

### 3 HISTOGRAMA

#### 3.1 Construção de Histograma

**Exemplo** (Adaptado de Werkema, cap. 6, pág. 167) Uma fábrica de azulejos recentemente começou a receber reclamações de seus clientes. A maioria das reclamações era relativa aos seguintes problemas:

- Os azulejos, ao serem manuseados, quebravam-se facilmente.
- O assentamento dos azulejos não produzia um resultado uniforme em relação ao nível da parede.

Em vista dessa situação, o gerente de vendas da indústria decidiu formar um grupo de trabalho para estudar estes problemas. Na primeira fase do estudo, o grupo de trabalho concluiu que a produção de azulejos com espessura inadequada poderia ser a causa dos problemas relatados pelos clientes. Esta conclusão resultou do conhecimento dos seguintes fatos:

- Azulejos com espessura muito fina quebram-se facilmente.
- A falta de uniformidade na espessura dos azulejos provoca dificuldades durante o seu assentamento.

Sabe-se que os limites de especificação para a espessura dos azulejos são  $5,0 \pm 1,5$  mm, ou seja, a espessura dos azulejos pode variar entre 3.5 e 6.5 mm, sendo o valor nominal de especificação igual a 5.0 mm. Para avaliar se estavam ocorrendo problemas com a espessura dos azulejos produzidos, o grupo decidiu retirar uma amostra aleatória dos azulejos fabricados pela empresa, medir a espessura destes azulejos e comparar os resultados obtidos com as especificações. Como a indústria emprega duas turmas de trabalho (turmas A e B) e pode haver diferença na qualidade dos azulejos produzidos por cada turma, foi utilizada uma estratificação, sendo então retirada uma amostra de 80 azulejos produzidos pela turma A e 80 pela turma B. Os dados coletados estão digitados no arquivo **Hist\_ex.mtw**.

a) Responda:

Quais as reclamações dos Clientes?

Os azulejos aceitáveis devem ter uma espessura de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_ mm. Estes são os valores de especificação: LIE (Limite Inferior de Especificação) e LSE (Limite Superior de Especificação).

Os azulejos são fabricados por \_\_\_\_ turmas de trabalho.

O plano amostral utilizado pelo grupo de trabalho foi amostragem estratificada de igual tamanho.

b) Abra o arquivo **Hist\_ex. mtw**.

**File → Open worksheet → em Examinar, siga as orientações do seu professor  
→ Hist\_ex. mtw → Abrir → Ok.**

A primeira coluna (C1) contém todas as medidas de espessura. A coluna seguinte (C2) serve para identificar a turma que produziu cada azulejo.

- c) Calcule as medidas descritivas utilizando todos os dados de espessura e complete:
- Tamanho da amostra: \_\_\_\_\_;  
Média aritmética: \_\_\_\_\_ mm;  
Desvio padrão: \_\_\_\_\_ mm;  
Coeficiente de variação: \_\_\_\_\_ %;  
Menor valor: \_\_\_\_\_ mm;  
Primeiro quartil: \_\_\_\_\_ mm;  
Mediana: \_\_\_\_\_ mm;  
Terceiro quartil: \_\_\_\_\_ mm;  
Valor máximo: \_\_\_\_\_ mm;  
Moda: \_\_\_\_\_ mm. Este valor repetiu \_\_\_\_\_ vezes.
- d) Construa um gráfico de pontos utilizando todos os dados e responda: Qual é a forma da distribuição das medidas de espessura dos azulejos produzidos pela fábrica?
- \_\_\_\_\_
- e) Construa um histograma utilizando os dados de espessura dos 160 azulejos. Mostre as freqüências acima de cada coluna e exiba no gráfico os limites de especificação. Para isso, siga os passos:

1. Selecione **Graph** → **Histogram** → Mantenha a opção **Simple** → **Ok**.
2. Selecione a variável **Espessura** para o quadro **Graph variables**.

**Dando um título ao gráfico e mostrando a freqüência absoluta de cada classe**

1. Selecione **Labels**;
2. Digite no quadro **Title** um título apropriado para o seu gráfico;
3. Selecione **Data Labels** → assinale **Use y-value labels** em **Label Type**;
4. Clique **Ok**.

**Traçando os limites de especificação**

1. Selecione **Scale**;
2. Selecione **Reference Lines** → Digite **3,5 6,5** na caixa referente à **Show references lines at data values**;
3. Clique **Ok** → **Ok**.

