수학으로부터 **인류**를 **자유**롭게 하라

Free Humankind from Mathematics

Basic Algebra

Chap.1 Algebraic Properties

Algebraic Properties

Commutative Property

$$a \; ☺ \; b = b \; ☺ \; a$$

Associative Property

$$(a \; ☺ \; b) \; ☺ \; c = a \; ☺ \; (b \; ☺ \; c)$$

Distributive Property

$$a \; ☺ \; (b \; 😍 \; c) = (a \; ☺ \; b) \; 😍 \; (a \; ☺ \; c)$$

$$(b \; 😍 \; c) \; ☺ \; a = (b \; ☺ \; a) \; 😍 \; (c \; ☺ \; a)$$

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라

By 신경식

Commutative Property

$$a \odot b = b \odot a$$

commutative, commutativity,   noncommutative, anti-associativity

addition: commutative $a + b = b + a$

subtraction: anticommutative $a - b \neq b - a$

multiplication: commutative $a \cdot b = b \cdot a$

division: anticommutative $a \div b \neq \div a$

Distributive Property

$$a \smiley (b \smiley c) = (a \smiley b) \smiley (a \smiley c)$$

distributive, distributivity,   nondistributive, anti-distributivity

multiplication-addition: distributive

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

addition-multiplication: nondistributive

$$a + (b \cdot c) \neq (a + b) \cdot (a + c)$$

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라

By 신경식

Associative Property

$$(a \smiley b) \smiley c = a \smiley (b \smiley c)$$

associative, associativity,   nonassociative, anti-associativity

addition: associative $\qquad (a + b) + c = a + (b + c)$

subtraction: nonassociative $\qquad (a - b) - c \neq a - (b - c)$

multiplication: associative $\qquad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

division: nonassociative $\qquad (a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라

By 신경식

Identities and Inverses

- Identities(항등원): 어떤 값(a)과 연산(☺)이 있을 때, 이 값에 연산을 진행한 결과가 원래의 값과 동일하게 만드는 값

$$a \; ☺ \; e = a$$

$$☺ : e는 \; ☺ \; 에 \; 대한 \; identity$$

- Inverses(역원): 어떤 값(a)과 연산(☺)이 있을 때, 이 값에 연산을 진행한 결과 identity가 되게 만드는 값

$$a \; ☺ \; x = e$$

$$☺ : x는 \; ☺ \; 에 \; 대한 \; inverse$$

Additive Identities

Additive Identities(덧셈에 대한 항등원)

$$a + e = a \longrightarrow (a + e) - a = a - a$$

$$\longrightarrow (e + a) - a = 0 \quad \text{by commutativity}$$

$$\longrightarrow e + (a - a) = 0 \quad \text{by associativity}$$

$$\longrightarrow e = 0$$

0은 임의의 a의 additive identity

ex.1) $2 + 0 = 2$
$\longrightarrow$ 0은 2의 additive identity

ex.2) $-2 + 0 = -2$
$\longrightarrow$ 0은 -2의 additive identity

ex.3) $\pi + 0 = \pi$
$\longrightarrow$ 0은 π의 additive identity

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라
By 신경식

Additive Inverses

Additive Inverses(덧셈에 대한 역원)

$$a + x = e \longrightarrow a + x = 0 \quad \text{by additive identity}$$

$$\longrightarrow (a + x) - a = 0 - a$$

$$\longrightarrow (x + a) - a = -a \quad \text{by commutativity}$$

$$\longrightarrow x + (a - a) = -a \quad \text{by associativity}$$

$$\longrightarrow x = -a$$

$-a$은 임의의 a의 additive inverse

ex.1) $2 + x = 0$
$$\longrightarrow x = -2 \longrightarrow -2는 2의 \text{ additive inverse}$$

ex.2) $-2 + x = 0$
$$\longrightarrow x = 2 \longrightarrow 2는 -2의 \text{ additive inverse}$$

ex.3) $\pi + x = 0$
$$\longrightarrow x = -\pi \longrightarrow -\pi는 \pi의 \text{ additive inverse}$$

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라

By 신경식

Multiplicative Identities

Multiplicative Identities(곱셈에 대한 항등원)

$$a \cdot e = a \longrightarrow (a \cdot e) \cdot a^{-1} = a \cdot a^{-1}$$
$$\longrightarrow (e \cdot a) \cdot a^{-1} = 1 \quad \text{by commutativity}$$
$$\longrightarrow e \cdot (a \cdot a^{-1}) = 1 \quad \text{by associativity}$$
$$\longrightarrow e = 1$$

1은 임의의 a의 multiplicative identity

ex.1) $2 \cdot 1 = 2$
$\longrightarrow$ 1은 2의 multiplicative identity

ex.2) $-2 \cdot 1 = -2$
$\longrightarrow$ 1은 -2의 multiplicative identity

ex.3) $\pi \cdot 1 = \pi$
$\longrightarrow$ 1은 π의 multiplicative identity

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라

By 신경식

Multiplicative Inverses

Multiplicative Inverses(곱셈에 대한 역원)

