

## Задачи по параллельному программированию

### Задачи начального уровня

1. Начальная параллельная программа (печать идентификаторов процессов) - запуск (локальный, распределенный). Оценка времени выполнения программы, синхронизация, коллективные операции.

### Стандартные типовые задачи синхронизации

2. Решить задачу синхронизации: “Производители-Потребители”.
3. Решить задачу синхронизации: “Читатели-Писатели”.
4. Решить задачу синхронизации: “Обедающие философы”.
5. Решить задачу синхронизации: “Спящий парикмахер”.

### Стандартные вычислительные задачи

6. Разработайте программу для задачи вычисления определенного интеграла непрерывной функции  $f(x)$  по отрезку  $[a,b]$ , с использованием метода прямоугольников.
7. Разработайте программу для задачи вычисления определенного интеграла непрерывной функции  $f(x)$  по отрезку  $[a,b]$ , с использованием формулы трапеций.
8. Разработайте программу для задачи вычисления определенного интеграла непрерывной функции  $f(x)$  по отрезку  $[a,b]$ , с использованием формулы Симпсона.
9. Даны  $n$  обыкновенных дробей (массив числителей и массив знаменателей). Выполнить их рациональное сложение и умножение.
10. Разработайте программу для вычисления скалярного произведения двух векторов.
11. Умножение матрицы на вектор при разделении данных по строкам.
12. Умножение матрицы на вектор при разделении данных по столбцам.
13. Умножение матрицы на вектор при блочном разделении данных.
14. Умножение матриц, ленточный алгоритм.
15. Умножение матриц, блочные схемы распределения данных.
16. Умножение матриц (варианты распараллеливания вложенных циклов).
17. Параллельная сортировка алгоритмы пузырьковой сортировки, сортировки Шелла и быстрой сортировки, сортировки слиянием.

### Матрицеподобные задачи

В нижеследующих задачах предполагается, что набор величин  $a_{ijkl}$  определен при любых целых наборах индексов  $(i,j,k,l)$ , например, с помощью известной функции  $a_{ijkl}=a(i,j,k,l)$ . Параметры  $N, M, K, L$  предполагаются достаточно большими и должны вводиться с клавиатуры.

18. Разработайте программу решения задачи поиска величины

$$y = \max_{i^2+j^2 \leq N^2} \min_{k^2+l^2 \leq M^2} a_{ijkl}.$$

19. Разработайте программу решения задачи поиска величины

$$y = \min_{i^2+j^2 \leq N^2} \max_{k^2+l^2 \leq M^2} a_{ijkl}.$$

20. Разработайте программу решения задачи поиска величины

$$y = \max_{|i|+j^4 \leq N} \min_{k^2+l^2 \leq M^2} a_{ijkl}.$$

21. Разработайте программу решения задачи поиска величины

$$y = \min_{i^2+j^2 \leq N^2} \min_{|k| \leq K} \min_{|l| \leq L} a_{ijkl}.$$

22. Разработайте программу решения задачи поиска величины



$$y = \max_{|i| \leq N} \max_{|j|+|k| \leq K} \min_{|l|+|i| \leq L} a_{ijkl}.$$

44. Разработайте программу решения задачи поиска величины

$$y = \max_{|i| \leq N} \max_{|j|+|k| \leq K} \max_{|l|+|i| \leq L} a_{ijkl}.$$

45. Разработайте программу решения задачи поиска величины

$$y = \max_{|i| \leq N} \max_{|j|+3|k| \leq K} \min_{2|l|+|i| \leq L} a_{ijkl}.$$

46. Разработайте программу решения задачи поиска величины

$$y = \max_{|i| \leq N} \max_{|j|+4|k| \leq K} \max_{|l|+5|i| \leq L} a_{ijkl}.$$

### Вычислительные задачи теории чисел

47. Разработайте параллельный алгоритм нахождения по заданному  $N > 0$  всех наборов  $(x, y, z, u, v, w)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| + |u| \leq N$ ,  $|y| + |v| \leq N$ ,  $|z| + |w| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x + y + z = N; \quad 2u + 3v + w = 0$$

48. Разработайте параллельный алгоритм нахождения по заданному  $N > 0$  всех наборов  $(x, y, z, u, v, w)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| + |u| \leq N$ ,  $|y| + |v| \leq N$ ,  $|z| + |w| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x^2 + y^2 + z^2 = N^2; \quad 2u + 3v + w^3 = 0.$$

49. Разработайте параллельный алгоритм нахождения по заданному  $N > 0$  всех наборов  $(x, y, z, u, v, w)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| + |u| \leq N$ ,  $|y| + |v| \leq N$ ,  $|z| + |w| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x^2 + y^3 + z^4 + 2u + 3v + 67w = 0.$$

