

TWO WAY RANGING (TWR) 详解：TWR的各种分类，优势，误差分析（附公式推导）

TWO WAY RANGING(TWR)的分类

根据测距方式和计算方式，严格意义上Two way ranging(TWR)可以被分为四类，分别为：

- Single-Sided TWR(SS-TWR)
- Symmetric Double-Sided TWR(SDS-TWR)
- Alternative Double-Sided TWR(AltDS-TWR)
- Asymmetric Double-Sided TWR(ADS-TWR)

根据发送包的数量的不同，可以分为**single side**和**double side**

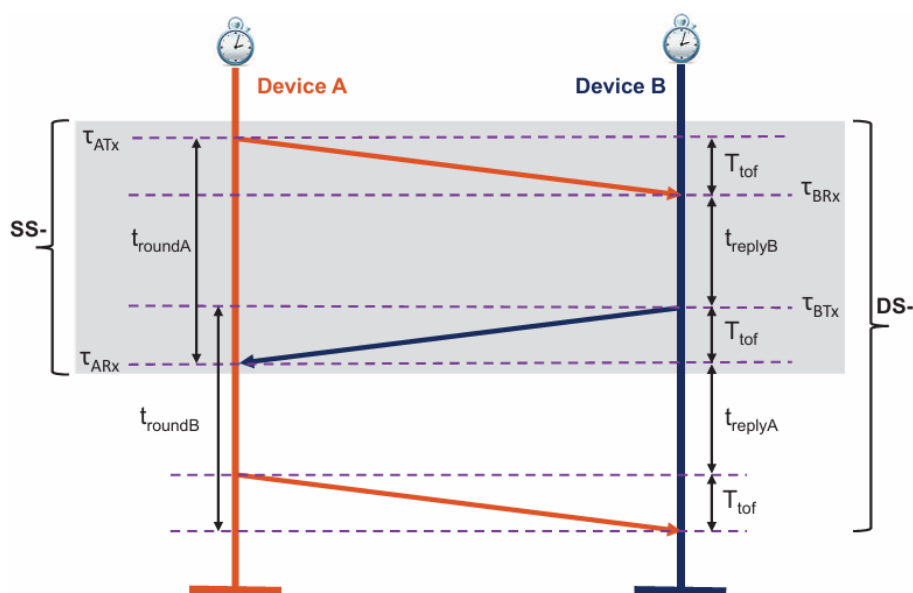


Figure 1. Illustration of single- and double-sided Two-Way Ranging (TWR) methods (©2018 IEEE. Reprinted with permission).

如图所示，在single-sided TWR中，设备A发Poll请求，设备B收到Poll请求后经过 T_{reply1} 后发Response,只在设备A处经历了一个round

在double-sided TWR中，设备A发Poll请求，设备B收到Poll请求后经过 T_{reply1} 后发Response,在设备A收到Response后经过 T_{reply2} 后再发Final ACK，设备B收到Final ACK后结束DS-TWR，在设备A和设备B处分别经历了一个round

根据左右两边的**replay time**是否相同，可以分为**symmetric**和**asymmetric**

如果 t_{replyB} 和 t_{replyA} 相同，那么就是**symmetric**

如果 t_{replyB} 和 t_{replyA} 不同，那么就是**asymmetric**

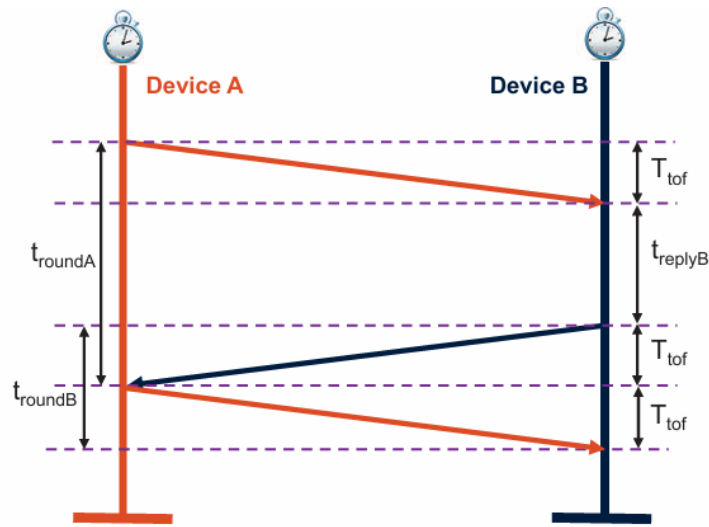


Figure 2. Illustration of the asymmetric double-sided TWR method (©2018 IEEE. Reprinted with permission).

