UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Coordinación Matemáticas I

Primer Semestre 2015

Solución Taller 1

Semana 1: 9-13 de Marzo

.

Ejercicio 1

Se define el conectivo $\otimes$ como: $p \otimes q$ es Falsa solo para p Falsa y q Verdadera.
Determine si las siguientes equivalencias son verdaderas mediante tabla de verdad.

a) $(p \otimes q) \otimes \overline{p} \Leftrightarrow p \otimes q$

b) $p \otimes \overline{p} \Leftrightarrow p$

c) $\overline{(p \otimes q)} \Leftrightarrow \overline{(\overline{p} \otimes \overline{q})}$

Solución

Se construye la tabla de verdad de las proposiciones

p	q	$p \otimes q$	$(p \otimes q) \otimes \overline{p}$	$p \otimes \overline{p}$	$\overline{p \otimes q}$	$\overline{\overline{p} \otimes \overline{q}}$
V	V	V	V	V	F	F
V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	F	V	F
F	F	V	V	F	F	F

Desde la tabla podemos afirmar que en a) y b) las equivalencias son verdaderas y en c) no

Ejercicio 2

a) Si $(p \wedge q) \Rightarrow r$ es una proposición Falsa, determine el valor de verdad de $(\overline{p} \vee \overline{q}) \Leftrightarrow \overline{(r \vee p)}$

b) Si se sabe que $(p \wedge q)$ es verdadera y que $(q \wedge r)$ es Falsa. Determine el valor de verdad de la proposición $\overline{(r \vee q) \Rightarrow (r \wedge q)}$

Solución

a) Como $(p \wedge q) \Rightarrow r$ es Falsa,tenemos que p es verdadera, q es verdadera y r es falsa. Estos valores de verdad se reemplazan en $(\overline{p} \vee \overline{q}) \Leftrightarrow \overline{(r \vee p)}$ y concluimos que la proposición es Falsa.

b) $(p \wedge q)$ es verdadera entonces p es verdadera y tambien q. Como $(q \wedge r)$ es Falsa y por o anterior, q es verdadera, el valor de verdad de r es falso. Reemplazando estos valores de verdad en $\overline{(r \vee q)} \Rightarrow (r \wedge q)$, tenemos que la proposición compuesta es Verdadera.

Ejercicio 3

Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R}/|x+1| > x+6\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}^+/6x+6 \leq 7\}$, $C = \{x \in \mathbb{R}/\frac{x+3}{x-1} > 2\}$

a) Encuentre los intevalos que representan los conjuntos anteriores

b) Encuentre los conjuntos: $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cup C$.

c) Determine si es verdadero que: $A \subseteq C$ y $(B \cup C) \subseteq \mathbb{R}^+$

Solución

a) $A = (-\infty, -\frac{7}{2})$, $B = (0, \frac{1}{6}]$, $C = (1, 5)$

b) $A \cap B = (-\infty, -\frac{7}{2}) \cap (0, \frac{7}{6}] = \phi$, $A \cup C = (-\infty, -\frac{7}{2}) \cup (1, 5)$, $B \cup C = (0, \frac{1}{6}] \cup (1, 5)$.

c) $A \subseteq C$ es falsa y $(B \cup C) \subseteq \mathbb{R}^+$ es verdadera

Ejercicio 4

Determine (si existen) los valores del parámetro k de modo que el sistema de ecuaciones,

$$\begin{array}{rcl|} (1+2k)x+5y &=& 7 \\ (2+k)x+4y &=& 8 \\ \hline \end{array}$$

i) No tenga solución

ii) Tiene una única solución

iii) Tiene infinitas soluciones

Solución

El sistema es equivalente a

$$\begin{array}{rcl|} -4(1+2k)x-20y &=& -28 \\ 5(2+k)x+20y &=& 40 \\ \hline \end{array}$$

Sumando las ecuaciones obtenemos que $x = \frac{-4}{k-2}$.Por lo tanto la solución para x existe siempre que $k \neq 2$

Si $k = 2$ El sistema es

$$\begin{array}{rcl|} 5x+5y &=& 7 \\ 4x+4y &=& 8 \\ \hline \end{array}$$

Lo que nos lleva a una contradicción. Por lo tanto se tiene que:

i) El sistema no tiene solución, si $k = 2$

ii) Tiene una única solución, Para $k \in \mathbb{R} - \{2\}$

iii) Tiene infinitas soluciones, Para este caso no existe valor para $k \in \mathbb{R}$ de manera que el sistema tenga infinitas soluciones