Processamento Digital de Imagem

Filtragem Espacial

Prof: Emília Alves Nogueira
Ciência da Computação
Universidade Federal de Goiás
E-mail: emiliacdc@hotmail.com

Sumário

- Filtros Digitais no domínio do espaço
- Filtragem Espacial
- Correlação e Convolução
- Convolução
- Máscaras de convolução
- Filtros de Suavização

Sumário

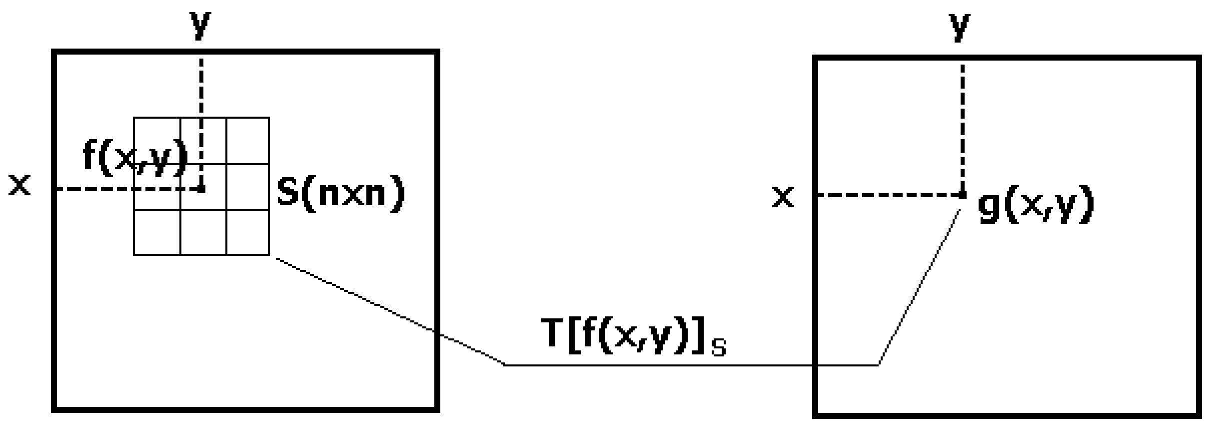
- Filtros Digitais no domínio do espaço
- Filtragem Espacial
- Correlação e Convolução
- Convolução
- Máscaras de convolução
- Filtros de Suavização

