“涌现”的规律，是系综层面的统计规律。这为理论研究的目标提供了一个方向性的指导。

基于结构系综理论的整体指导思想，序函数、对称性、多层结构是结构系综理论中需要着重关注的三个概念。

第一，序函数的概念源于统计物理中，Landau分析铁磁相变时提出的“序参量”的概念。Landau认为，当系统从一个高对称性的相向低对称性转变，即系统出现对称性破缺时，会由于对称破缺过程中的“自组织现象”而出现一些非零量，而这些量在高对称状态是为零的。这只由于在自组织过程中，分子的规则运动实际上减小了系统的自由度，而可以用更少的参量表征系统，这些参数就是“序参量”[21]。佘振苏教授类比于“序参量”这个表述系统状态的概念，在壁湍流研究中提出了“序函数”的概念，以表征在不同状态和空间位置下，不同尺度涡结构在统计意义上呈现的规律[17,22]。

第二，系统的对称性是对系统进行整体把握的重要手段。系统的对称性，一方面表现在系统内部自身的普适特性，另一方面则由系统的约束所控制。对于系统内部的对称性，通过对控制方程的进行李群分析我们可以获得可能满足的对称性。而对于有固壁约束的壁湍流，其存在的唯一对称性即沿壁面法向的拉伸对称性。而拉伸对称性背后的物理原理即是湍流脉动的自组织原理，并反映在序函数上。

第三是湍流系综内多层结构特性。对于复杂的壁湍流系统，前面说的由拉伸对称性而得到的局部标度律会发生改变，简单的拉伸对称性会破缺，但系统的自组织性会以一种弱自组织的形式来取代原来完全不变的强自组织形式，即所谓的广义对称性原理。而壁湍流系统的多次的对称性破缺在动力学上体现在距离壁面不同高度上不同尺度的涡结构对于动量、能量输运的不同特性。以动量输运为例，人们就发现离开壁面不同高度的湍流脉动性质是不一样的。人们通常将他们定义为黏性底层、缓冲层、对数层以及主流区等[23,24]。例如在黏性底层中，由于非常靠近壁面，湍流脉动的幅度很小，而可以近似为线性变化，并不随流场变化。而随着离开壁面的距离增大，不稳定性加强，脉动幅度增加，非线性作用诱导了近壁的拟序涡结构，这时候的非线性作用控制了缓冲区、主流区的标度律。

由此形成了结构系综理论的基本思想：以不同高度下的不同涡尺度的拉伸为物理基础，壁湍流中存在多个子系综，子系综内部满足相同的拉伸对称性，而在不同系综之间，由广义的对称性相连，并表现在广义的拉伸不变性。其中需要特别注意的一个点是，系统的层次并非一成不变，随着系统控制参数的变化，一些原有的层次将可能退化消失，也可能涌现出新的结构，出现新的层次。层次的涌现是客观的，但是对其的描述则与选择的标尺（也就是序函数）有关。这就意味着，一些层通过泰勒展开或者渐近分析是先验地确定的；而部分的层次则与流动过程与结构相关，而流动过程与结构需要后验确定。

### 3.2.3结构系综理论分析湍流流动

根据以上结构系综理论的基本思想，在面对真实湍流问题的具体应用中，需要执行的步骤包括以下三个：选择序函数；总结参数变化的经验规律；提炼原理与普适关系。

（1）选择序函数：序函数反映了湍流脉动对统计平均场的作用。通过序函数可以反映动量不封闭方程中的雷诺应力项和能量不封闭方程中的湍热流项，并刻画非封闭方程中的湍流脉动性质，进而实现方程的封闭。序函数包括了以下三点性质：第一，由于序函数联系高阶和低阶相关函数的桥梁，它应该包括高阶相关函数；第二，它能代替平衡方程中的非封闭项；第三，序函数对多层结构的对称性变化敏感，能够反映不同层的脉动结构的标度特征变化。根据上述对于序函数的分析，为了搭建高阶与低阶相关函数的桥梁，比较自然的方法是从平衡方恒的不封闭项出发，如雷诺应力和湍热流，将其表示成待定序函数与平均剖面直接相关的状态函数。从这个角度出发，普朗特混合长也是一个描述对数区的局部长度序函数，而结构系综理论把其拓展为剪切应力长序函数，获得黏性底层、缓冲层、对数区到主流区完整的长度序函数表示。而对于其他的未封闭方程，则可以根据流动的对称性和特征，构建相应的序函数，进而封闭方程。