50. Разработайте параллельный алгоритм нахождения по заданному  $N > 0$  всех наборов  $(x, y, z, u, v, w)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| + |u| \leq N$ ,  $|y| + |v| \leq N$ ,  $|z| + |w| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x^3 + y^3 + z^3 + 2u + 3v + w = N.$$

51. Напишите программу нахождения по заданному  $N > 0$  всех троек  $(x, y, z)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| \leq N$ ,  $|y| \leq N$ ,  $|z| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x + y + z = 1000.$$

52. Напишите программу нахождения по заданному  $N > 0$  всех троек  $(x, y, z)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| \leq N$ ,  $|y| \leq N$ ,  $|z| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x^2 + y^2 + z^3 = 10000000.$$

53. Напишите программу нахождения по заданному  $N > 0$  всех троек  $(x, y, z)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| \leq N$ ,  $|y| \leq N$ ,  $|z| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x^2 + y^3 + z^4 = 10000000.$$

54. Напишите программу нахождения по заданному  $N > 0$  всех троек  $(x, y, z)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ,  $|x| \leq N$ ,  $|y| \leq N$ ,  $|z| \leq N$ , удовлетворяющих условию

$$x^2 + y^3 + z^3 = 10000^3.$$

### Задачи из математического анализа

55. Требуется реализовать вычисление числа  $\ln 2$  с помощью формулы:

$$\ln 2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}.$$

56. Требуется реализовать вычисление числа  $\frac{\pi^2}{6}$  с помощью формулы:

$$\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

57. Требуется реализовать вычисление числа  $\frac{\pi^2}{12}$  с помощью формулы:

$$\frac{\pi^2}{12} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}.$$

58. Требуется реализовать вычисление числа  $\frac{\pi}{2}$  с помощью формулы Валлиса:

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{4n^2 - 1}.$$

59. Требуется реализовать вычисление числа  $\pi$  с помощью формулы Лейбница:

$$\pi = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 \dots$$

### Задачи на вычисление интегралов

60. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по шару  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ .
61. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по эллипсоиду  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 \leq 1$ .
62. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $\frac{|x|}{4} + \frac{y^2}{9} + z^4 \leq 1$ .
63. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 1$ .
64. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, |z| \leq 1$ .
65. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $\frac{|x|}{4} + \frac{y^2}{9} + |z|^{\frac{2}{3}} \leq 1$ .
66. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $\frac{|x|^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{3}{4}}} + \frac{|y|^{\frac{2}{5}}}{3^{\frac{2}{5}}} + \frac{|z|^{\frac{2}{3}}}{6^{\frac{2}{3}}} \leq 1, y \geq 1$ .
67. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $\frac{|x|^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{3}{4}}} + \frac{|y|^{\frac{2}{5}}}{3^{\frac{2}{5}}} + \frac{|z|^{\frac{2}{3}}}{6^{\frac{2}{3}}} \leq 1, y \leq 1$ .
68. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $\frac{|x|^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{3}{4}}} + \frac{|y|^{\frac{2}{5}}}{3^{\frac{2}{5}}} + \frac{|z|^{\frac{2}{3}}}{6^{\frac{2}{3}}} \leq 1, x + y \leq 0$ .
69. Разработайте программу для задачи вычисления тройного интеграла непрерывной функции  $f(x,y,z)$  по множеству  $\frac{|x|^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} + \frac{|y|^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}} + \frac{|z|^{\frac{2}{3}}}{6^{\frac{2}{3}}} \leq 1, y^3 \leq x$ .
70. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по параллелепипеду повернутому под острыми углами к осям координат.
71. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по объединению двух шаров радиуса 1 с центрами в точках  $(-0.5, 0, 0)$  и  $(0.5, 0, 0)$ .
72. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по тетраэдру.

73. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по кубу повернутому под острыми углами к осям координат.
74. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по объединению двух шаров радиуса 1 с центрами в точках  $(-0.5, 0, 0)$  и  $(0.5, 0, 0)$ .
75. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по тетраэдру.
76. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по круговому конусу.
77. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по конусу в основании которого квадрат.
78. Написать программу вычисления тройного интеграла взятого по конусу в основании которого эллипс.

В следующих задачах (122–131) требуется найти тройной интеграл от функции  $f(x, y, z)$  по области из задачи сборника Демидовича. (Не обращать внимание на конкретный вид функции, если в задаче из сборника такая указана!)

79. 2462.
80. 2463.
81. 2464.
82. 2465.
83. 2466.
84. 2467.
85. 2468.
86. 2469.
87. 2470.
88. 4101.

