

# Preface

확률론은 통계학을 공부하는 데 있어 굉장히 중요한 과목이다. 그러므로 열심히 공부해야 한다.

덤으로 극단값 이론의 기초도 수록하였다.

최대한 제가 이해할 수 있는 수준의 내용으로 구성하였으므로, 그러므로 기초 레벨에 해당이 된다.

This is a Quarto book.

To learn more about Quarto books visit <https://quarto.org/docs/books>.

1 + 1

[1] 2

# Part I

## Intro

# 1 Introduction

## 1.1 Probability Theory

- Probability models: random experiment를 묘사하는데 목적이 있음
- Random experiment: 무작위성이 있어 미래에 일어날 결과물을 정확하게 예측할 수 없는 실험
- **Probability space:** 확률론의 기초가 됨, 확률공간의 키가 되는 아이디어는 **stabilization of the relative frequencies**임

우리가 random experiment를 독립적으로, 반복적으로 수행한다고 하고 어떤 특정한 **사건(event)**  $A$ 가 일어나는지 아닌지를 기록한다고 하자.  $f_n(A)$ 를 처음  $n$ 개의 독립시행에서  $A$ 사건이 일어난 횟수라고 하고,  $r_n(A) = f_n(A)/n$ 이라고 하자. 그러면 이 relative frequency  $r_n(A)$ 는  $n \rightarrow \infty$ 일 때 다음과 같다고 생각하는 것이다(stabilization).

$$r_n(A) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \text{some real number.}$$

# Part II

## Probability

## 2 Measure and Integration

### 2.1 Limit of sets

### 2.2 Measures

**Definition 2.1** (Push-forward measure).

- $(E, \mathcal{E}, \mu)$ : measure space,  $(F, \mathcal{F})$ : measurable space,  $f : E \rightarrow F$ : measurable transformation
- 그러면 다음과 같은 변환

$$\mu_f(A) \triangleq \mu \circ f^{-1}(A) = \mu(f^{-1}(A)), \quad A \in \mathcal{F}$$

은  $(F, \mathcal{F})$ 에서의 measure를 정의

- $\mu_f$  (또는  $f^\# \mu$ 로 씀): **push-forward measure** via  $f$

**i Remark**

- Push-forward measure는 change-of-variables formula 등 적분이론에서 많이 쓰임

## 2.3 Integration

### 2.3.1 Integration notations

#### Remark

적분이론에서 굉장히 다양한 적분 notation을 쓰는데 알아두면 좋을 듯

- $(E, \mathcal{E}, \mu)$ : measure space,  $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ : a real-valued transformation
- 다음의 세 개의 기호는 같은 것임

- $\int_E f(x) d\mu(x)$
- $\int_E f d\mu$  (적분하려는 변수가 분명한 경우 생략)
- $\int_E f(x) \mu(dx)$

### 2.3.2 리만-스틸체스 적분

종종 헛갈리는 표현이 기댓값을 다음과 같이 분포함수를 이용해 표현하는 경우가 있다.

$$E(X) = \int x dF(x).$$

우리가 알고 있는 정적분은  $x$  축을 따라가며 함수값  $f(x)$ 가 만드는 면적을 계산한다.

$$\int_a^b f(x) dx.$$

위 식을 더 확장하면  $x$  대신 임의의 곡선  $g(x)$ 를 적분 변수로 두고  $f(x)$ 를 단순히 정적분 할 수도 있다.