（2）总结参数变化的经验规律：在对流场的分析中，当确定了序函数后，可以首先采用实验数据或者DNS数据来表征序函数的关键参数。对称性是序函数的一个重要特点，序函数的函数形式来自于对称性分析。通过对方程进行李群的对称性后，基于壁面拉伸不变性将预言出三类函数形式，包括幂次律、亏损幂次律以及广义跃迁律。但是对于不同类型的湍流场，以上函数中将包括一部分的标度指数以及相应特征尺度是需要根据具体的流动而确定的。通过对能量方程或者高阶方程的泰勒展开和渐近展开，或者基于局部相似解以及对接条件，我们能够对系统的拉伸标度做出相应的预言。但对于流动的特征尺度，实际上与流动，特别是非均匀流动的局部特性是密切相关的，而这首先需要我们从数据出发，通过序函数分析出流动特征尺度，例如黏性底层厚度，缓冲层厚度等与流场空间和参数的相应变化规律。

（3）提炼原理与普适关系：基于序函数对数据的分析，可以提取出一些列的特征参数关于物理空间以及参数空间的经验变化规律。对于流场的定量刻画为发现湍流流动中的普适规律提供了探索的手段。其原因是，对于流场的内在规律，常常蕴藏于流动的内部特征上，而不一定体现在控制流动的特征物理参数上。由于序函数是表征流场自组织现象中所涌现出来的参量，同时在对称性的帮助下，它将会敏感地展示出不同子系综转换的特征尺度。也就是说，基于序函数而获得的特征物理量是很可能能够表征流动的内在特性的。为了挖掘当中的内在规律，需要根据经验参数的变化形式，一方面提炼普适的物理规律，另一方面对参数之间，特别是多物理场耦合的情况下，参数之间的内在规律进行理论模型进行探究与建立，从而理解流动以及多物理场的耦合机理与普适规律。

总的来说，结构系综理论是分析湍流流动的一种新思想，即把湍流系统看做一个广义对称原理相连接多子系综的系统，它将统计物理的概念、对称性分析、渐近近似等方法融合进分析中，针对一个复杂的湍流系统展开“逐级定量，逐次近似”的表述。基于结构系综理论建立的湍流场统计对称性分析框架，目前相关研究取得的重大突破主要包括多个方面：完整实现了对规范壁湍流平均速度和动能的解析描述[25-28]；实现对可压缩湍流边界层平均场的高精度刻画[29,30]；实现可压缩湍流高精度工程代数模型及k−ω模型改进[31,32]；实现对大气表面层的平均速度剖面和动能剖面以及湍流能谱的定量刻画[33]等。

# 4 任务分工

杨本超完成了摘要、第1章1.1节及第3章3.2.1节的撰写；郑巨淦完成了第0章、第3章3.1节的撰写及格式的调整；；刘迪完成了第1章1.2节及第2章的撰写；罗晗完成了第3章3.2.2及3.2.3节的撰写。

# 参考文献

[1] 李如生，平衡和非平衡统计力学，第一版，（清华大学出版社，北京，1995）。

[2] C. N Yang and D. T. Lee, phys. Rev. 87, 404(1952).

[3] F. M. Gasparini, M. O. Kimball, K. P. Mooney, and M. Diaz-Avila, Rev. Mod. Phys. 80, 1009(2008).

[4] 孙汝铿，统计物理学，第二版，（高等教育出版社，北京，2004）。

[5] M. E. Fisher and M. N. Barber, phys. Rev. Lett. 28, 1516(1972); M. E. Fisher, M. N. Barber and D. Jasnow, phys. Rev. Rev. A 8, 1111(1973).

