

# 기계학습원론 HW4

2021312738 소프트웨어학과 김서환

1. The model is  $f(x_1, x_2) = w_2x_2 + w_1x_1 + w_0$

a) What are  $\partial E/\partial w_0$ ,  $\partial E/\partial w_1$ ,  $\partial E/\partial w_2$ ?

계산의 일관성을 위해  $w_0$ 에  $x_0(x_0=1)$ 을 곱해져 있다고 가정하자.

$$\frac{\partial E}{\partial w_0} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_0$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_1} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_1$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_2} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_2$$

b) Determine  $w_0$ ,  $w_1$ ,  $w_2$  for the logistic regression. Write the code for training of the logistic regression.

.py파일을 첨부하고 싶었으나 pdf형식이라 글로 첨부하겠습니다!

또한, Homework 4.data 파일 상대 경로로 파일을 읽어와서 데이터를 저장하였고 Homework 4.data 파일 데이터  $x_1$ ,  $x_2$ 의 값이 커서 반복해서 학습시킬 때 max range error가 발생하여 이를 해결하면서 정답인  $w$ 값을 찾는 방법에 대해서 찾다가 데이터의 분포의 모양을 바꾸지 않는 스케일링이라는 방법을 생각했습니다. min-max 스케일링을 이용하여 구현하였고,  $w_0$ ,  $w_1$ ,  $w_2$ 값을 찾아냈습니다.

Logistic regression을 통해 도출한  $w_0 = -0.854$ ,  $w_1 = 13.436$ ,  $w_2 = -17.045$  입니다.

```
[Running] python -u "c:\Users\kksh3\OneDrive\바탕 화면\5학기\기학원\HW\HW4\기학원 과제 1.py"
initial w0, w1, w2 : -0.42642295287491283 , -0.37990619631058453 , 0.4281188346160478
Solution w0, w1, w2: -0.8544903705581934 , 13.436394543490668 , -17.045424395649793
0.7610268446545655
1

[Done] exited with code=0 in 0.633 seconds

[Running] python -u "c:\Users\kksh3\OneDrive\바탕 화면\5학기\기학원\HW\HW4\기학원 과제 1.py"
initial w0, w1, w2 : 0.9782658266128335 , 0.12224359282657415 , 0.9153906714288926
Solution w0, w1, w2: -0.8544848837156721 , 13.436318033470844 , -17.045326385262424
0.7610258293849786
1

[Done] exited with code=0 in 0.642 seconds

[Running] python -u "c:\Users\kksh3\OneDrive\바탕 화면\5학기\기학원\HW\HW4\기학원 과제 1.py"
initial w0, w1, w2 : 0.45952758453619946 , -0.6559424370542428 , 0.6353942935509993
Solution w0, w1, w2: -0.8544752493683537 , 13.436183689686368 , -17.04515428908146
0.7610240466661798
1
```

<python code>

```
import random
```

```
import math
```

```
eta = 0.01
```

```
max_iteration = 10000
```

```
limit_difference = 0.000001
```

```
def fxw(x1,x2):
```

```
    return w2*x2 + w1*x1 + w0
```

```
def Lxw(x):
```

```
    return 1/(1+math.exp(-x))
```

```
w0 = random.uniform(-1, 1)
```

```
w1 = random.uniform(-1, 1)
```

```
w2 = random.uniform(-1, 1)
```

```
data = []
```

```
file = open("Howework 4.data.txt", 'r')
```

```
lines = file.readlines()
```

```
for line in lines:
```

```
    numbers = line.split(',')
```

```
    temp = []
```

```
    for num in numbers:
```

```
        temp.append(int(num))
```

```
data.append(tuple(temp))
```

```
x1list = []
```

```
x2list = []
```

```
for i in data:
```

```
    x1list.append(i[0])
```

```
    x2list.append(i[1])
```

```
x1min = min(x1list)
```

```
x1max = max(x1list)
```

```
x2min = min(x2list)
```

```
x2max = max(x2list)
```

```
scaleddata = []
```

```
for newx1, newx2, newy in data:
```

```
    scaledx1 = (newx1-x1min)/(x1max-x1min)
```

```
    scaledx2 = (newx2-x2min)/(x2max-x2min)
```

```
    scaleddata.append((scaledx1, scaledx2, newy))
```

```
print("initial w0, w1, w2 : ",w0," ",w1," ",w2)
```

```
for itr in range(max_iteration):
```

```
    g0 = 0
```

$g1 = 0$

$g2 = 0$

for  $x1, x2, t$  in scaleddata:

$fx = fxw(x1,x2)$

$derw0 = (Lxw(fx)-t)$

$derw1 = (Lxw(fx)-t)*x1$

$derw2 = (Lxw(fx)-t)*x2$

$g0 = g0 + derw0$

$g1 = g1 + derw1$

$g2 = g2 + derw2$

$neww0 = w0 - \eta * g0$

$neww1 = w1 - \eta * g1$

$neww2 = w2 - \eta * g2$

if  $\text{abs}(neww0 - w0) < \text{limit\_difference}$  and  $\text{abs}(neww1 - w1) < \text{limit\_difference}$  and  $\text{abs}(neww2 - w2) < \text{limit\_difference}$ :