UFG CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO JATAÍ

UFG

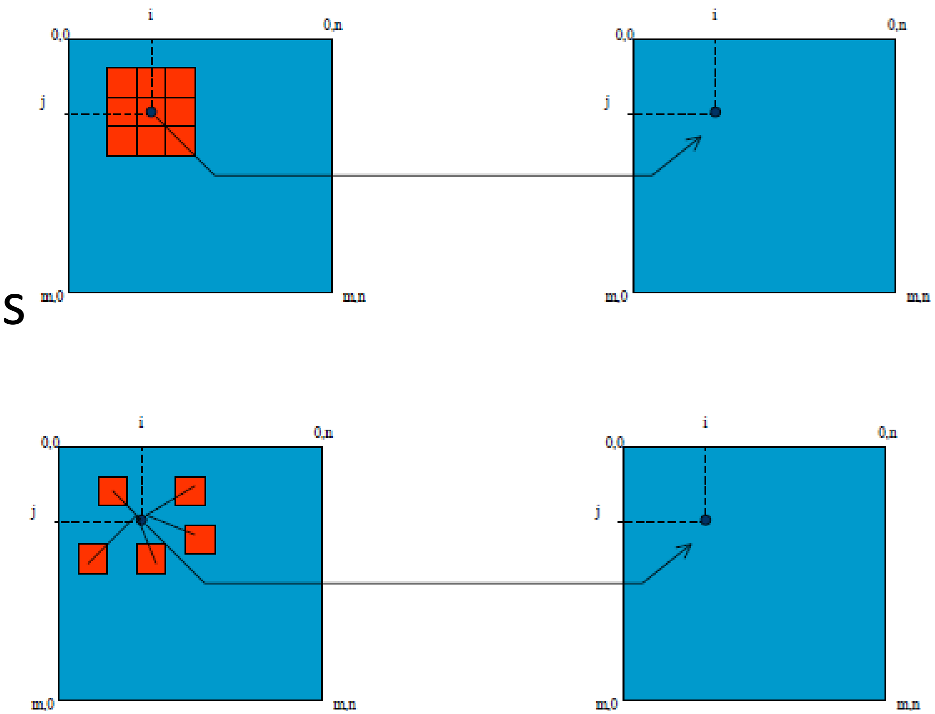
Filtros Digitais no domínio do espaço

- Definição
  - Também conhecidos como operadores locais ou filtros locais
  - Combinam a intensidade de um certo número de pixels, para gerar a intensidade da imagem de saída.



Filtros Digitais no domínio do espaço

- São técnicas baseadas na convolução de
  - templates
    - janelas, matrizes
  - tuplas
    - conjunto de pixels

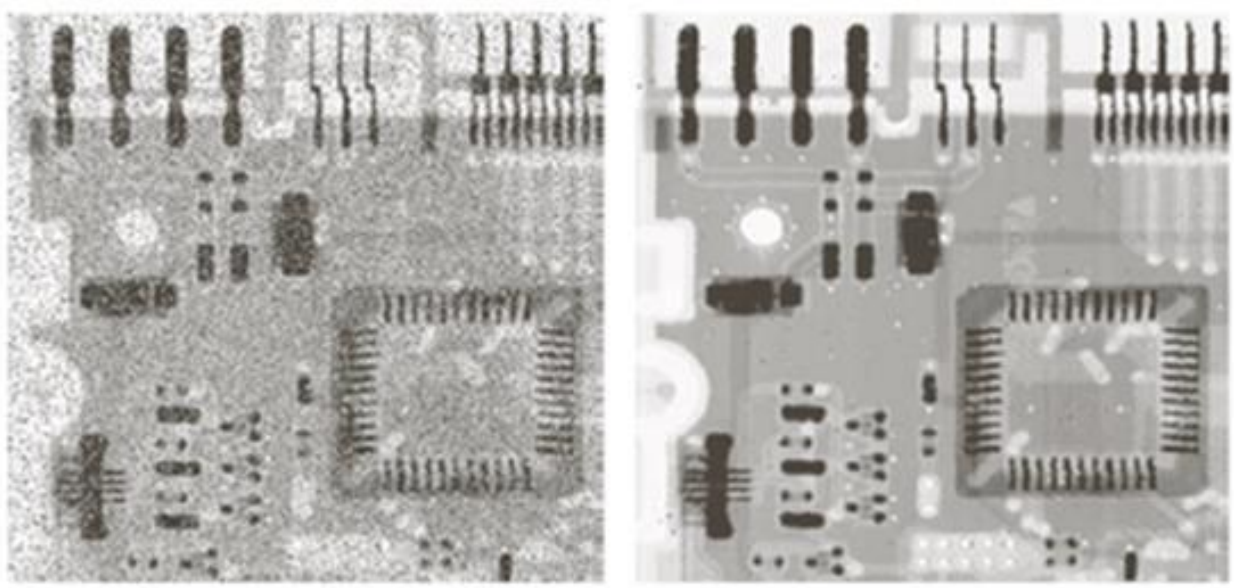


Filtros Digitais no domínio do espaço

- Uma grande variedade de filtros digitais podem ser implementados através da convolução no domínio do espaço
  - São os operadores locais mais utilizados em processamento de imagens, com diversas aplicações
    - Pré-processamento
    - Eliminação de ruídos
    - Suavização
    - Segmentação

Filtros Digitais no domínio do espaço

- Exemplo: remoção de ruído



Sumário

- Filtros Digitais no domínio do espaço
- Filtragem Espacial
- Correlação e Convolução
- Convolução
- Máscaras de convolução
- Filtros de Suavização

Filtragem Espacial

- Refere-se ao plano da imagem
  - Envolve a manipulação direta dos pixels da imagem utilizando uma máscara espacial (kernels, templates, janelas)

$$\frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Valores das máscaras são chamados de coeficientes

