

# 土卫六高层大气重力波耗散效应

2020.6.19 组会

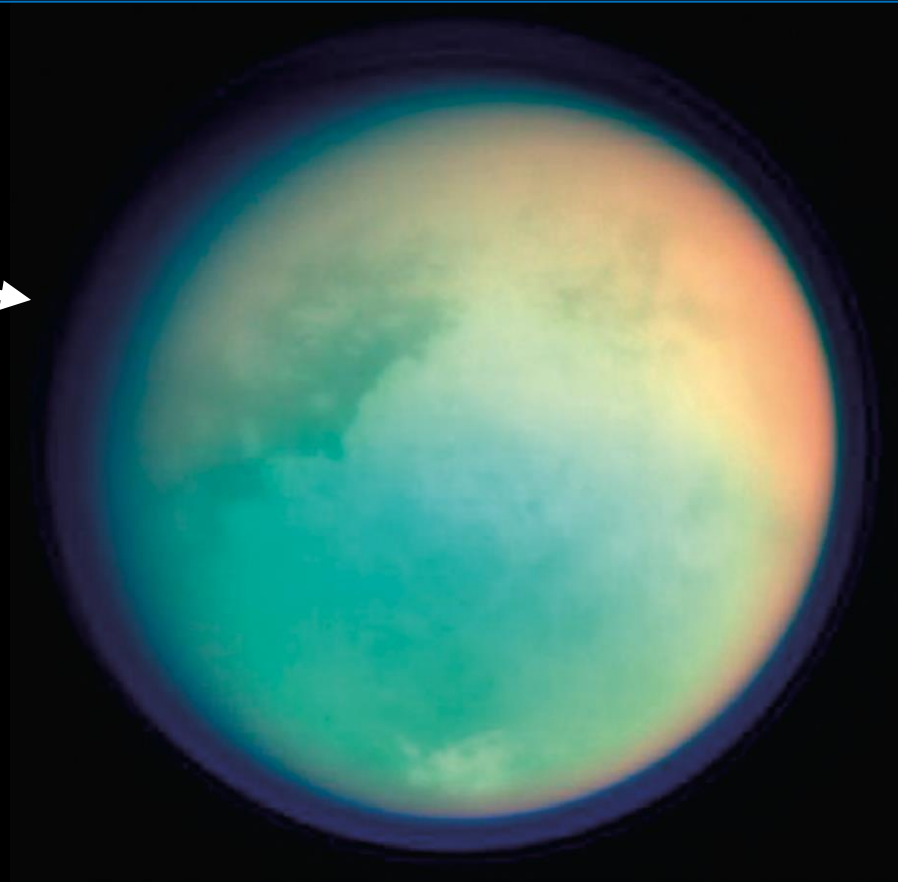
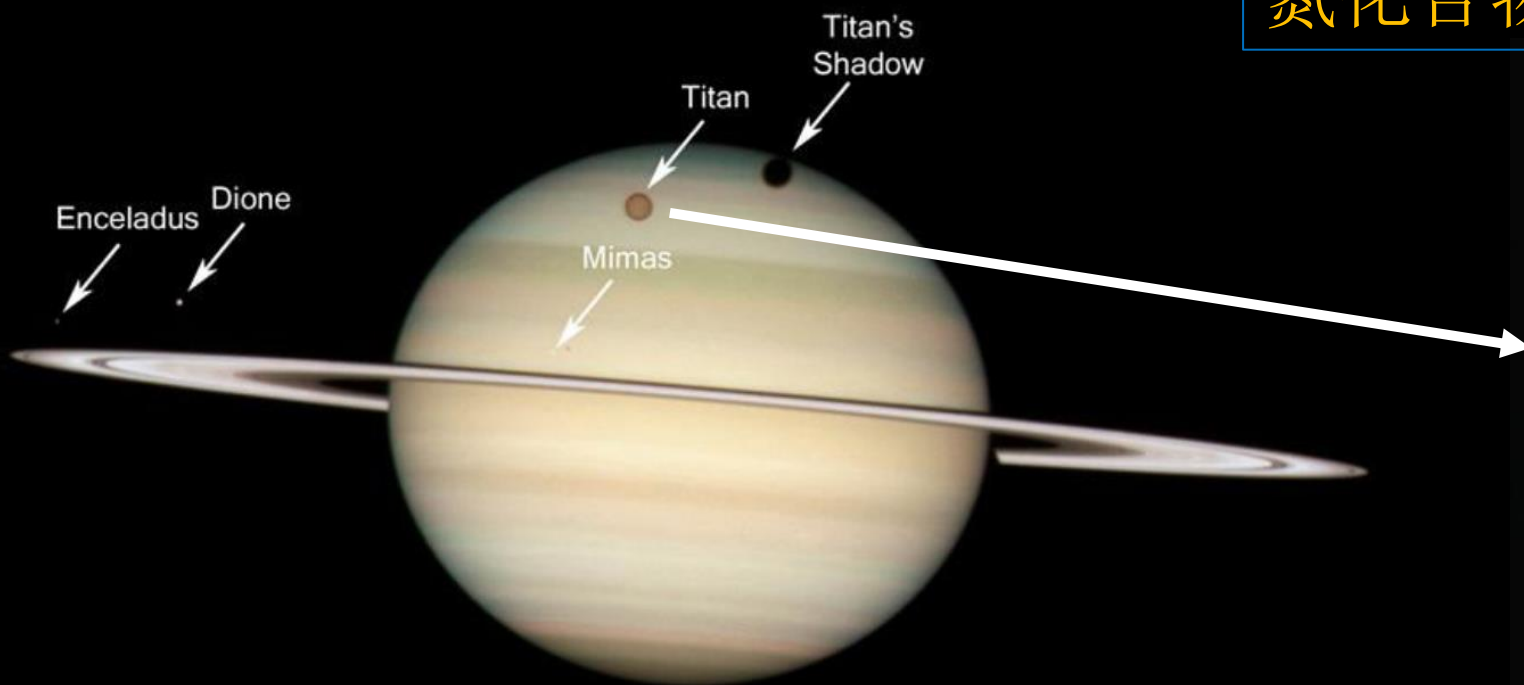
主讲：王 星

