

## 方程组描述

该方程组用于求解发射端位置  $(x, y)$ 、发射端朝向  $\beta$ 、第一个反射面参数  $a$  和  $b$ 、第二个反射面参数  $p$  和  $q$ 。已知参数包括接收端位置  $(x_0, y_0)$ 、接收端朝向  $\alpha$ 、到达角  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ 、路径长度差  $K_1, K_2$  和正弦差  $D_1, D_2$ 。

### 方程 1: 直接路径到达角方程（基于 $\phi_1$ ）

$$(y_0 - y) - \tan(\alpha + \phi_1)(x_0 - x) = 0 \quad (1)$$

### 方程 2: 第一个反射路径到达角方程（基于 $\phi_2$ ）

反射点  $S_1 = (x_{s1}, y_{s1})$  在第一个反射面  $y = ax + b$  上。方向向量从  $S_1$  到接收端为  $(x_0 - x_{s1}, y_0 - y_{s1})$ ，全局到达角为  $\alpha + \phi_2$ ：

$$(y_0 - y_{s1}) - \tan(\alpha + \phi_2)(x_0 - x_{s1}) = 0 \quad (2)$$

其中，反射点  $S_1$  通过发射端  $E = (x, y)$  和接收端关于第一个反射面的镜像点  $M_1 = (x_{m1}, y_{m1})$  计算：

$$k_1 = \frac{y_0 - ax_0 - b}{1 + a^2} \quad (3)$$

$$x_{m1} = x_0 + 2ak_1 \quad (4)$$

$$y_{m1} = y_0 - 2k_1 \quad (5)$$

参数  $t$  满足：

$$x_{s1} = x + t(x_{m1} - x) \quad (6)$$

$$y_{s1} = y + t(y_{m1} - y) \quad (7)$$

且  $y_{s1} = ax_{s1} + b$ ，解得：

$$t = \frac{ax + b - y}{(y_{m1} - y) - a(x_{m1} - x)} \quad (8)$$

### 方程 3: 第一个反射路径长度差方程（基于 $K_1$ ）

直接路径长度  $a_{\text{direct}} = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}$ ，第一个反射路径长度  $L_1 = \text{distance}(E, S_1) + \text{distance}(S_1, R)$ ：

$$\sqrt{(x_{s1} - x)^2 + (y_{s1} - y)^2} + \sqrt{(x_0 - x_{s1})^2 + (y_0 - y_{s1})^2} - \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} = K_1 \quad (9)$$

### 方程 4: 第一个反射路径发射端离开角正弦差方程（基于 $D_1$ ）

$$\sin(\text{atan2}(y_0 - y, x_0 - x) - \beta) - \sin(\text{atan2}(y_{s1} - y, x_{s1} - x) - \beta) = D_1 \quad (10)$$

### 方程 5: 第二个反射路径到达角方程 (基于 $\phi_3$ )

反射点  $S_2 = (x_{s2}, y_{s2})$  在第二个反射面  $y = px + q$  上。方向向量从  $S_2$  到接收端为  $(x_0 - x_{s2}, y_0 - y_{s2})$ ，全局到达角为  $\alpha + \phi_3$ ：

$$(y_0 - y_{s2}) - \tan(\alpha + \phi_3)(x_0 - x_{s2}) = 0 \quad (11)$$

其中，反射点  $S_2$  通过发射端  $E = (x, y)$  和接收端关于第二个反射面的镜像点  $M_2 = (x_{m2}, y_{m2})$  计算：

$$k_2 = \frac{y_0 - px_0 - q}{1 + p^2} \quad (12)$$

$$x_{m2} = x_0 + 2pk_2 \quad (13)$$

$$y_{m2} = y_0 - 2k_2 \quad (14)$$

参数  $s$  满足：

$$x_{s2} = x + s(x_{m2} - x) \quad (15)$$

$$y_{s2} = y + s(y_{m2} - y) \quad (16)$$

且  $y_{s2} = px_{s2} + q$ ，解得：

$$s = \frac{px + q - y}{(y_{m2} - y) - p(x_{m2} - x)} \quad (17)$$

### 方程 6: 第二个反射路径长度差方程 (基于 $K_2$ )

直接路径长度  $a_{\text{direct}}$  同上，第二个反射路径长度  $L_2 = \text{distance}(E, S_2) + \text{distance}(S_2, R)$ ：

$$\sqrt{(x_{s2} - x)^2 + (y_{s2} - y)^2} + \sqrt{(x_0 - x_{s2})^2 + (y_0 - y_{s2})^2} - \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} = K_2 \quad (18)$$

### 方程 7: 第二个反射路径发射端离开角正弦差方程 (基于 $D_2$ )

$$\sin(\text{atan2}(y_0 - y, x_0 - x) - \beta) - \sin(\text{atan2}(y_{s2} - y, x_{s2} - x) - \beta) = D_2 \quad (19)$$