如图所示，便是**asymmetric**的一种极端情况，其中 t_{replyA} 为0。这种情况主要是为了在实现 AltDS-TWR和SDS-TWR的表现的同时，尽量减少TWR的测距时间

根据在**SDS-TWR**中采用的算法的区别，可以分为**traditional**和**alternative**，也就是传统的**SDS-TWR**和**AltDS-TWR**在接下来会详细说明

TWO WAY RANGING(TWR)的误差分析

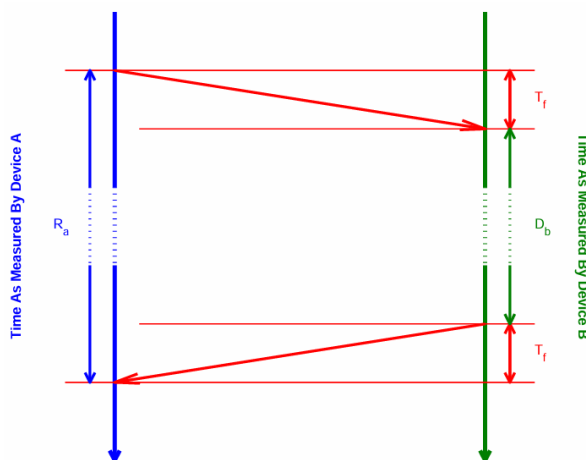


Fig. 1. Two-way ranging exchange

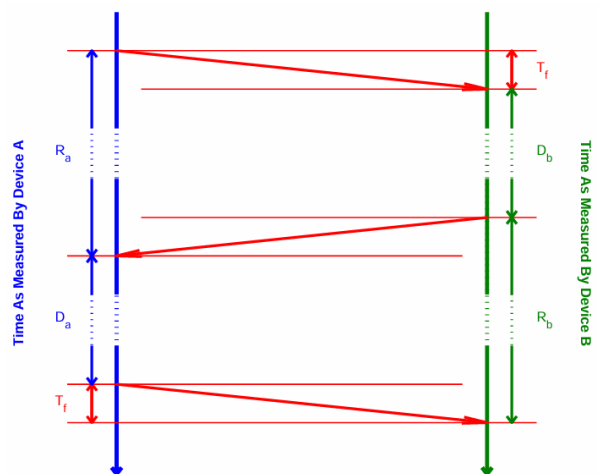


Fig. 2. Double-sided two-way ranging exchange

影响TWR测量的因素主要有以下三点：

1.Clock Shift

2.Antenna Delay

3.Multipath Effect

其中，clock drift是其中的主导因素

因为两边的设备都有各自独立且未经同步的时钟，因此两边的设备都将会被time reference上的不完美所影响

尽管clock drift很大程度上依赖于所选择的timing reference，但是IEEE 802.15.4a standard提供的clock drift会限制在 ± 20 ppm

Single-Sided TWR(SS-TWR)

SS-TWR的过程如图1所示，SS-TWR对于飞行时间的估计可以由下式得到：

$$T_f = \frac{1}{2}(R_a - D_b) \quad (1)$$

假设设备A的时钟偏移为 e_a ，设备B的时钟偏移为 e_b ，那么我们有

$$\begin{aligned} \hat{R}_a &= (1 + e_a)R_a \\ \hat{D}_b &= (1 + e_b)D_b \\ \hat{T}_f &= \frac{1}{2}(\hat{R}_a - \hat{D}_b) \end{aligned} \quad (2)$$

误差也就是

$$\hat{T}_f - T_f = \frac{1}{2}(\hat{R}_a - \hat{D}_b) - \frac{1}{2}(R_a - D_b) = \frac{1}{2}(e_a R_a - e_b D_b) \quad (3)$$

因为

$$R_a = 2T_f + D_b \quad (4)$$

所以

$$\hat{T}_f - T_f = \frac{1}{2}(e_a R_a - e_b D_b) = e_a T_f + \frac{1}{2}(e_a - e_b)D_b \quad (5)$$

通常而言，飞行时间 T_f 是几十到100纳秒，然而 D_b 是毫秒的数量级（reply delay是由即将发送的包的长度和测量电路，控制逻辑共同决定），因此不难看出在这个误差中， D_b 占据了主导因素

假设reply delay可以低至1 ms，在IEEE 802.15.4a协议中($e_a - e_b$)最差的情况下是 ± 40 ppm

只考虑reply delay的影响，在上面方程中的飞行时间的误差至少是20ns

$$\frac{1}{2}(e_a - e_b)D_b = \frac{1}{2} * 40 * 10^{-6} * 1 * 10^{-3} = 20 * 10^{-9} s$$

