Министерство образования Республики Беларусь

Учреждения образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра ИИТ

Лабораторная работа №4

По дисциплине МОИС за 1 семестр

«Группы»

Выполнил

Студент группы ИИ-21

Кирилович А. А.

Проверил

Козинский А.А.

Брест 2023

***Задание 1.***

1. Представить заданную подстановку произведением независимых циклов. Варианты заданий указаны в таблице 1. Подстановка из 6 элементов задана в таблице 1 второй строкой подстановки. Например: подстановка записана в таблице как .
2. Определить степень заданной подстановки.
3. Определить четность подстановки:  
   - через число транспозиций в разложении подстановки в произведение транспозиций;  
   - через число инверсий в подстановке.
4. Задания реализовать программно.

#include "../graph\_LIB.hh"

int main()

{

convert c;

alg a;

// 1 2 3 4 5 6

// 5 4 2 6 3 1

VEC1 perm = {5, 4, 2, 6, 3, 1};

VEC1 nodes = perm;

int i = 1;

for (auto it = nodes.begin(); it != nodes.end(); it += 1)

{

it = nodes.insert(it + 1, i);

i++;

}

VEC2 matrix = c.adjancy(nodes, perm.size());

int n\_comp = a.conCompDFS\_strong(matrix, 0);

VEC2 cycles(n\_comp);

a.conCompDFS\_strong(matrix, cycles, 3);

VEC1 sizes;

int numInversions = 0, numTranspositions = 0;

for (int i = 0; i < n\_comp; i++)

{

sizes.push\_back(cycles[i].size());

std::cout << "Cycle " << i + 1 << ": ";

for (int j = 0; j < cycles[i].size(); j++)

{

std::cout << cycles[i][j] + 1 << " ";

}

std::cout << std::endl;

}

std::cout << "Degree of substitution: " << a.lcm\_n(sizes) << std::endl;

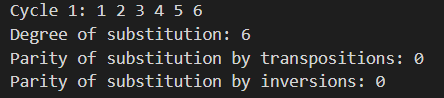
std::cout << "Parity of substitution by transpositions: " << \

(a.getNumTranspositions(perm) % 2 == 0) << std::endl;

std::cout << "Parity of substitution by inversions: " << \

(a.getNumInversions(perm, 0, perm.size() - 1) % 2 == 0) << std::endl;

}



***Задание 2.***

Для заданной в таблице 1 группы:

1. Построить таблицу Кэли. Определить нейтральный элемент. Для каждого элемента группы указать обратный элемент.

| **\*** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 2 | 5 | 8 | 11 | 1 | 4 | 7 | 10 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 3 | 7 | 11 | 2 | 6 | 10 | 1 | 5 | 9 |
| 5 | 5 | 10 | 2 | 7 | 12 | 4 | 9 | 1 | 6 | 11 | 3 | 8 |
| 6 | 6 | 12 | 5 | 11 | 4 | 10 | 3 | 9 | 2 | 8 | 1 | 7 |
| 7 | 7 | 1 | 8 | 2 | 9 | 3 | 10 | 4 | 11 | 5 | 12 | 6 |
| 8 | 8 | 3 | 11 | 6 | 1 | 9 | 4 | 12 | 7 | 2 | 10 | 5 |
| 9 | 9 | 5 | 1 | 10 | 6 | 2 | 11 | 7 | 3 | 12 | 8 | 4 |
| 10 | 10 | 7 | 4 | 1 | 11 | 8 | 5 | 2 | 12 | 9 | 6 | 3 |
| 11 | 11 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 12 | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 |
| 12 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Нейтральный элемент - это элемент множества, который не изменяет значение другого элемента при выполнении некоторой операции.

Для данной группы нейтральный элемент – 1.

Обратными элементами будут та пара чисел в результате которых образовался нейтральный элемент, то есть 1.

1: 1; 2: 7; 3: 9; 4: 10; 5: 8; 6: 11; 7: 2; 8: 5; 9: 3; 10: 4; 11: 6; 12: 12;

1. Определить является ли группа циклической, указать порядок каждого элемента в группе.

Элемент: Порядок: Подгруппа

1: 1: {1}

2: 12: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

3: 3: {9, 3, 1}

4: 6: {1, 3, 4, 9, 10, 12}

5: 4: {8, 1, 12, 5}

6: 12: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

7: 12: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

8: 4: {8, 1, 12, 5}

9: 3: {9, 3, 1}

10: 6: {1, 3, 4, 9, 10, 12}

11: 12: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

12: 2: {1, 12}

Т. к. есть такие элементы, порядок которых равен 12, эта группа является циклической.

1. Указать все подгруппы заданной группы и их порядок. Определить порождающие элементы для подгрупп. Для одной из подгрупп построить таблицу Кэли.

| **\*** | **1** | **12** |
| --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 12 |
| 12 | 12 | 1 |

1. Разложить группу на левые смежные классы по каждой из подгрупп. Построить фактор множества для группы по каждой из подгрупп.

Подгруппа {1}:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Фактор – множество для {1}: {1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}, {10}, {11}, {12}

Подгруппа {9, 3, 1}:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 2 | 5 | 8 | 11 | 1 | 4 | 7 | 10 |
| 9 | 5 | 1 | 10 | 6 | 2 | 11 | 7 | 3 | 12 | 8 | 4 |

Фактор – множество для {9, 3, 1}: {9, 3, 1}, {2, 5, 6}, {10, 12, 4}, {8, 11, 7}

Подгруппа {8, 1, 12, 5}:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 5 | 10 | 2 | 7 | 12 | 4 | 9 | 1 | 6 | 11 | 3 | 8 |
| 8 | 3 | 11 | 6 | 1 | 9 | 4 | 12 | 7 | 2 | 10 | 5 |
| 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Фактор – множество для {8,1,12,5}: {8,1,12,5}, {11, 10, 2, 3}, {9, 4, 6, 7}

Подгруппа {1, 3, 4, 9, 10, 12}:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 2 | 5 | 8 | 11 | 1 | 4 | 7 | 10 |
| 4 | 8 | 12 | 3 | 7 | 11 | 2 | 6 | 10 | 1 | 5 | 9 |
| 9 | 5 | 1 | 10 | 6 | 2 | 11 | 7 | 3 | 12 | 8 | 4 |
| 10 | 7 | 4 | 1 | 11 | 8 | 5 | 2 | 12 | 9 | 6 | 3 |
| 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Фактор – множество для {1, 3, 4, 9, 10, 12}: {1, 3, 4, 9, 10, 12}, {2, 5, 6, 7, 8, 11}

Подгруппа {1, 12}:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Фактор – множество для {1, 12}: {1, 12}, {2, 11}, {10, 3}, {9, 4}, {8, 5}, {6, 7}

1. Построить таблицу Кэли для фактор-группы по одной из подгрупп.

***Задание 3.***

Построить гомоморфизм групп . Дать гомоморфизму характеристику:  
- ;

- ; 