  O processo de filtragem é similar a um operação matemática denominada **convolução**

Filtragem Espacial

- Processo de filtragem
- Exemplo: mecânica da filtragem linear espacial usando uma vizinhança 3x3.
  - Em qualquer ponto (x,y) a resposta g(x,y) da filtragem é a soma de produtos dos coeficientes e as intensidades dos pixels :

$$g(x,y) = w(-1,-1)\,f(x-1,y-1) + w(-1,0)\,f(x-1,y) + \ldots$$
$$+\, w(0,0)\,f(x,y) + \ldots + w(1,1)\,f(x+1,y+1)$$

CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO JATAÍ

UFG

Filtragem Espacial

- Processo de filtragem
- Observa-se que o coeficiente central do filtro, *w*(*0,0*), alinha com o pixel na posição *(x,y*).
- Em geral uma filtragem linear espacial de uma imagem *M*x*N* com um filtro de tamanho *m*x*n* é dada por:

$$g(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)\,f(x+s,y+t)$$

$$a=(m-1)/2 \qquad b=(n-1)/2$$

- Onde *x* e *y* são variados tal que cada pixel em *w* visite todos os pixel em *f*.

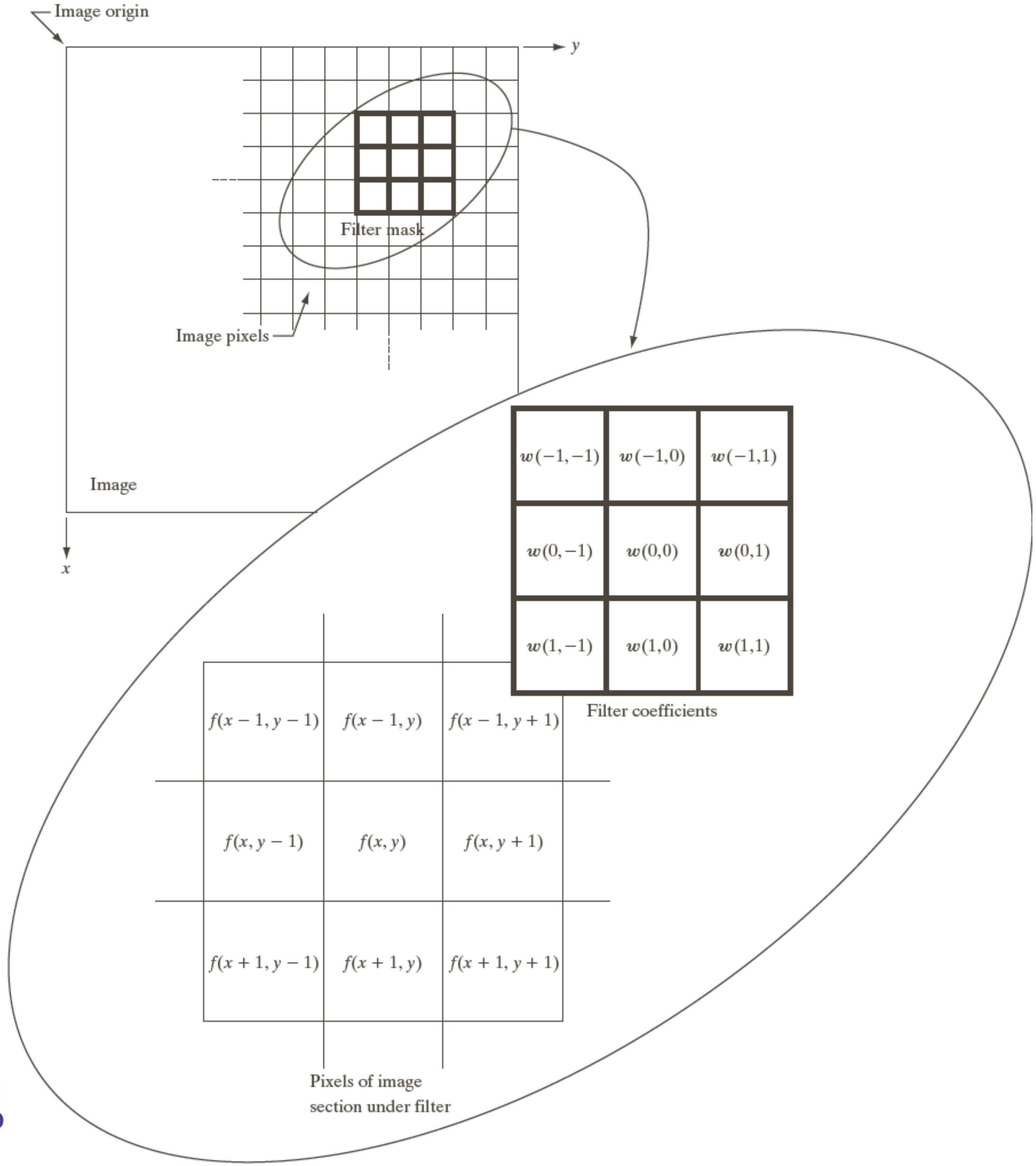
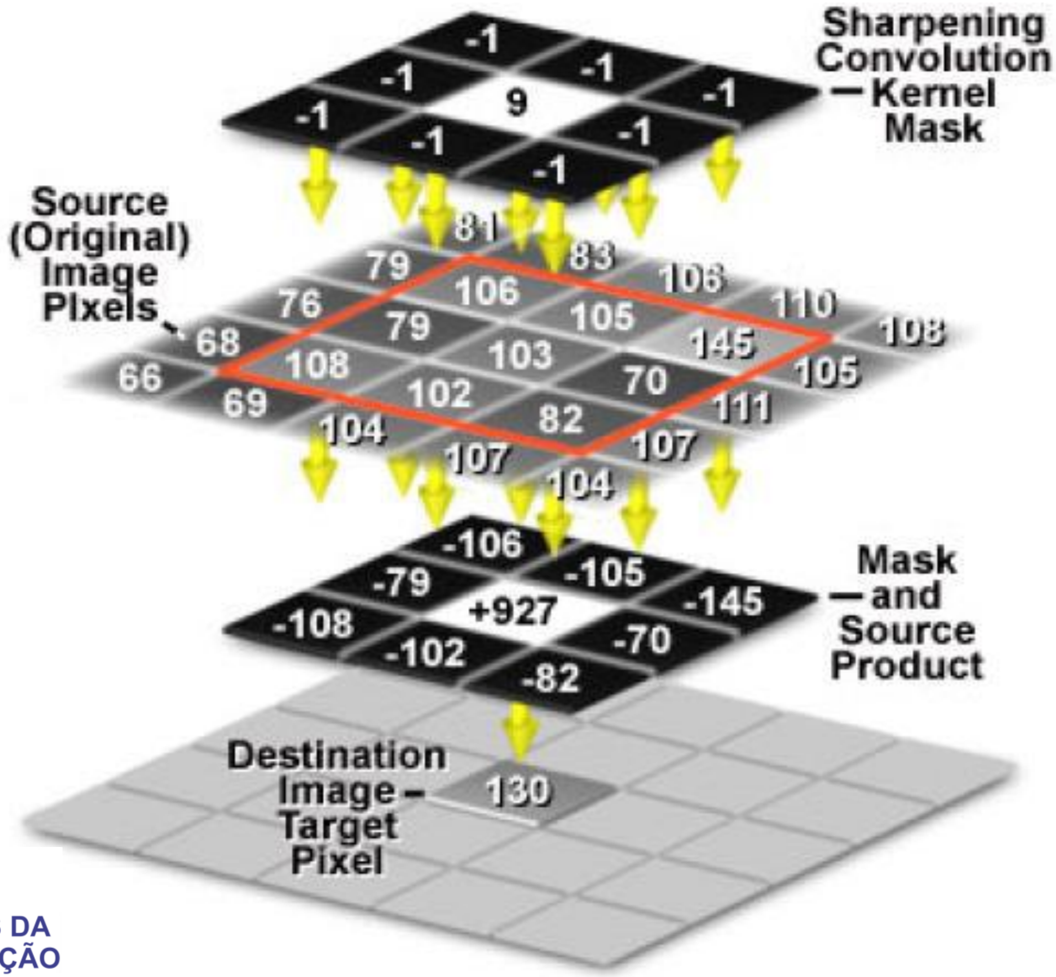