# 大纲

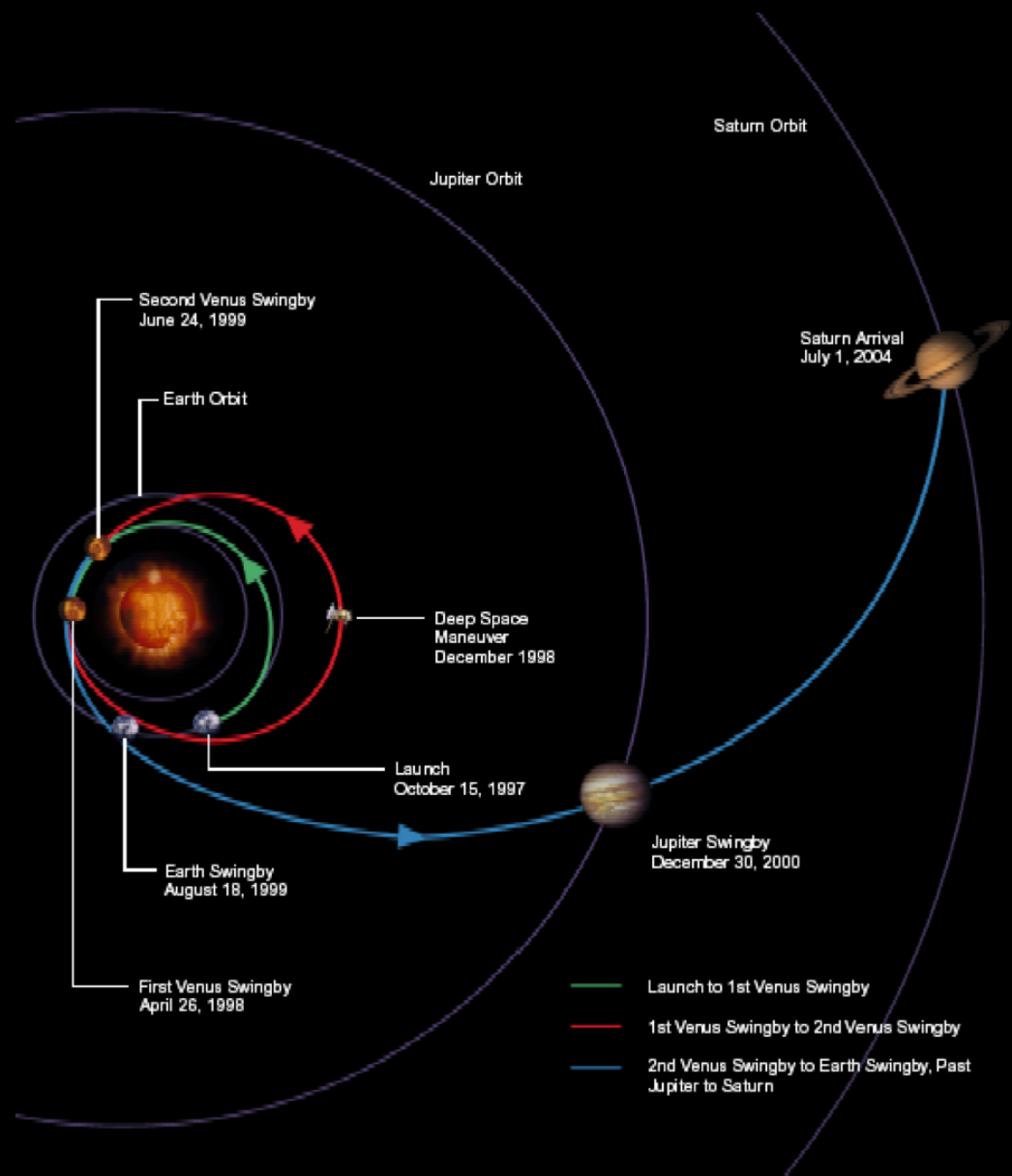
- 研究背景简介
- 线性重力波模型
- 在高层大气的波动耗散

# 土星系统与土卫六

土星最大的卫星，有着浓厚的大气，  
大气主要成分为 $\text{N}_2$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{H}_2$  以及碳  
氮化合物.