$\text{print}(\text{"difference is too small"})$

$\text{break}$

$w0 = neww0$

$w1 = neww1$

$w2 = neww2$

$\text{print}(\text{"Solution } w0, w1, w2: ", w0, ", ", w1, ", ", w2)$

$\text{scaledx1} = (33 - x1_{\min}) / (x1_{\max} - x1_{\min})$

```
scaledx2 = (81-x2min)/(x2max-x2min)
```

```
classfy = Lxw(fxw(scaledx1, scaledx2))
```

```
print(classfy)
```

```
if(classfy > 0.5):
```

```
    print(1)
```

```
elif(classfy < 0.5):
```

```
    print(0)
```

```
else:
```

```
    print("unknown")
```

c) Determine the class of (33, 81).

b)의 코드 마지막 부분에 구현해두긴 했는데 스케일링을 해줬기 때문에 (33, 81)의 데이터도 스케일링을 거친 후에  $f(x_1, x_2)$ 에 대입해줬고, 그 결과를 다시 sigmoid함수 ( $= L(x, w)$ )에 대입하여 나온 결과값이 0.5보다 크면 1로 분류, 0.5보다 작으면 0으로 분류했습니다. 따라서 실제 (33, 81)의 결과값이 0.761로, (33, 81)의 class는 1입니다.

2. The model is  $f(x_1, x_2) = w_5x_2^2 + w_4x_1^2 + w_3x_2x_1 + w_2x_2 + w_1x_1 + w_0$

a) What are  $\partial E / \partial w_0$ ,  $\partial E / \partial w_1$ ,  $\partial E / \partial w_2$ ,  $\partial E / \partial w_3$ ,  $\partial E / \partial w_4$ ,  $\partial E / \partial w_5$ ?

계산의 일관성을 위해  $w_0$ 에  $x_0(x_0=1)$ 을 곱해져 있다고 가정하자.

$$\frac{\partial E}{\partial w_0} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_0$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_1} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_1$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_2} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_2$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_3} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_2 * x_1$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_4} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_1^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_5} = \sum_{(x,y) \in Data} \left( \frac{1}{1+e^{-w_2x_2-w_1x_1-w_0}} - y \right) * x_2^2$$

b) Determine  $w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$  for the logistic regression. Write the code for training of the logistic regression.

(1번과 동일하게).py파일을 첨부하고 싶었으나 pdf형식이라 글로 첨부하겠습니다!

또한, Homework 4.data 파일 상대 경로로 파일을 읽어와서 데이터를 저장하였고 Homework 4.data 파일 데이터  $x_1, x_2$ 의 값이 커서 반복해서 학습시킬 때 max range error가 발생하여 이를 해결하면서 정답인  $w$ 값을 찾는 방법에 대해서 찾다가 데이터의 분포의 모양을 바꾸지 않는 스케일링이라는 방법을 생각했습니다. min-max 스케일링을 이용하여 구현하였고,  $w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$ 값을 찾아냈습니다.

Logistic regression을 통해 도출한  $w_0 = 3.6, w_1 = -1.7, w_2 = -42.9, w_3 = 6.7, w_4 = 33.7, w_5 = -3.8$  입니다.

(매 실행마다  $w_0 \sim w_5$ 까지의 값은  $+1 \sim -1$  정도의 오차가 존재)

```
[Running] python -u "c:\Users\kksh3\OneDrive\바탕 화면\5학기\기학원\HW\HW4\기학원 과제 2.py"
initial w0, w1, w2, w3, w4, w5: -0.7071323248849257 , 0.4817434854199034 , 0.24586006233354096 -0.3273906925277661 -0.6746962494970596 -0.8437733745193199
Solution w0, w1, w2, w3, w4, w5: 3.6028299301675464 , -1.7167349760401496 , -42.86081541557386 6.742644354170586 33.77253350297373 -3.837048024610423
0.7845987506866494
1
[Done] exited with code=0 in 1.351 seconds

[Running] python -u "c:\Users\kksh3\OneDrive\바탕 화면\5학기\기학원\HW\HW4\기학원 과제 2.py"
initial w0, w1, w2, w3, w4, w5: 0.8605275854390946 , 0.5040584117396332 , 0.9869312824917105 0.8530341520782123 -0.46337667404576544 0.3274042923993665
Solution w0, w1, w2, w3, w4, w5: 3.606357499068286 , -1.6555798571589952 , -42.95349789414472 6.981836979876392 33.63019588706504 -3.8994442536306373
0.784220889574644
1
[Done] exited with code=0 in 1.358 seconds

[Running] python -u "c:\Users\kksh3\OneDrive\바탕 화면\5학기\기학원\HW\HW4\기학원 과제 2.py"
initial w0, w1, w2, w3, w4, w5: -0.23574114775083976 , -0.5601512581721271 , 0.34766454158326887 0.1184299334902641 -0.5954523988889147 -0.695970266751667
Solution w0, w1, w2, w3, w4, w5: 3.6103821466968364 , -1.8030325286135709 , -42.84523956065486 6.9158380291485235 33.855531608893486 -4.057106022425487
0.7853007812834794
1
[Done] exited with code=0 in 1.417 seconds
```

