

Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"

Московский институт электроники и математики Национального
исследовательского университета "Высшая школа экономики"

Департамент прикладной математики

ОТЧЕТ

По домашнему заданию
«Методы исследования дискретных динамических систем»
По курсу «Введение в нелинейную динамику»

ФИО студента	Номер группы	Дата
Антонов Егор Алексеевич	БПМ214	30 января 2023 г.

Москва / Нижний Новгород – 2024 г.

ЗАДАНИЕ 3 (Вариант № 1):

Во всех вариантах требуется найти все неподвижные точки, провести их классификацию и построить фазовый портрет для следующих динамических систем

1. $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + y(1 - x^2).$

РЕШЕНИЕ

1. Нахождение неподвижных точек

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x + y(1 - x^2) \end{cases}$$

1) $\begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ -x + y(1 - x^2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

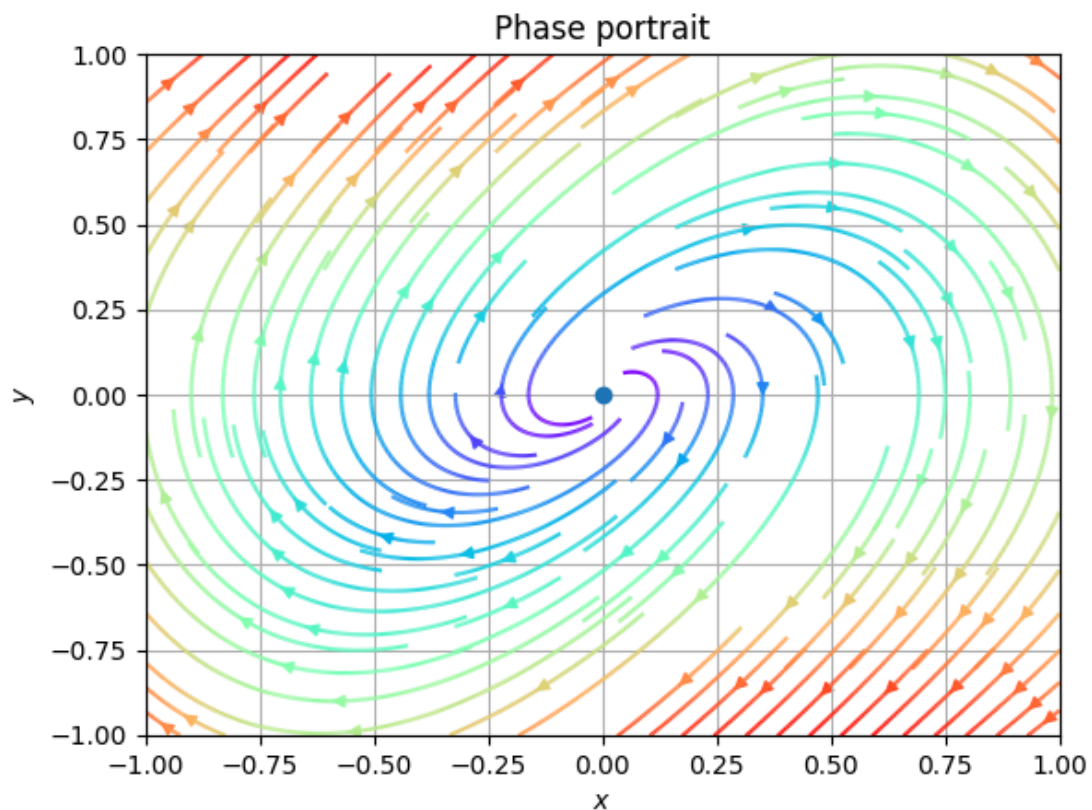
$\Rightarrow (0, 0)$ — неподвижная точка.

2. Классификация неподвижных точек

$$2) J = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} & \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} & \frac{\partial Q}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 - 2xy & 1 - x^2 \end{pmatrix}$$
$$J|_{(x,y)=(0,0)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$0 = \det(J - \lambda \cdot E) = \det \begin{pmatrix} -\lambda & 1 \\ -1 & 1 - \lambda \end{pmatrix} =$$
$$= -\lambda \cdot (1 - \lambda) + 1 = \lambda^2 - \lambda + 1 =$$
$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$$
$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{1 \pm i \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\operatorname{Re}(\lambda_{1,2}) > 0; \lambda_1 = \bar{\lambda}_2 \Rightarrow (0,0)$ — неустойчивый ~~уз~~ фокус.

3. Построение фазового портрета



ВЫВОДЫ

В системе существует единственная неподвижная точка: $(0, 0)$ – неустойчивый фокус.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

[Код программы для вычислений и построения фазового портрета](https://colab.research.google.com/drive/1VokPE8VQGY7GORG5q6Qt8wQOW7dsnEuh?usp=sharing)

<https://colab.research.google.com/drive/1VokPE8VQGY7GORG5q6Qt8wQOW7dsnEuh?usp=sharing>