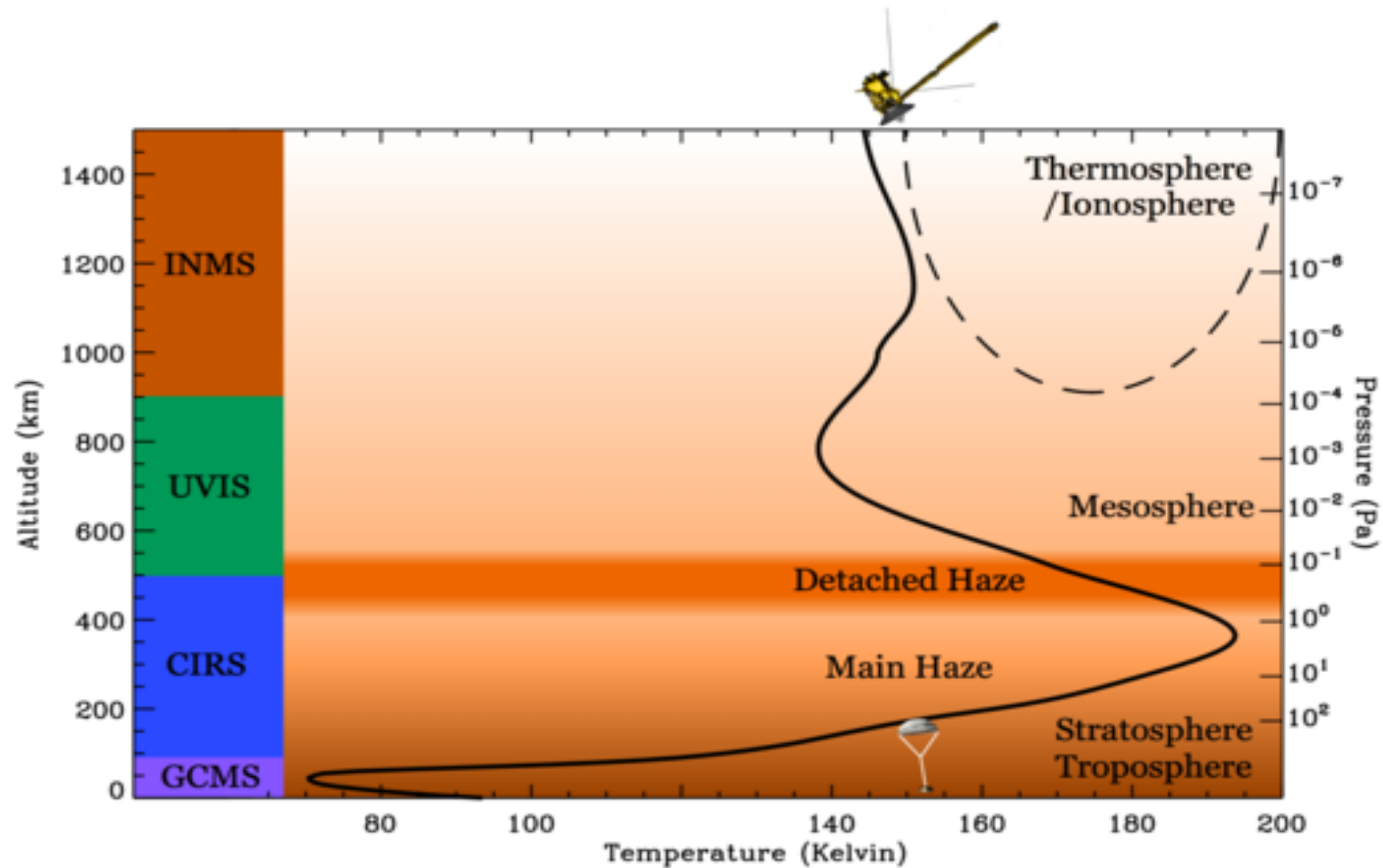
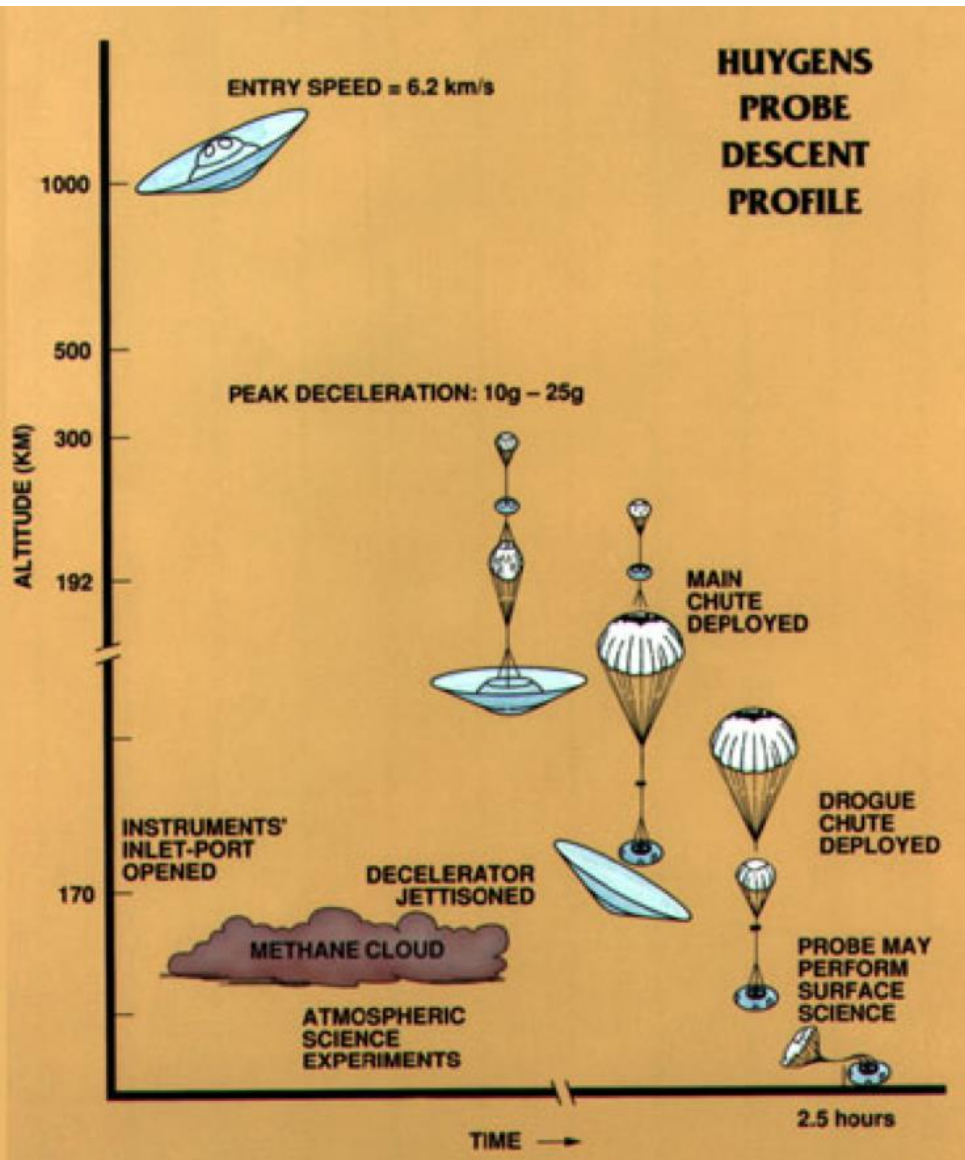
# 卡西尼-惠更斯号探测器