<python code>

import random

import math

eta = 0.01

max\_iteration = 10000

limit\_difference = 0.000001

def fxw(x1,x2):

return  $w_5*(x_2^2) + w_4*(x_1^2) + w_3*x_2*x_1 + w_2*x_2 + w_1*x_1 + w_0$

```
def Lxw(x):  
    return 1/(1+math.exp(-x))  
  
w0 = random.uniform(-1, 1)  
w1 = random.uniform(-1, 1)  
w2 = random.uniform(-1, 1)  
w3 = random.uniform(-1, 1)  
w4 = random.uniform(-1, 1)  
w5 = random.uniform(-1, 1)  
  
data = []  
  
file = open("Howework 4.data.txt", 'r')  
lines = file.readlines()  
  
for line in lines:  
    numbers = line.split(',')  
    temp = []  
    for num in numbers:  
        temp.append(int(num))  
    data.append(tuple(temp))  
  
x1list = []  
x2list = []  
  
for i in data:  
    x1list.append(i[0])
```

```
x2list.append(i[1])
```

```
x1min = min(x1list)
```

```
x1max = max(x1list)
```

```
x2min = min(x2list)
```

```
x2max = max(x2list)
```

```
scaleddata = []
```

```
for newx1, newx2, newy in data:
```

```
    scaledx1 = (newx1-x1min)/(x1max-x1min)
```

```
    scaledx2 = (newx2-x2min)/(x2max-x2min)
```

```
    scaleddata.append((scaledx1, scaledx2, newy))
```

```
print("initial w0, w1, w2, w3, w4, w5: ",w0," ",w1," ",w2," ",w3," ",w4," ",w5)
```

```
for itr in range(max_iteration):
```

```
    g0 = 0
```

```
    g1 = 0
```

```
    g2 = 0
```

```
    g3 = 0
```

```
    g4 = 0
```

```
    g5 = 0
```

```
    for x1, x2, t in scaleddata:
```

```
        fx = fxw(x1,x2)
```

```
        derw0 = (Lxw(fx)-t)
```



```

derw1 = (Lxw(fx)-t)*x1
derw2 = (Lxw(fx)-t)*x2
derw3 = (Lxw(fx)-t)*x2*x1
derw4 = (Lxw(fx)-t)*(x1**2)
derw5 = (Lxw(fx)-t)*(x2**2)

g0 = g0 + derw0
g1 = g1 + derw1
g2 = g2 + derw2
g3 = g3 + derw3
g4 = g4 + derw4
g5 = g5 + derw5

```

```

neww0 = w0 - eta*g0
neww1 = w1 - eta*g1
neww2 = w2 - eta*g2
neww3 = w3 - eta*g3
neww4 = w4 - eta*g4
neww5 = w5 - eta*g5

```

```

if abs(neww0 - w0) < limit_difference and abs(neww1 - w1) < limit_difference and
abs(neww2 - w2) < limit_difference and abs(neww3 - w3) < limit_difference and
abs(neww4 - w4) < limit_difference and abs(neww5 - w5) < limit_difference:

```

```

    print("difference is too small")

```

```

    break

```

```

w0 = neww0

```

```

w1 = neww1

w2 = neww2

w3 = neww3

w4 = neww4

w5 = neww5

print("Solution w0, w1, w2, w3, w4, w5: ",w0," ",w1," ",w2," ",w3," ",w4," ",w5)

scaledx1 = (33-x1min)/(x1max-x1min)

scaledx2 = (81-x2min)/(x2max-x2min)


classfy = Lxw(fxw(scaledx1, scaledx2))

print(classfy)

if(classfy > 0.5):

    print(1)

elif(classfy < 0.5):

    print(0)

else:

    print("unknown")

```

c) Determine the class of (33, 81).

b)의 코드 마지막 부분에 구현해두긴 했는데 스케일링을 해줬기 때문에 (33, 81)의 데이터도 스케일링을 거친 후에  $f(x_1, x_2)$ 에 대입해줬고, 그 결과를 다시 sigmoid함수 ( $= L(x, w)$ )에 대입하여 나온 결과값이 0.5보다 크면 1로 분류, 0.5보다 작으면 0으로 분류했습니다. 따라서 실제 (33, 81)의 결과값이 0.785로, (33, 81)의 class는 1입니다.