Image origin
y
Filter mask
Image pixels
Image
x
w(−1,−1)
w(−1,0)
w(−1,1)
w(0,−1)
w(0,0)
w(0,1)
w(1,−1)
w(1,0)
w(1,1)
Filter coefficients
f(x − 1, y − 1)
f(x − 1, y)
f(x − 1, y + 1)
f(x, y − 1)
f(x, y)
f(x, y + 1)
f(x + 1, y − 1)
f(x + 1, y)
f(x + 1, y + 1)
Pixels of image
section under filter

Filtragem Especial

- Processo de filtragem



CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO JATAÍ

UFG

Sumário

- Filtros Digitais no domínio do espaço
- Filtragem Espacial
- Correlação e Convolução
- Convolução
- Máscaras de convolução
- Filtros de Suavização

Correlação e Convolução

- Existem dois conceitos matemáticos importantes e que estão relacionados com a filtragem espacial: **correlação** e **convolução**
- Correlação
  - Desloca-se a máscara sobre a imagem e calcula-se a soma dos produtos em cada local
- Convolução
  - Mesmo processo que a correlação, exceto que a máscara é antes espelhada (rotacionada em 180º)

Correlação e Convolução

- Equações para máscaras de tamanho *m x n*
- Correlação

$$w(x,y) \circ f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)$$

- Convolução

$$w(x,y) * f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x-s, y-t)$$

Espelhamento ou rotação, feito na imagem

$$a = (m-1)/2 \qquad b = (n-1)/2$$

Correlação e Convolução

- Observações
  - As equações devem ser avaliadas para todas as posições *x* e *y* da imagem
  - Se a máscara for simétrica, os resultados da convolução e da correlação são os mesmos
    - No geral, em aplicações de processamento de imagens, as máscaras são simétricas sendo correlação e convolução consideradas como a mesma coisa.

Exemplo 1D

	Correlação	Convolução	
	Origem f w	Origem f w rotacionado 180°	
(a)	0 0 0 1 0 0 0 0 1 2 3 2 8	0 0 0 1 0 0 0 0 8 2 3 2 1	(i)
(b)	0 0 0 1 0 0 0 0	0 0 0 1 0 0 0 0	(j)
	1 2 3 2 8	8 2 3 2 1	
	Posição inicial do alinhamento		
	Preenchimento com zeros		
(c)	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	(k)
	1 2 3 2 8	8 2 3 2 1	
(d)	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	(l)
	1 2 3 2 8	8 2 3 2 1	
	Posição após um deslocamento		
(e)	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	(m)
	1 2 3 2 8	8 2 3 2 1	
	Posição após quatro deslocamentos		
(f)	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	(n)
	1 2 3 2 8	8 2 3 2 1	
	Posição final		
	Resultado da correlação completa	Resultado da convolução completa	
(g)	0 0 0 8 2 3 2 1 0 0 0 0	0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0	(o)
	Resultado da correlação após recorte	Resultado da convolução após recorte	
(h)	0 8 2 3 2 1 0 0	0 1 2 3 2 8 0 0	(p)

Exemplo 2D

Origem $f(x, y)$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$w(x, y)$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$$

(a)

f preenchida com zeros

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(b)

Posição inicial de *w*

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(c)

Resultado da correlação completa

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(d)

Resultado da correlação após recorte

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 7 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(e)

w rotacionado

$$\begin{matrix} 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(f)

Resultado da convolução completa

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(g)

Resultado da convolução após recorte

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(h)

UFG

Sumário

- Filtros Digitais no domínio do espaço
- Filtragem Espacial
- Correlação e Convolução
- Convolução
- Máscaras de convolução
- Filtros de Suavização

Convolução

- Nas máscaras de organização par (2 x 2, 4 x 4 , ...) o resultado é colocado sobre o primeiro pixel
- Nas máscaras de organização ímpar (3 x 3, 5 x 5, ...) o resultado é colocado sobre o pixel de centro