2005年1月，惠更斯号降落在土卫六表面上。

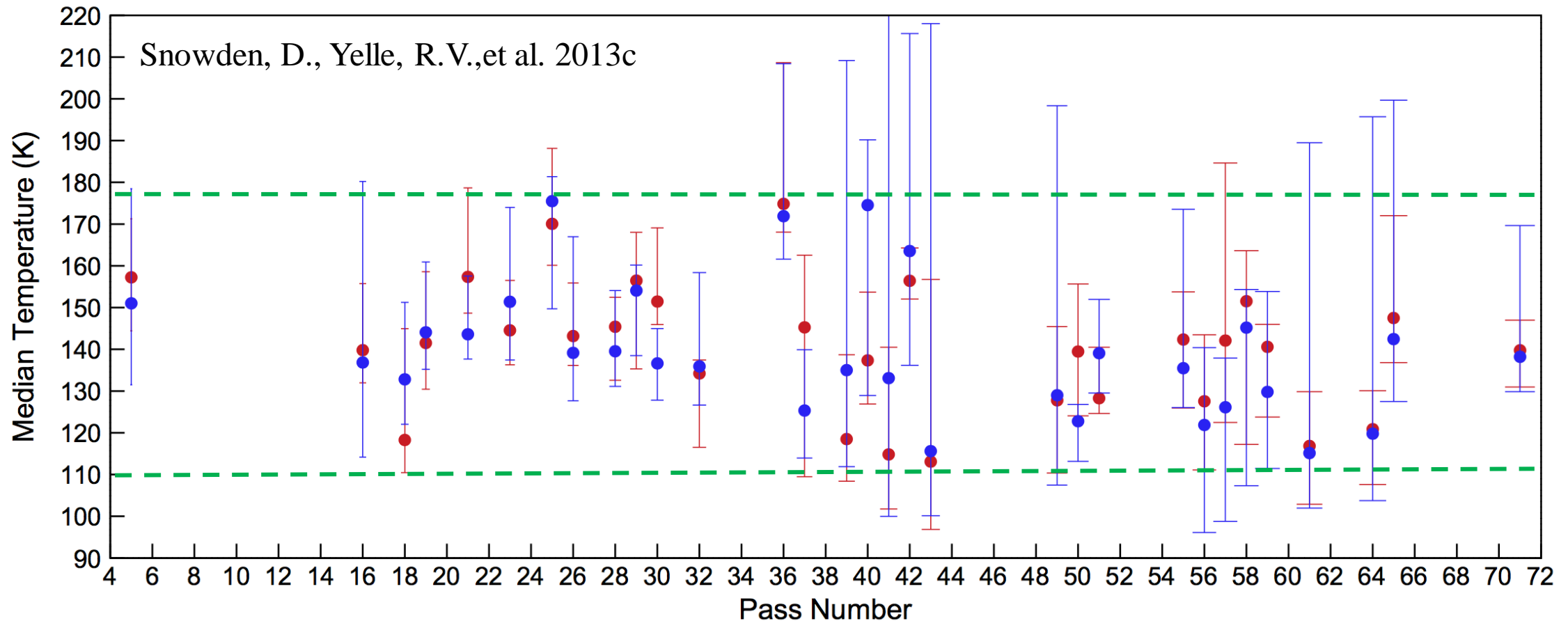


卡西尼:  $>1000\text{km}$   
惠更斯:  $0-1000\text{km}$





## 土卫六高层大气温度变化范围高达约60K.

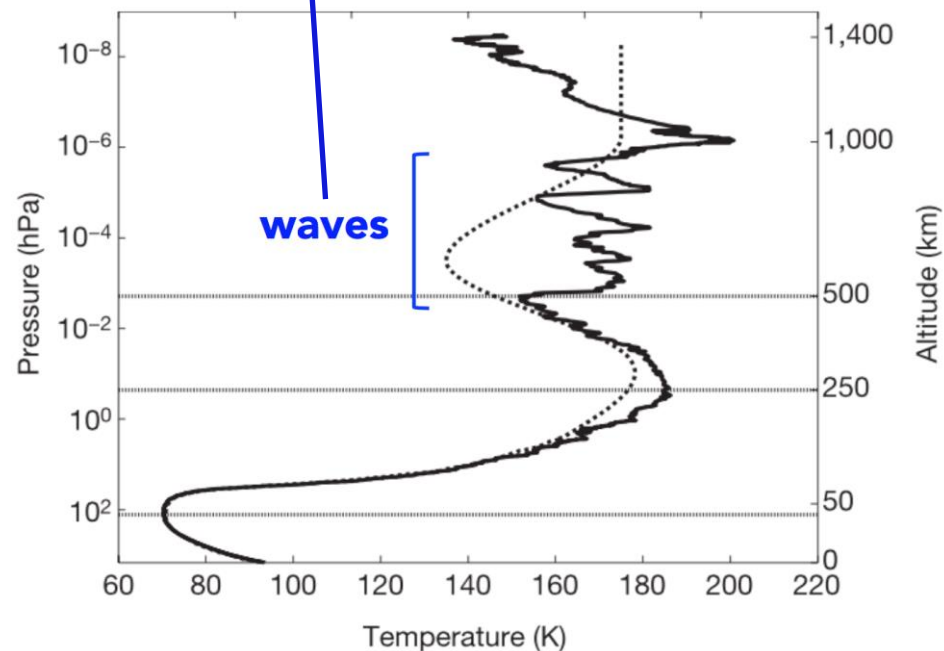


➤为了解释该现象，理论分析表明其驱动机制可能有：

太阳辐射加热(de La Haye 2007)，土星磁层带电粒子体沉降( $\sim 7\text{K}$ )、焦耳加热(Snowden and Yelle 2014)，HCN旋转线导致的辐射热(Cui, 2016)，**重力波耗散效应**；

