解析学A期末試験

平成 28 年 1 月 26 日

1 後期中間試験で $f(x,y) = x^3 - 3x(1+y^2)$ が極値を持たないことを示した。このことを認めて次の各問いに答えよ。

(1) 単位円周 $C = \{(x,y) \in \mathcal{R}^2 | \phi(x,y) = x^2 + y^2 = 1\}$ 上における $f(x,y)$ の最大値を求めよ。C 上で最大値を持つことは認めてよい

$$2\sqrt{2}$$

(2) 単位閉円版 $D = \{(x,y) \leq R^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上での $f(x,y)$ の最大値を求めよ。D 上で最大値を持つことは認めてよい。

2

(1) $D = \{(x,y) \in \mathcal{R}^2 | 0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq x \leq \sin y\}$ を図示せよ。

(2) $I = \iint_D \sqrt{1-x^2}dxdy$ を求めよ。ただし公式 $\int \sqrt{1-x^2}dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x) + c$ を用いてよい

$$\frac{1}{8} + \frac{\pi^2}{16}$$

3

(1) $D = \{(x,y) \in \mathcal{R}^2 | 0 \leq x - y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1\}$ を図示せよ。なお (2) で変数変換を用いるときは新たな積分領域も描け。

(2) $I = \iint_D (x-y)\log(x+y+1)dxdy$ を求めよ

$$\frac{1}{4}(2\log 2 - 1)$$

4

(1) $D = \{(x,y) \leq\in \mathcal{R}^2 | x^2 + y^2 \leq x\}$ を図示せよ。なお (2) で変数変換を用いる場合は新たな積分領域も描け。

(2) $I = \iint_D \sqrt{1-x^2-y^2}dxdy$ を求めよ

$$\frac{\pi}{3} - \frac{4}{9}$$