Convolução

- O custo computacional da convolução é alto
  - Em um imagem de tamanho *M x M* e máscara *N x N*, o número de multiplicações é de M^2N^2
  - Exemplo: imagem de 512 x 512 e máscara de 16 x 16 = 67.108.864 multiplicações.
- Alternativa: domínio da frequência (Fourier)
  - Só é justificável se a máscara for maior do que 32 x 32

Sumário

- Filtros Digitais no domínio do espaço
- Filtragem Espacial
- Correlação e Convolução
- Convolução
- Máscaras de convolução
- Filtros de Suavização

Máscaras de convolução

- O tamanho da máscara e os valores de seus coeficientes definem o tipo de filtragem produzido
- Exemplos
  - Passa Baixa e média espacial (suavização)
  - Filtragem mediana
  - Passa Alta (realce)
  - Passa banda
  - Gradientes (robert, sobel, etc): detectores de borda

Filtros de Suavização

- Também chamados de filtros passa-baixa
  - Utiliza uma máscara que realiza a média da vizinhança.
  - Numa máscara de média, os coeficiente são positivos e a soma deles é igual a 1
  - Quanto maior a máscara maior efeito de borramento
- Exemplos de máscaras

$$\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{32}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 16 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Sumário

- Filtros Digitais no domínio do espaço
- Filtragem Espacial
- Correlação e Convolução
- Convolução
- Máscaras de convolução
- Filtros de Suavização

Filtros de Suavização

- São filtros usados para borramento

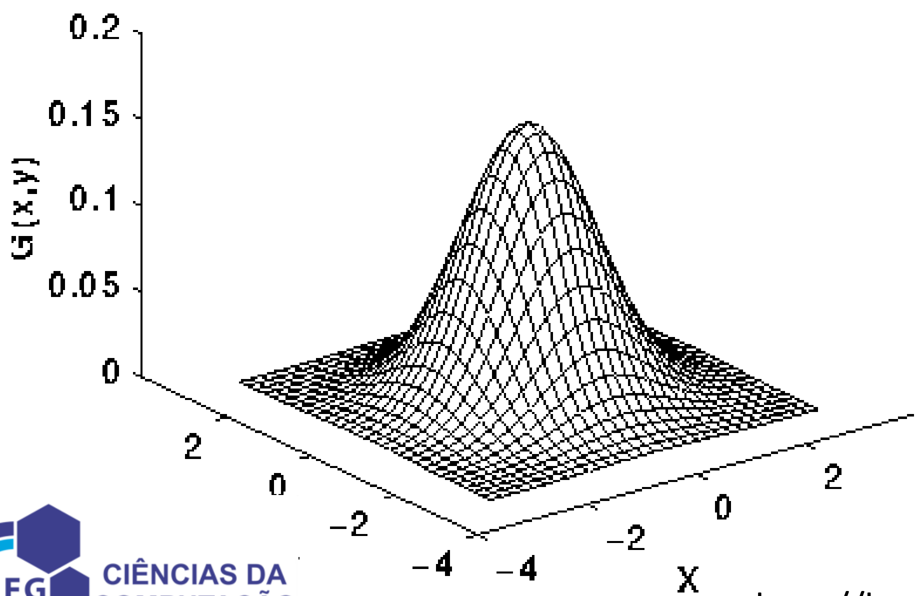
Filtros de Suavização

- São filtros usados para a redução de ruídos

Filtros de Suavização

- Filtro Gaussiano
  - Utiliza a função gaussiana para o cálculo dos coeficientes da máscara

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



Máscara (sigma = 1)

$\frac{1}{273}$

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO JATAÍ

http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/gsmooth.htm

UFG

Filtros de Suavização

- Gerando a máscara do filtro Gaussiano

```
% Função gaussiana 2D com média
% zero e desvio sigma
function g = GaussXY(x,y,sigma)

  fator = (1/sqrt(2*pi*(sigma^2)));

  g = fator*exp( -(x.^2 + y.^2) ...
              /(2*(sigma.^2)));

end
```

result ~=

10^{-3} *

23	34	38	34	23
34	49	56	49	34
38	56	63	56	38
34	49	56	49	34
23	34	38	34	23

```
% Máscara 5x5
result = zeros(5,5);
a = 2; b = 2;

sigma = 1;

for x=-a:a
  for y=-b:b
    result(x+a+1,y+b+1) ...
      = GaussXY(x,y,sigma);
  end
end

%normalizando o resultado
result = result./sum(result(:));
```