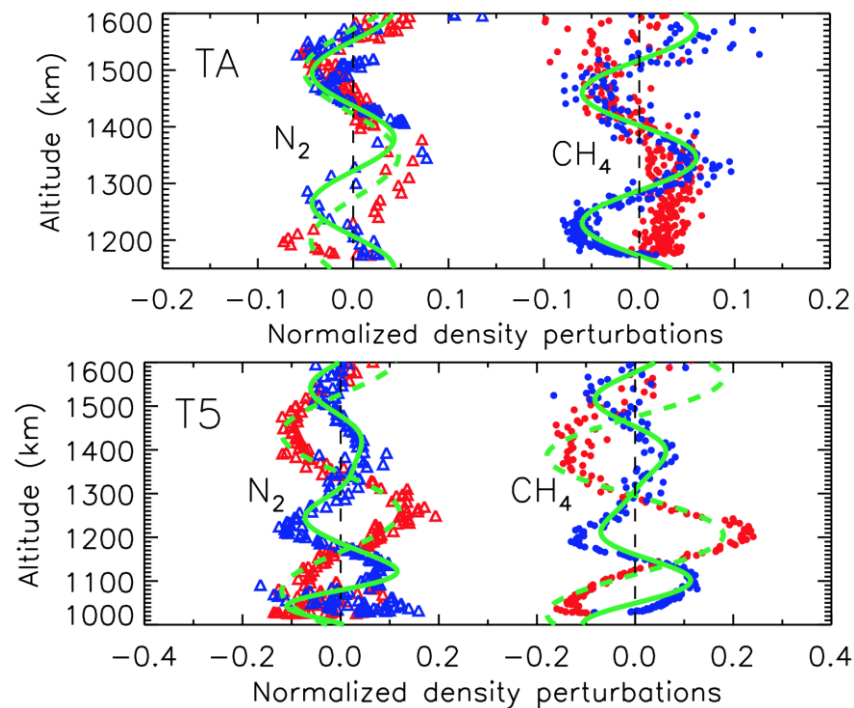
# 波动现象

HASI探测到的数据显示土卫六高层大气有波动现象



Fulchignoni et al. 2005

INMS探测N<sub>2</sub>,CH<sub>4</sub> 成分的数据显示土卫六高层大气有10%的波扰



Muller-Wodarg et al.2006

- Muller-Wodarg et al.2006 粗略估计波的最大能流为 $1.2 \times 10^9 \text{ eV cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ;
- Cui et al. 2013 分析发现其为垂直向上传播的重力波;
- Snowden & Yelle et al. 2014 粗略估计了波的最大加热率为 $30 \text{ eV cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,最大的制冷率为 $9 \text{ eV cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ;
- 上述结果表明重力波对土卫六高层大气的影响不可忽略.

# 线性重力波模型

模型假设条件：

- 背景大气为平面的(局部)以及是流体静力学平衡的，忽略科里奥利效应；
- 忽略大气背景风；
- 采用非弹性近似(排除声波).

扰动方法： $X = X_0 + X'$   
 $X = u, w, T, p, \rho$   
 $X' = \delta X(z) e^{i(k_x x + k_y y - \omega_0 t)}$

模型方程组：

质量连续性方程

$$\nabla \cdot \vec{V}' - \frac{w'}{H_p} = 0$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{V}$$

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + g + \frac{\mu}{\rho} \left[ \nabla^2 \vec{V}' + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{V}') \right]$$

忽略此项

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\theta}{T} \frac{\nu}{Pr} \nabla^2 T'$$

$$\theta = T \left( \frac{p_s}{p} \right)^{R/c_p}$$

N-S 方程

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} - \nu \nabla^2 \right] u' = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} - \nu \nabla^2 \right] v' = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y}$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} - \nu \nabla^2 \right] w' = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} g$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\nu}{Pr} \nabla^2 \right] T' - \frac{1}{c_p \rho_0} \left[ \frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} \right] p' = -\Gamma w'$$

状态方程： $p = \rho R T$

$$\frac{p'}{\rho_0} = \frac{\rho'}{\rho_0} + \frac{T'}{T_0}$$

$\vec{V} = (u, v, w)$ ,  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ,  $\theta$  为位温, Pr 为普朗特数



➤ 将波动形式代入，整理，得到关于垂直风速扰动  $w'$  的方程：

故忽略  
此项

$$c_s = \sqrt{\gamma R T_0} \rightarrow +\infty, \quad \frac{1}{T_0} \frac{dT_0}{dz} \rightarrow 0$$

$$\frac{d^2 w'}{dz^2} - \frac{1}{H_\rho} \frac{dw'}{dz} + \left[ \frac{1}{H_\rho^2} \frac{dH_\rho}{dz} - k_h^2 + \frac{k_h^2 N^2}{\hat{\omega}(\hat{\omega} + i\beta)} \right] w' + \left[ \frac{1}{T_0} \frac{dT_0}{dz} + \frac{(\gamma-1)g\tilde{\omega}_0}{c_s^2(\hat{\omega} + i\beta)} \right] \left( \frac{w'}{H_\rho} - \frac{dw'}{dz} \right) = 0$$

➤ 做变换：  $w' = \exp \left[ i(k_x x + k_y y - \omega_0 t) + \int_{z_0}^z \frac{1}{2H_\rho} dz \right] \tilde{w}$  得到：  $\frac{d^2 \tilde{w}}{dz^2} + k_z^2 \tilde{w} = 0$  其WKB解为：

$$\tilde{w}(z) = \Delta W(z_0) \sqrt{\frac{k_z(z_0)}{k_z(z)}} e^{i \int_{z_0}^z k_z dz}$$