20ns的一个时间误差对应的距离是

$$d = 20 * 10^{-9} * 3 * 10^8 = 6m$$

显然对于一个室内的Real Time Localization System(RTLS)来说，这个误差是不可接受的

大部分的RTLS要求测距误差在 ± 10 cm以内，对应的时间误差也就是 $\pm \frac{1}{3}$ ns

在当前假设下，我们需要对时间误差的结果提高至少60倍。但是reply delay几乎不可能继续减少，而且想要实现更准确的timing reference，例如1ppm的timing reference在许多mobile systems中也不现实（因为需要expensive, power-hungry的Temperature Compensated Crystal Oscillators(TCXOs)）。

Symmetric Double-Sided TWR（SDS-TWR）

因此，为了提高测距的准确性，我们引入了另一次的报文交换，也就是DS-TWR这种测距方式，如图2所示

和SS-TWR相似，我们可以得到以下方程

$$\begin{aligned} R_a &= 2T_f + D_b \\ R_b &= 2T_f + D_a \end{aligned} \tag{6}$$

将两个方程的左右两边相加，我们可以得到

$$T_f = \frac{1}{4}(R_a + R_b - D_a - D_b) \tag{7}$$

假设设备A的时钟偏移为 e_a ，设备B的时钟偏移为 e_b ，那么我们有

$$\begin{aligned} \hat{R}_a &= (1 + e_a)R_a \\ \hat{D}_b &= (1 + e_b)D_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{R}_b &= (1 + e_b)R_b \\ \hat{D}_a &= (1 + e_a)D_a\end{aligned}\tag{8}$$

在考虑时钟偏移的情况下，我们可以得到

$$\hat{T}_f = \frac{1}{4}(\hat{R}_a + \hat{R}_b - \hat{D}_a - \hat{D}_b)\tag{9}$$

飞行时间的测量误差为：

$$\begin{aligned}\hat{T}_f - T_f &= \frac{1}{4}(\hat{R}_a + \hat{R}_b - \hat{D}_a - \hat{D}_b) - \frac{1}{4}(R_a + R_b - D_a - D_b) \\ &= \frac{1}{4}e_a(R_a - D_a) + \frac{1}{4}e_b(R_b - D_b) \\ &= \frac{1}{2}(e_a + e_b)T_f + \frac{1}{4}(e_a - e_b)(D_b - D_a)\end{aligned}\tag{10}$$

很显然，当 D_a 和 D_b 两个reply delay相等的时候，测量误差将要被最小化，在这种情况下右手边的第二项将为0，因此这就是Symmetric Double Side Two Way Ranging（SDS-TWR）

但是在实际中，我们很难让 D_a 和 D_b 对称（完全相同），因为当包被接收时，reply delay便开始计时，这个时间点随机发生相对于时钟的clock edges。以Decawave的DW 1000 IC为例，它使用125MHz的时钟，所以在 D_a 和 D_b 之间的时间差将在0-8ns内均匀分布

和之前分析一样，根据IEEE 802.15.4a， $(e_a - e_b)$ 和 $(e_a + e_b)$ 的值均应该在40 ppm之间，因此右手边第二项时间的测量误差的最大值为

$$\frac{1}{4}(e_a - e_b)(D_b - D_a) = \frac{1}{4} * 40 * 10^{-6} * 8 * 10^{-9} = 80 * 10^{-15}s = 80fs$$

对应的测距误差为

$$80 * 10^{-15} * 3 * 10^8 = 24 * 10^{-6}m = 24\mu m$$

假设 T_f 是 x ms,右手边第一项的值

$$\frac{1}{2}(e_a + e_b)T_f = \frac{1}{2} * 40 * 10^{-6} * x * 10^{-6} = 20x * 10^{-12} = 20x ps$$

对应的测距误差为

$$20x * 10^{-12} * 3 * 10^8 = 6x * 10^{-3}m = 6x mm$$

所以，从这个误差计算的过程中，我们可以清晰的看到SDS-TWR把由于时钟漂移造成的误差控制在了可接受的范围内以及DS-TWR相比SS-TWR的优势所在

Alternative Double-Sided TWR (AltDS-TWR)

但是在很多实际应用中，需要相同的reply delay是很难做到的，这意味着三个包不得不以准确的计时器发送，但是在未经协调的网络中，包与包的碰撞很容易发生，使得这整个过程也不得不重新进行，进一步的阻塞整个网络。同时，由于要求两次reply delay的时间相同，这也要求整个TWR报文交换的过程需要比之前需要的时间更长