[6] V. Privman and M. E. Fisher, Phys. Rev. B 30, 322(1984).

[7] T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, and et al. Science, 315 1556(2007).

[8] P. Arnold and G. Moore, Phys. Rev. Lett. 87, 120401(2001).

[9] V. A. Kashurnikov, N. V. Prokof’ev, and B. V. Svistunov, Phys. Rev. Lett. 87, 120402(2001).

[10] M. Wilkens, F. Illuminati, and M. Kraemer, J. Phys. B: At. Opt. Phys. 33, L779(2000).

[11] E. J. Mueller, G. Baym, and M. Holzmann, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 34, 4561(2001).

[12] J. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, and et al. Science, 315 1556(2007).

[13] Von Karman T. Some remarks on the statistical theory of turbulence. Proc. 5th Int. Congr. Appl.

Mech., Cambridge, MA, 1938, 347.

[14] Hinze J. Turbulence, 2”’edition. MacGraw Hill, New­York, 1975.

[15] Tennekes H, Lumley J L, Lumley J L, et al. A first course in turbulence. MIT press, 1972.

[16] Chapman G T, Tobak M. Observations, theoretical ideas, and modeling of turbulent flows—past,

present, and future. Theoretical approaches to turbulence. Springer, 1985: 19–49.

[17] She Z S, Chen X, Hussain F. Quantifying wall turbulence via a symmetry approach: a lie group

theory. Journal of Fluid Mechanics, 2017, 827:322–356.

[18] She Z S, Hu N, Wu Y. Structural ensemble dynamics based closure model for wall­bounded turbulent

flow. Acta Mechanica Sinica, 2009, 25(5):731–736.

[19] She Z S, Zhang Z X. Universal hierarchical symmetry for turbulence and general multi­scale fluctu­

ation systems. Acta Mechanica Sinica, 2009, 25(3):279–294.

[20] She Z S, Chen X, Wu Y, et al. New perspective in statistical modeling of wall­bounded turbulence.

Acta Mechanica Sinica, 2010, 26(6):847–861.

[21] Kadanoff L P. More is the same; phase transitions and mean field theories. Journal of Statistical

Physics, 2009, 137(5­6):777.

[22] Chen X, Hussain F, She Z S. Quantifying wall turbulence via a symmetry approach. part 2. Reynolds

stresses. Journal of Fluid Mechanics, 2018, 850:401–438.

[23] Pope S B. Turbulent flows, 2001.

[24] Jiménez J, Moser R D. What are we learning from simulating wall turbulence? Philosophi­cal Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2007,365(1852):715–732.

[25] Chen X, Hussain F, She Z S. Non­universal scaling transition of momentum cascade in wall turbu­

lence. Journal of Fluid Mechanics, 2019, 871.

[26] Chen X, Wei B B, Hussain F, et al. Anomalous dissipation and kinetic­energy distribution in pipes at

very high Reynolds numbers. Physical Review E, 2016, 93(1):011102.

[27] Chen X, Hussain F, She Z S. Bulk flow scaling for turbulent channel and pipe flows. EPL (Europhysics Letters), 2016, 115(3):34001.

[28] 陈曦. 壁湍流的结构系综理论 [D]. 2013.

[29] 胡延超. 压缩拐角再附边界层多层结构理论 [D]. 2017.

[30] Hu Y, Bi W, Li S, et al. β­distribution for Reynolds stress and turbulent heat flux in relaxation turbulent boundary layer of compression ramp. SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy, 2017,60(12):124711.

[31] Chen X, Hussain F, She Z S. Predictions of canonical wall­bounded turbulent flows via a modified

k–ω equation. Journal of Turbulence, 2017, 18(1):1–35.

[32] 佘振苏, 唐帆, 肖梦娟. 面向精准工程湍流模型的理论研究. 空气动力学学报, 2019, 37(1):1–18.

[33] 纪勇. 基于结构系综理论的大气表面层研究 [D]. 2019.