其中：  $k_z^2 = \frac{k_h^2 N^2}{\hat{\omega}(\hat{\omega} + i\beta)} - \frac{1}{4H_\rho^2} \left( 1 - 2 \frac{dH_\rho}{dz} \right) - k_h^2$  为色散关系。  $\hat{\omega} = \tilde{\omega}_0 - i\nu\alpha$ ,  $\beta = \left( 1 - \frac{1}{Pr} \right) \nu\alpha$ ,  $\alpha = -k_h^2 - \left( k_z + \frac{1}{2H_\rho} \right)^2$

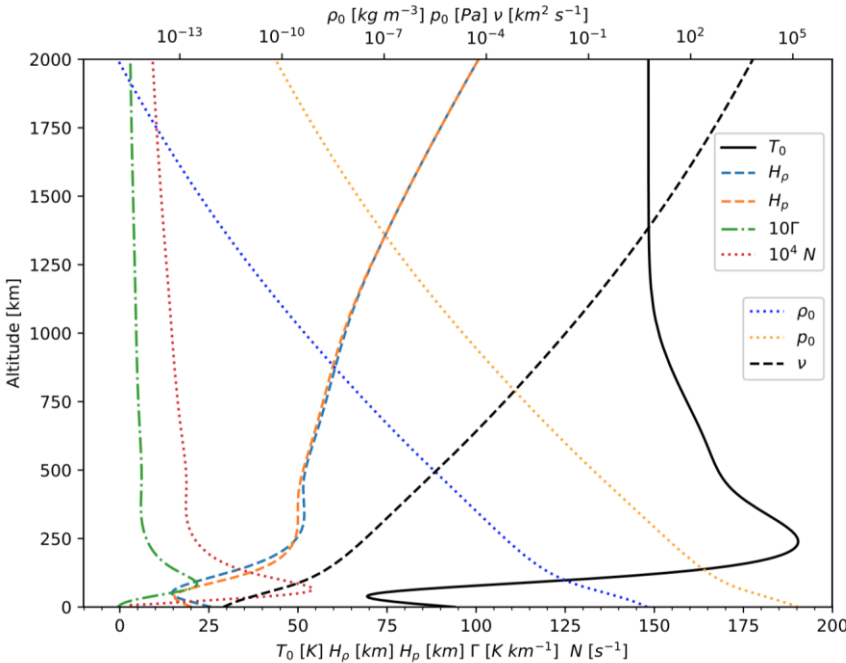
这是一个关于  $k_z$  的六阶多形式方程，有三对解，分别对应于浮力波、由分子黏度导致的重力波和由热传导导致的波。

➤ 极化关系：

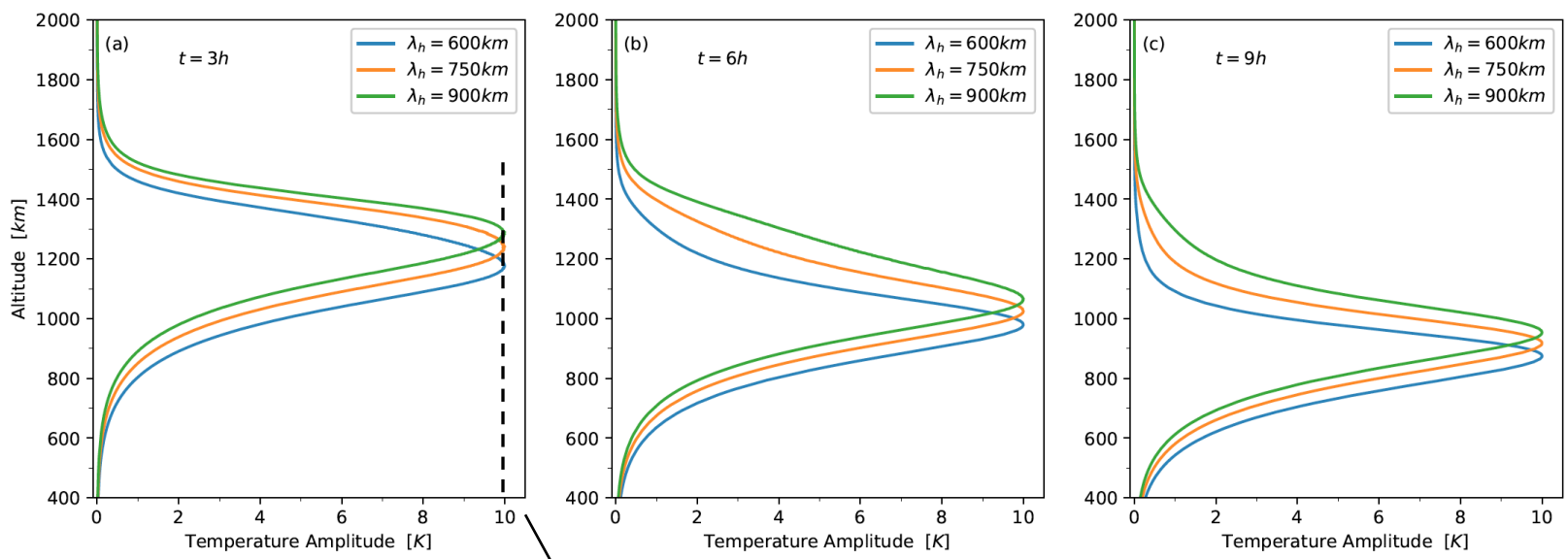
$$u' = -\frac{ik_x}{k_h^2} \left( -ik_z + \frac{1}{2H_\rho} \right) w',$$

$$p' = -\frac{i\rho_0 \hat{\omega}}{k_h^2} \left( -ik_z + \frac{1}{2H_\rho} \right) w'$$

$$T' = -\frac{i}{\hat{\omega} + i\beta} \left[ \Gamma + \frac{\tilde{\omega}_0 \hat{\omega}}{c_p k_h^2} \left( -ik_z + \frac{1}{2H_\rho} \right) \right] w', \quad \frac{\rho'}{\rho_0} = i \left\{ \frac{\Gamma}{T_0(\hat{\omega} + i\beta)} - \frac{\hat{\omega}}{k_h^2} \left[ \frac{1}{RT_0} - \frac{\tilde{\omega}_0}{T_0 c_p (\hat{\omega} + i\beta)} \right] \left( -ik_z + \frac{1}{2H_\rho} \right) \right\} w'$$



➤波周期 1.5-10h (Cui et al. 2014 ).