因此，如果我们可以放松对于timing的要求，那么整个网络的吞吐量就很容易增加。

为了解决equal reply delay的需求，另一种TWR的处理方式被引入，它就是Alternative Double-Sided TWR

AltDs-TWR和SDS-TWR发送包的pattern和process是完全相同的，不同的是最终对于飞行时间估计方式

因此(6)式依然成立，不同与(7)式对于方程左右两边相加，AltDS-TWR将(6)式里面的两个方程左右相乘，

我们可以得到

$$R_a R_b = (2T_f + D_b)(2T_f + D_a) \quad (11)$$

我们把右边与 T_f 无关的项移至左边，可以得到

$$R_a R_b - D_a D_b = 2T_f(2T_f + D_a + D_b) \quad (12)$$

因为

$$2T_f + D_a + D_b = R_a + D_b = R_b + D_a \quad (13)$$

所以式(12)还可以被写为

$$\begin{aligned} R_a R_b - D_a D_b &= 2T_f(2T_f + D_a + D_b) \\ &= 2T_f(R_a + D_a) \\ &= 2T_f(R_b + D_b) \\ &= T_f(R_a + R_b + D_a + D_b) \end{aligned} \quad (14)$$

因此，对于 T_f 的估计为：

$$T_f = \frac{R_a R_b - D_a D_b}{R_a + R_b + D_a + D_b}$$

假设设备A的时钟偏移为 e_a ，设备B的时钟偏移为 e_b ，那么我们有

$$\begin{aligned} \hat{R}_a &= (1 + e_a)R_a \\ \hat{D}_b &= (1 + e_b)D_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{R}_b &= (1 + e_b)R_b \\ \hat{D}_a &= (1 + e_a)D_a\end{aligned}\tag{15}$$

在考虑时钟偏移的情况下，我们可以得到

$$\begin{aligned}\hat{T}_f &= \frac{\hat{R}_a\hat{R}_b - \hat{D}_a\hat{D}_b}{2(\hat{R}_a + \hat{D}_a)} \\ &= \frac{\hat{R}_a\hat{R}_b - \hat{D}_a\hat{D}_b}{2(\hat{R}_b + \hat{D}_b)} \\ &= \frac{\hat{R}_a\hat{R}_b - \hat{D}_a\hat{D}_b}{\hat{R}_a + \hat{R}_b + \hat{D}_a + \hat{D}_b}\end{aligned}\tag{16}$$

(16)式也可以写为

$$\begin{aligned}\hat{T}_f &= \frac{e_a e_b (R_a R_b - D_a D_b)}{2e_a (R_a + D_a)} = k_b T_f \\ &= \frac{e_a e_b (R_a R_b - D_a D_b)}{2e_b (R_b + D_b)} = k_a T_f\end{aligned}\tag{17}$$

飞行时间的测量误差为：

$$\hat{T}_f - T_f = e_b T_f = e_a T_f\tag{18}$$

从（18）式，我们可以看出在AltDS-TWR这种方法中，飞行时间的测量误差不在与reply delay有关

这也是AltDS-TWR相比于SDS-TWR的优势所在之一：

AltDS-TWR比**SDS-TWR**更加鲁棒，传统的对称的**SDS-TWR**这种方法需要两侧的**reply delay**相同，然而**AltDS-TWR**可以在任何情况下都实现一个好的表现。

同时我们也可以看出

$$Error = e_b T_f = e_a T_f\tag{19}$$

最终的测量误差实际上只与其中的某个设备有关，我们也可以利用这个事实。如果某个设备具有更好的表现力，我们便可以利用这个设备进行计算，从而实现更准确的测量。

误差对比

METHOD	ERROR	RANGING REQUIRMENT
SS-TWR	$e_a T_f + \frac{1}{2}(e_a - e_b)D_b$	
DS-TWR	$\frac{1}{2}(e_a + e_b)T_f + \frac{1}{4}(e_a - e_b)(D_b - D_a)$	$D_b = D_a$
AltDS-TWR	$e_b T_f \text{ OR } e_a T_f$	

参考文献

[1] Neiryneck, D., Luk, E., & McLaughlin, M. (2016, October). An alternative double-sided two-way ranging method. In *2016 13th workshop on positioning, navigation and communications (WPNC)* (pp. 1-4). IEEE.

[2] Lian Sang, C., Adams, M., Hörmann, T., Hesse, M., Pörmann, M., & Rückert, U. (2019). Numerical and experimental evaluation of error estimation for two-way ranging methods. *Sensors*, 19(3), 616.