### Задачи на вычисление нестандартных сумм

89. Разработайте программу вычисления двойной суммы

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{1}{i^2 + j^3}.$$

90. Разработайте программу вычисления двойной суммы

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \frac{1}{2^i + j^3}.$$

91. Разработайте программу вычисления двойной суммы

$$S = \sum_{|i|+|j| \leq N} \frac{1}{2 + i^2 + j^4}.$$

92. Разработайте программу вычисления двойной суммы

$$S = \sum_{|i|+2|j| \leq N} \frac{\sin i + \cos j}{2 + i^2 + j^4}.$$

93. Разработайте программу вычисления выражения

$$S = \max_{|i| \leq N} \sum_{3|j| \leq N} \frac{\sin i + \cos j}{2 + i^2 + j^4}.$$

94. Разработайте программу вычисления двойной суммы

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=-i}^N \frac{\sin i \cos j}{4 + i^2 + j^4}.$$

95. Разработайте программу вычисления выражения

$$S = \max_{|i| \leq N} \sum_{2|j| \leq N} \frac{\sin i \cos j}{4 + i^2 + j^4}.$$

96. Разработайте программу вычисления выражения

$$S = \min_{|i| \leq N} \sum_{3|j| \leq N} \frac{\sin i \cos j}{4 + i^2 + j^4}.$$

В нижеследующих задачах (51– 96)  $f(i, j, k, l)$  – функция, определенная при всевозможных целочисленных  $i, j, k, l$ .

97. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{i^2 + j^2 \leq N^2} \sum_{2k^2 + l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

98. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{i^2 + j^2 \leq N^2} \sum_{k^2 + l^4 \leq N^7} f(i, j, k, l).$$

99. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{|i| + |j| \leq N} \max_{k^2 + l^4 \leq N^7} f(i, j, k, l).$$

100. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{|i| + 2|j| \leq N} \min_{k^2 + l^4 \leq N^7} f(i, j, k, l).$$

101. Разработайте программу вычисления выражения

$$S = \max_{|i| + 2|j| \leq N} \sum_{3k^2 + l^4 \leq N^7} f(i, j, k, l).$$

102. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{3k^2 + l^4 \leq N^7} \sum_{3i^2 + j^4 \leq N^7} f(i, j, k, l).$$

103. Разработайте программу вычисления выражения

$$S = \max_{k^2 + l^4 \leq N^5} \sum_{i^2 + j^{14} \leq N^{10}} f(i, j, k, l).$$

104. Разработайте программу вычисления выражения

$$S = \min_{|i| \leq N} \sum_{3|j| \leq N} f(i, j, k, l).$$

105. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{3|i| + 2|j| \leq N} \max_{k^2 + l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

106. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{i^2+2j^2 \leq N^2} f(i, j, k, l).$$

107. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \max_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{i^2+2j^2 \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

108. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \max_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{3|i^3+4|j|^3 \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

109. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \max_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{3|i^3+2|j|^3 \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

110. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{3|i^3+\frac{|j|^3}{3} \leq N^3} \max_{k^2+l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

111. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \max_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{|i|^3+\frac{|j|^3}{4} \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

112. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{3|i|^4+\frac{|j|^4}{3} \leq N^4} \max_{k^2+l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

113. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \max_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{|i|^6+\frac{|j|^3}{3} \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

114. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{3|i|^5+\frac{|j|^5}{3} \leq N^5} \max_{k^2+l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

115. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{|i|^2+\frac{|j|^3}{4} \leq N^3} \max_{k^2+l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

116. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \min_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{|i|^2+\frac{|j|^3}{6} \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

117. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \min_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{|i|^5+\frac{|j|^5}{32} \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

118. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{|i|^4+|j|^4 \leq N^4} \min_{k^2+l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

119. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \max_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{|i|^{10}+2|j|^{10} \leq N^{10}} f(i, j, k, l).$$

120. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{|i|^4 + \frac{|j|^4}{16} \leq N^4} \max_{k^2+l^4 \leq N^4} f(i, j, k, l).$$

121. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \min_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{i^2+2j^2 \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

122. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \min_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{3|i|^3+4|j|^3 \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

123. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \min_{k^2+l^4 \leq N^5} \sum_{3|i|^3+2|j|^3 \leq N^3} f(i, j, k, l).$$

124. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \sum_{3|i|^3 + \frac{|j|^3}{3} \leq N^3} \min_{k^2+l^4 \leq N^5} f(i, j, k, l).$$

125. Разработайте программу вычисления кратной суммы

$$S = \max_{k^2+|l|^5 \leq N^5} \sum_{|i|+2|j|^{10} \leq N^{10}} f(i, j, k, l).$$