$p_0, \rho_0$  满足流体静力学平衡,  $T_0$ 来源Strobel et.al 2012

最大振幅固定为10K (Muller-Wodarg et al.2006)

Period $\tau$ [h]	$\lambda_h$ [km]	$c_h$ [ms <sup>-1</sup> ]	$\Delta T_{max}$ [K]	$z_{max}$ [km]	$\lambda_z (z_{max})$ [km]	$\lambda_{zm}$ [km]
3	600	55.6	10.0	1176	323.5	450.9
3	750	69.4	10.0	1241	468.9	522.2
3	900	83.3	10.0	1290	628.3	590.3
6	600	27.8	10.0	979	124.4	314.6
6	750	34.7	10.0	1025	161.1	345.7
6	900	41.7	10.0	1067	202.0	373.9
9	600	18.5	10.0	876	77.5	286.1
9	750	23.1	10.0	917	99.1	308.9
9	900	27.8	10.0	952	121.5	328.6

Muller-Wodarg et al.2006 分析波的垂直波长范围在1000-1600km 高度为170km-360km ;

为了与Muller-Wodarg et al.2006估计的结果做对比, 选取这三个代表的重力波分析其能流和加热率;

➤ 加热率:  $H_{tot} = -\frac{\partial F_{tot}}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} (F_h + F_v + F_p + F_d)$

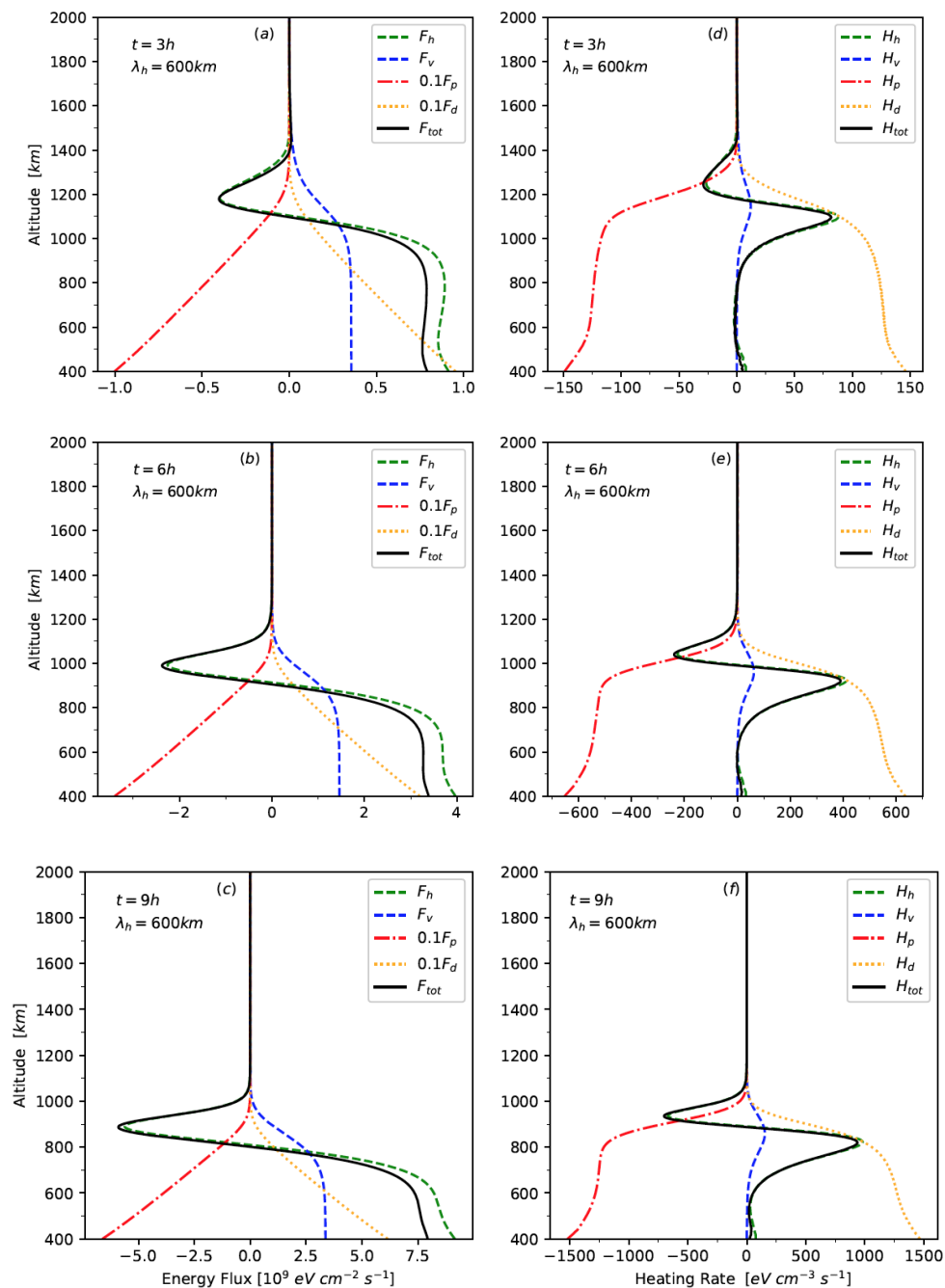
$F_h = \rho_0 c_p \langle w' T' \rangle$  为感热通量;  $F_v = -\int_z^\infty \langle \sigma' : \nabla \vec{V}' \rangle dz$  为粘滞耗散导致的能流;

$F_p = -\int_z^\infty \langle \vec{V}' \cdot \nabla p' \rangle dz$  为波导压力梯度做的功;

$F_d = -\int_z^\infty \langle w' \rho' \rangle dz$  为波导欧拉转移做的功.