Responda:

- e1) O histograma possui \_\_\_\_\_ classes;
  - e2) O ponto médio da primeira classe é de \_\_\_\_\_ mm. A freqüência desta classe é de \_\_\_\_\_ azulejo. Os limites desta classe são: \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_ mm (posicione o *mouse* em cima da primeira coluna do histograma e solte)
  - e3) O ponto médio da última classe é de \_\_\_\_\_ mm;
  - e4) A largura da classe (diferença entre dois pontos médios consecutivos ou diferença entre o limite superior e inferior de qualquer classe) é de \_\_\_\_\_ mm.
- f) O histograma não ficou da maneira desejada. Serão necessárias algumas modificações para que ele apresente um formato mais útil para a análise dos dados. Essas modificações serão feitas diretamente no gráfico.

Modifique o histograma fazendo exibir os limites de classe em vez dos pontos médios. Inicie a primeira classe com o limite inferior de 2 mm e faça a última classe

exibir o limite superior de 7,5 mm, com a largura de cada classe de 0,5 mm. Dê nome às linhas de referência: LIE e LSE. Para isso, siga os passos:

**Definindo os limites de classe**

1. No histograma pronto, posicione o cursor em qualquer valor do eixo dos x's. Clique com o botão direito do *mouse* e abra **Edit x Scale** → **Binning**;
2. Selecione **Cutpoint** em **Interval Type** e dentre as opções de **Interval Definition**, selecione **Midpoint/cutpoint positions** e digite **2:7,5/0,5** no quadro correspondente → **Ok**;
3. Se desejar saber os limites inferior e superior de uma determinada classe basta posicionar o cursor na classe desejada (retângulo) e esperar que sejam exibidos os limites do eixo dos x's;
4. Para apresentar todos os limites no gráfico, clique uma vez com o botão direito do *mouse* em cima de qualquer valor do eixo dos x's. Na caixa **Edit X Scale**, selecione **Scale**, e em **Major Tick Positions**, selecione **Position of ticks** e digite **2:7,5/0,5** no quadro correspondente → **Ok**.

**Nomeando os limites de especificação:**

**LIE (Limite Inferior de Especificação) e LSE (Limite Superior de Especificação)**

1. Clique uma vez, com o botão direito do *mouse*, em cima da referência **3,5** (número que aparece acima da linha vertical traçada). Selecione: **Edit X line Label:3,5**;
2. Selecione **Text** e digite **LIE** (que significa Limite Inferior de Especificação) no lugar de **3,5** → **Ok**;
3. Repita os processos acima para a referência **6,5** e digite **LSE** no quadro correspondente ao 6,5;
4. Clique **Ok**.

Responda:

- f1) O histograma anterior possuía 20 classes, o atual possui \_\_\_\_\_ classes.
- f2) A classe com maior número de azulejos possui o limite inferior de \_\_\_\_ mm e o superior de \_\_\_\_ mm.
- f3) A primeira classe possui os limites: \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_, enquanto que a última possui \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_ mm.
- f4) Abaixo do limite inferior de especificação (LIE) temos \_\_\_\_\_ azulejos e acima do limite superior de especificação (LSE) temos \_\_\_\_\_.
- f5) A proporção de azulejos abaixo do limite inferior de especificação é de \_\_\_\_ % e a proporção de azulejos acima do limite superior de especificação é de \_\_\_\_ %.
- f6) A proporção de azulejos fora da especificação é de \_\_\_\_ %.
- f7) A proporção de azulejos fabricados de acordo com a especificação é de \_\_\_\_ %.
- f8) A “espessura não adequada dos azulejos” pode ser considerada como uma causa influente dos problemas detectados? \_\_\_\_\_ (Sim/Não).
- f9) Justifique sua resposta.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- g) Calcule as medidas descritivas usuais para a espessura dos azulejos separada por turma e faça os respectivos histogramas (com os limites de especificação, com os valores das frequências exibidos em cima de cada coluna e com os mesmos limites de classe do histograma anterior). Siga os passos:



1. Selecione **Stat** → **Basic Statistics**;
2. Em **Display Descriptive Statistics**, selecione **Espessura** em **Variables** e **Turma** em **By variables (optional)**;
3. Selecione **Graphs** e marque a opção **Histogram of data** → **Ok** → **Ok**;
4. Clique uma vez com o botão direito do *mouse* em cima de qualquer valor do eixo dos *x*'s no histograma pronto. Selecione **Edit X Scale** → **Binning**. Escolha **Cutpoint** em **Interval Type** e dentre as opções de **Interval Definition**, selecione **Midpoint/Cutpoint positions** e digite **2:7,5/0,5** no quadro correspondente → **Ok**;
5. Caso deseje exibir os limites de cada classe, clique uma vez, com o botão direito do *mouse*, no eixo dos *x*'s do histograma. Dentro da caixa **Edit Scale** selecione **Scale**, e em **Major Tick Positions** selecione **Position of Ticks** e digite **2:7,5/0,5** no quadro correspondente → **Ok**.
6. Para adicionar as linhas de especificação, clique com o botão direito do *mouse* no gráfico e selecione **Add** → **Reference lines**. Digite separando com espaço os valores **3,5** e **6,5** em **Show reference lines at data values** → **Ok**. Clique uma vez, com o botão direito do *mouse*, em cima da referência 3,5. Selecione **Edit X line Label: 3,5**. Selecione **Text** e digite **LIE** no lugar de 3,5 → **Ok**. Repita os processos anteriores para a referência 6,5 e digite **LSE** no quadro correspondente ao valor 6,5 → **Ok**.
7. Clique novamente com o botão direito no gráfico e selecione **Add** → **Data labels**. Mantenha a opção **Use y-value labels** em **Label Type** → **Ok**.

