双 AOA 定位解决方案

Ruihan LIU

October 2025

1 Introduction

2 方程组描述

已知参数：

- 接收端位置 (x_r, y_r)
- 接收端朝向 α
- 直接路径到达角 θ_1
- 反射路径到达角 θ_2
- 直接路径发射端离开角 ϕ_1
- 反射路径发射端离开角 ϕ_2
- 反射路径与直接路径的长度差 K_1

未知参数：

- 发射端位置 (x, y)
- 发射端朝向 β
- 反射面参数 a 和 b（反射面方程：$y = ax + b$）

3 五个方程

3.1 方程 1：直接路径到达角方程

$$(y_r - y) - \tan(\alpha + \theta_1)(x_r - x) = 0 \tag{1}$$

3.2 方程 2：直接路径发射端离开角方程

$$\tan^{-1}\left(\frac{y_r - y}{x_r - x}\right) - \beta = \phi_1 \tag{2}$$

或等价形式：

$$\frac{y_r - y}{x_r - x} = \tan(\beta + \phi_1) \tag{3}$$

3.3 方程 3：反射路径发射端离开角方程

$$\tan^{-1}\left(\frac{y_{s1} - y}{x_{s1} - x}\right) - \beta = \phi_2 \tag{4}$$

或等价形式：

$$\frac{y_{s1} - y}{x_{s1} - x} = \tan(\beta + \phi_2) \tag{5}$$

3.4 方程 4：反射路径到达角方程

$$(y_r - y_{s1}) - \tan(\alpha + \theta_2)(x_r - x_{s1}) = 0 \tag{6}$$

3.5 方程 5：反射路径长度差方程

$$\sqrt{(x_{s1} - x)^2 + (y_{s1} - y)^2} + \sqrt{(x_r - x_{s1})^2 + (y_r - y_{s1})^2} - \sqrt{(x_r - x)^2 + (y_r - y)^2} = K_1 \tag{7}$$

4 反射点 S_1 的计算

反射点 $S_1 = (x_{s1}, y_{s1})$ 是发射端 $E = (x, y)$ 和接收端关于反射面 $y = ax + b$ 的镜像点 M_1 的连线与反射面的交点。

4.1 镜像点 M_1 的计算

$\mathrm{k}_1 = \frac{y_r - a x_r - b}{1 + a^2}$

$x_{m1} = x_r + 2ak_1$

$y_{m1} = y_r - 2k_1$

4.2 参数 t 的计算

$$t = \frac{ax + b - y}{(y_{m1} - y) - a(x_{m1} - x)} \tag{8}$$

4.3 反射点 S_1 的计算

$\mathrm{x}_{s1} = x + t(x_{m1} - x)$

$y_{s1} = y + t(y_{m1} - y)$

5 求解说明

- 这五个方程构成一个非线性方程组，未知数为 x, y, β, a, b。
- 反射点 S_1 是未知数 x, y, a, b 的函数，因此方程 3、4、5 是隐式方程。
- 求解此方程组需要使用数值方法，如牛顿-拉弗森法。
- 接收端朝向 α 假设已知。如果 α 未知，则需要额外方程或信息。
- 考虑使用牛顿-拉佛森法或者模拟退火方法进行求解