UFG

Filtros de Suavização

- Filtro de mediana
  - Mediana: valor que ocupa a posição central de um conjunto
  - Trata-se de um filtro não linear: não é feita a convolução de uma máscara
  - A intensidade de cada pixel é substituída pela mediana das intensidades na vizinhança daquele pixel.
    - Ex: o ponto de valor 51 é um ruído:

1	2	2	3	0
0	51	3	1	2
0	3	2	0	1
2	1	0	3	1
3	0	1	2	3

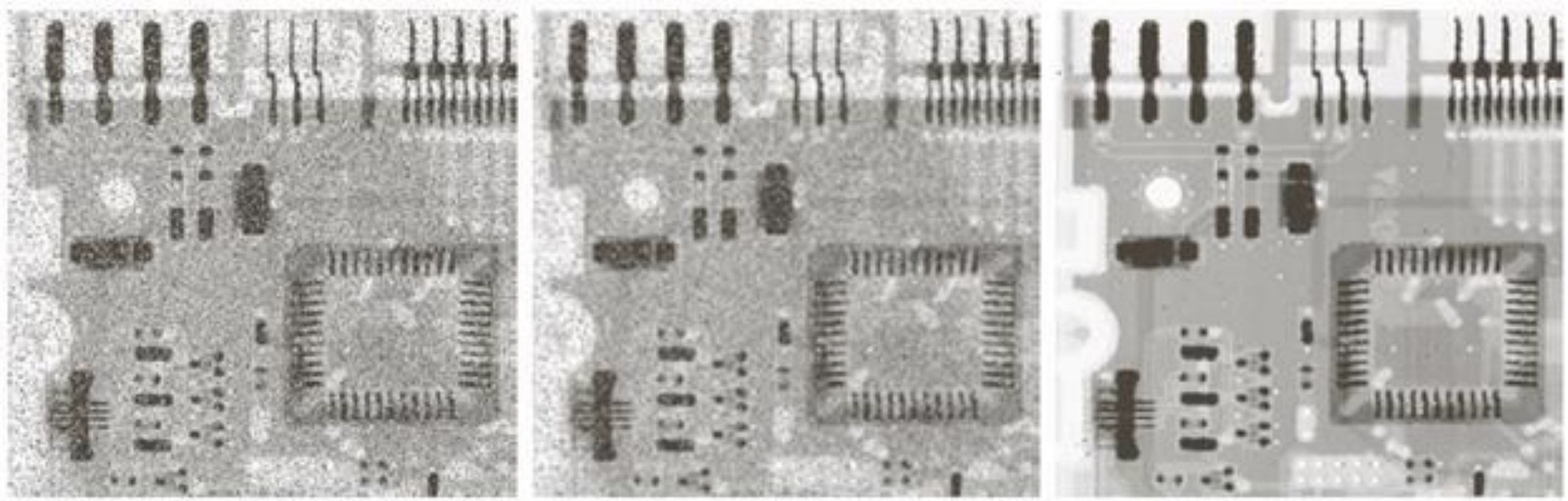
→ **0 - 0 - 1 - 2 - 2 - 2 - 3 - 3 - 51**

numa vizinhança 3x3 a mediana é o quinto maior valor;
numa vizinhança 5x5, é o 13^0 valor; e assim por diante.

CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO JATAÍ
UFG

Filtros de Suavização

- Filtro de mediana



Original Filtro de média 3x3 Filtro de mediana 3x3

Exercícios

- Convoluir a mão a função *f* com a máscara *w*, onde:

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad w = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Implemente e aplique o filtro da mediana 3x3 na imagem ***"lena_ruido.bmp"***. Exiba a imagem com e sem ruído na mesma janela.

CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO JATAÍ

UFG