$a \cdot x = e \longrightarrow a \cdot x = 1$ by multiplicative identity

$\longrightarrow (a \cdot x) \cdot \dfrac{1}{a} = 1 \cdot \dfrac{1}{a}, \, a \neq 0$

$\longrightarrow (x \cdot a) \cdot \dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{a}$ by commutativity

$\longrightarrow x \cdot (a \cdot \dfrac{1}{a}) = \dfrac{1}{a}$ by associativity

$\longrightarrow x = \dfrac{1}{a}$

$\dfrac{1}{a}$은 a^{-1}로 표현할 수 있음

a^{-1}은 임의의 a의 multiplicative inverse

ex.1) $2 \cdot x = 1 \longrightarrow x = \dfrac{1}{2} = 2^{-1}$

$\longrightarrow \dfrac{1}{2}$는 2의 multiplicative inverse

ex.2) $-2 \cdot x = 1 \longrightarrow x = -\dfrac{1}{2} = (-2)^{-1}$

$\longrightarrow -\dfrac{1}{2}$는 -2의 multiplicative inverse

ex.3) $\pi \cdot x = 1 \longrightarrow x = \dfrac{1}{\pi}$

$\longrightarrow \dfrac{1}{\pi}$는 π의 multiplicative inverse

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라   By 신경식

Additive/Multiplicative Identities/Inverses

	Identity	Inverse
Addition	0	$-a$
Multiplication	1	$1/a$

수학으로부터 **인류**를 **자유**롭게 하라
By **신경식**

Variables and Constants

- Constants(상수): 계산 중 변하지 않는 값

- Variables(변수): 함수의 입출력과 같이 상황에 다라 달라질 수 있는 값

  variable은 상황에 따라 달라질 수 있으므로 x, y, z와 같은 문자로 값을 표현

- Coefficients(계수): 변수에 곱해지는 **상수**

x: variable

$$2x^3 + 3x - 4$$

constants, coefficients   constants

x, y: variable

$$3x^3y + 2xy^3 + \frac{1}{3}$$

constants, coefficients   constants

수학으로부터 **인류**를 **자유**롭게 하라   By 신경식

Equations

$$(LHS) = (RHS)$$

Left-hand Side   Right-hand Side

- 두 값(LHS, RHS)이 등호(=)를 통해 서로 같음을 나타내는 식

- LHS 또는 RHS에 변수가 포함되는 경우, 변수가 어떤 값이 되는지에 따라 equation은

  '서로 같음'이 만족될 수도, 만족되지 않을 수도 있음

$$2 = 2 \qquad\qquad 4 \neq 2 \qquad\qquad x = 2$$

항상 참인 equation   항상 거짓인 equation x가 2일 땐 참,
다른 값일 땐 거짓인 equation

Solutions of Equations

- 방정식을 만족시키는 **변수들의 값 또는 조건을 찾는 과정**을 '방정식을 푼다'라고 표현함

$$(\text{LHS}) = (\text{RHS}) \longrightarrow x = \alpha$$

- 방정식을 만족시키는 변수들의 값 또는 조건을 찾는 과정을 방정식의 solution(해)라고 부름

- 모든 solution들을 모든 집합을 solution set(해집합)이라고 부름

Basic Rules for Solving Equations

- LHS와 RHS에 같은 값을 더해도 =관계는 변하지 않음

$$\text{LHS} = \text{RHS} \longrightarrow \text{LHS} + \alpha = \text{RHS} + \alpha$$

- LHS와 RHS에 0이 아닌 같은 값을 곱해도 =관계는 변하지 않음

$$\text{LHS} = \text{RHS} \longrightarrow \text{LHS} \cdot \alpha = \text{RHS} \cdot \alpha, \ \ \alpha \neq 0$$

수학으로부터 인류를 자유롭게 하라
By 신경식

Basic Rules for Solving Equations

ex.1) $x + 2 = 0 \longrightarrow x = \alpha$

$x + 2 = 0 \longrightarrow (x + 2) - 2 = 0 - 2$ 2의 additive inverse

$\longrightarrow x = -2$ associativity of addition

ex.2) $3x - 2 = 1 \longrightarrow x = \alpha$

$3x - 2 = 1 \longrightarrow (3x - 2) + 2 = 1 + 2$ -2의 additive inverse

$\longrightarrow 3x = 3$ associativity of addition

$\longrightarrow 3x \cdot \dfrac{1}{3} = 3 \cdot \dfrac{1}{3}$ 3의 multiplicative inverse

$\longrightarrow x = 1$

수학으로부터 **인류를 자유롭게 하라**