➤ Muller-Wodarg et al. 2006 粗略估计波的最大能流为  $1.2 \times 10^9 \text{ eV cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ;

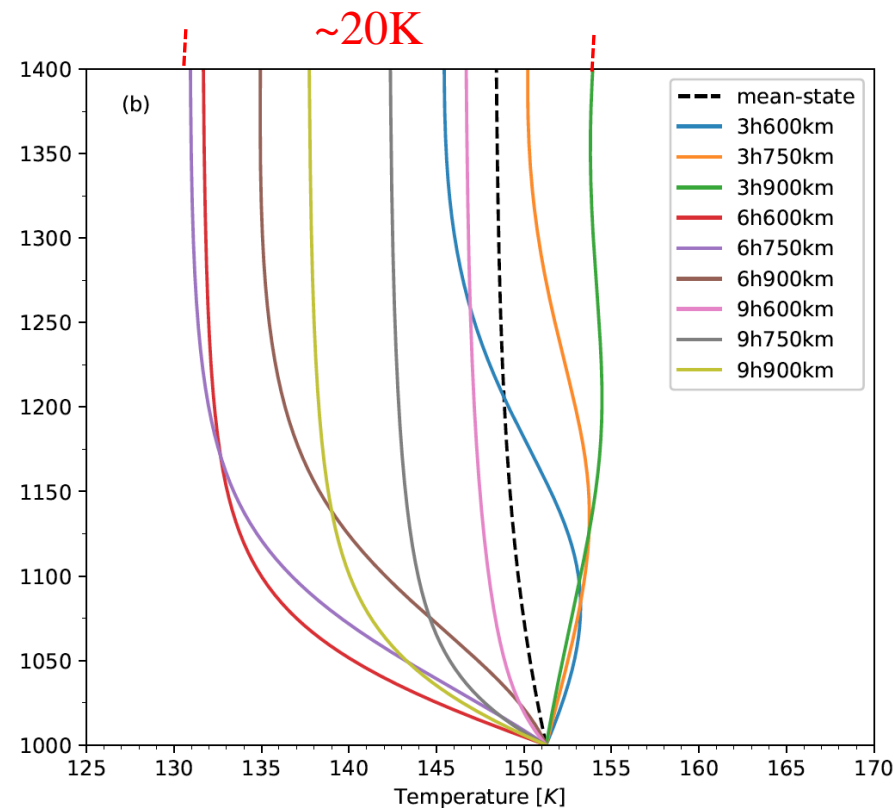
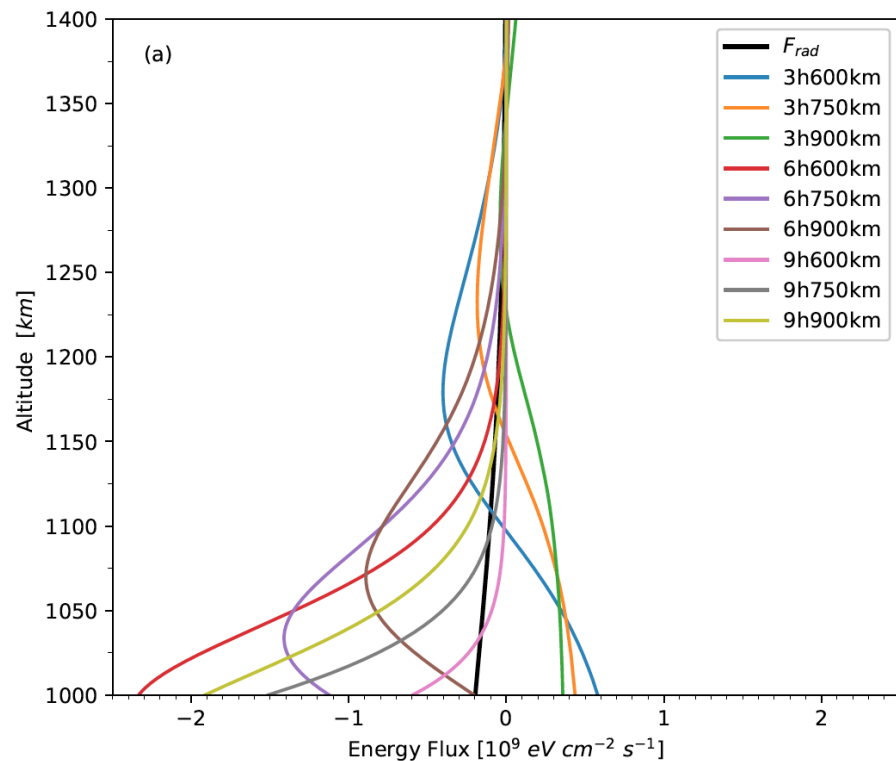
➤ Snowden & Yelle et al. 2014 粗略估计了波的最大加热率为  $30 \text{ eV cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ , 最大的制冷率为  $9 \text{ eV cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ; 且太阳EUV辐射在1100km高度的加热率为  $65 \text{ eV cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ .



➤ 探讨波的加热率导致的温度变化:

➤ 能量平衡方程:  $F_w^i + F_{rad} = k_m \frac{\partial T_m^i}{\partial z}$  其中  $k_m = 27.21 \times 10^{-5} T_0^{0.8} J(mKs)^{-1}$

➤ 重力波导致的温度变化为20K;



- 重力波导致的温度变化大于之前研究的驱制; 但仍小于实际观测到的60K的温度变化;
- 未来展望在于需要考虑其他重要的波的过程现象: 波破与复合波.

谢 谢！