Complete o quadro abaixo e responda às questões (lembre-se que as medidas estão na *Session*):

Quadro 3.1 Sumário das medidas de espessura para as turmas A e B

Medidas	Espessuras para as turmas	
	A	B
Número de observações	80	
Menor valor	2,3	
1º Quartil	3,1	
Mediana	3,8	
3º Quartil	4,475	
Maior valor	5,9	
Média aritmética	3,8575	
Moda	3,1; 3,5	
Desvio padrão	0,8706	
Coeficiente de variação	22,57 %	

- Em média, qual turma produz azulejos com espessura maior? \_\_\_\_\_
- Qual turma produz azulejos mais homogêneos em torno da respectiva média? \_\_\_\_\_. Justifique: \_\_\_\_\_.
- Compare a espessura dos azulejos produzidos pelas duas turmas levando em consideração a proporção de azulejos fora de especificação produzidos por cada turma. A turma A produz \_\_\_\_% abaixo do limite inferior de especificação e a turma B produz \_\_\_\_% acima do limite superior de especificação.

- Você considera que as duas turmas trabalham do mesmo modo ou existe diferença entre a qualidade dos azulejos produzidos pelas duas turmas? Justifique sua resposta.

---



---

- O problema de quebra dos azulejos parece ser comum aos azulejos produzidos pelas duas turmas de trabalho da empresa ou parece estar associado a uma turma específica? Por quê?

---



---

### 3.2 Exercitando o que você aprendeu

#### Resolva o exercício

Apresentamos a seguir as notas finais de uma turma de Estatística, do semestre passado, com 60 alunos.

68	63	51	60	65	73	60	60	67	60
62	49	60	52	61	79	41	60	60	64
27	47	60	85	68	72	75	60	49	26
65	68	70	65	60	75	49	29	74	61
65	38	39	80	42	82	65	38	52	57
53	70	82	76	82	97	31	96	77	75

- Abra o arquivo **Hist\_exp.mtw** que contém os dados.
- Sintetize as notas finais desta turma calculando as medidas descritivas usuais e complete:  
As notas finais dos \_\_\_\_ alunos variaram de um mínimo de \_\_\_\_ a um máximo de \_\_\_\_, com média de \_\_\_\_, mediana de \_\_\_\_ e desvio padrão de \_\_\_\_ pontos. Os 25% melhores alunos ficaram com nota maior ou igual \_\_\_\_ e os 25% piores ficaram com nota menor ou igual a \_\_\_\_ pontos.
- Construa e analise um gráfico de pontos para a variável nota de Estatística.
- Construa um Ramo-e-folhas com um incremento de 10 pontos.

#### Stem-and-Leaf Display: Notas

Stem-and-leaf of Notas N = 60  
Leaf Unit = 1,0

3	2	679
7	3	1889
13	4	127999
18	5	12237
(24)	6	0000000001123455557888
18	7	00234555679
7	8	02225
2	9	67

Com base no gráfico responda:

- d1) A mediana está localizada no \_\_\_\_\_ ramo e a média no \_\_\_\_\_ ramo;
  - d2) \_\_\_\_\_ alunos ficaram com 57 pontos ou menos;
  - d3) \_\_\_\_\_ alunos ficaram com 70 pontos ou mais;
  - d4) \_\_\_\_\_ alunos ficaram com nota de 60 a 68 pontos;
  - d5) \_\_\_\_\_ alunos ficaram com 39 pontos ou menos;
  - d6) A forma da distribuição das notas é: \_\_\_\_\_
- e) Construa um histograma com o limite inferior da primeira classe igual a 20 pontos e a amplitude de classe igual a 10 pontos. Considerando que a nota mínima de aprovação é 60, coloque este limite de especificação no gráfico e calcule a porcentagem de alunos reprovados nessa disciplina de Estatística. Porcentagem de reprovação: \_\_\_\_%

Obs.: Caso você tenha concluído o histograma sem usar a opção **Data Labels** dentro de **Labels**, para exibir as frequências acima de cada coluna, você pode clicar na barra de ferramentas em: **Editor** → **Add** → **Data Labels** → **Ok**.