탐색적 인자분석

Exploratory Factor Analysis

인자분석(인자분석)이란?

- 심리학, 행동과학 등의 여러 영역에서 주된 관심의 개념을 직접 측정 불가하기 때문에 간접적으로 측정 (랜덤 오차 포함)
  - 예: 지능- 시험점수
  - 예: 사회계급 – 직업, 교육배경, 집의 소유 등
- 잠재변수 (latent variable) - 직접 측정이 불가하지만 측정할 수 있는 변수
- 인자분석 – 측정변수와 잠재변수 사이의 관계를 밝히는 것
  - 탐색적 인자분석(Exploratory Factor Analysis) – 어떤 측정변수가 어떤 인자에 관련된다는 특정한 가정 없이 측정변수와 인자 사이의 관계 조사
  - 확인적 인자분석(Confirmatory Factor Analysis) – 사전에 가정된 특정한 인자모형에 대해 측정변수 사이의 공분산 또는 상관관계를 적절하게 적합하는지 검정

인자분석의 원리: one-factor model

- 학생들의 심리테스트
- 5개의 문항
    - paragraph comprehension (PARA)
    - sentence completion (SENT)
    - word meaning (WORD)
    - addition (ADD)
    - counting dots (DOTS)
- 5개의 문항에 내재된 하나의 공통 인자(common factor): f
- 각 문항의 특정인자(specific factor): u_i - 랜덤변동
- 인자분석에서 추정하는 것은 분산 (공통인자의 분산+특정인자의 분산)
- 특정인자의 분산은 순전히 공통인자를 완벽히 측정하지 못하는 데서 오는 오차라고 가정

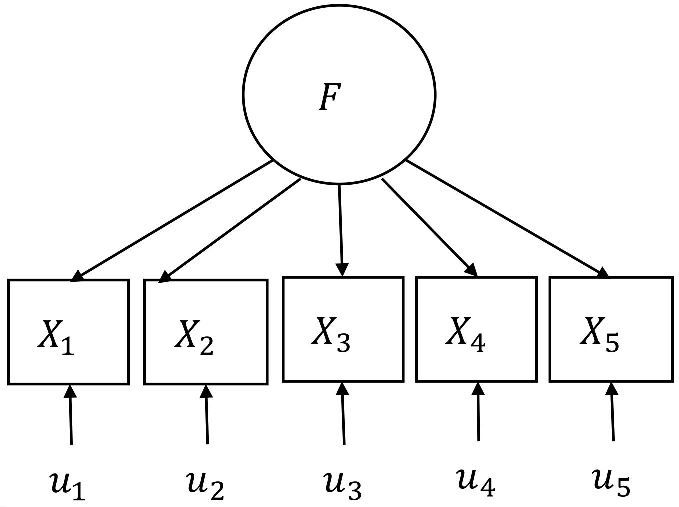


TABLE 5.3 Correlation matrix for psychological test data

	PARA	*SENT*	*WORD*	*ADD*	*DOTS*
PARA	1.000				
SENT	0.722	1.000			
WORD	0.714	0.685	1.000		
ADD	0.203	0.246	0.170	1.000	
DOTS	0.095	0.181	0.113	0.585	1.000

- 가정
  - u_i 들간의 상호독립성
  - u_i와 f간의 독립
- 각 변수 X_i의 분산의 요소: 공통인자(f)과 특정인자(u_i)
  - 둘 다 측정불가능
- l_i: 인자적재값
  - 각 변수가 공통인자를 얼마나 반영하는지에 대한 계수
- X_i와 f 가 표준화 된 경우

$$var(X_i) = var(l_i f + u_i) = l_i^2 + var(u_i) = 1$$

  - l_i: X_i와 f 의 상관계수
  - l_i^2: X_i의 분산 중 공통인자에 의해 발생하는 분산의 비율
    ➔ *공통성 (communality)*
  - $var(u_i)$*:* 특정인자에 의한 분산 (≔ ψ_{ii}^2)
  - *Communality가 크면(1에 가까우면)변수* X_i*가 공통인자를 잘 측정*

$$communality\ of\ X_i = 1 - \psi_{ii}^2$$

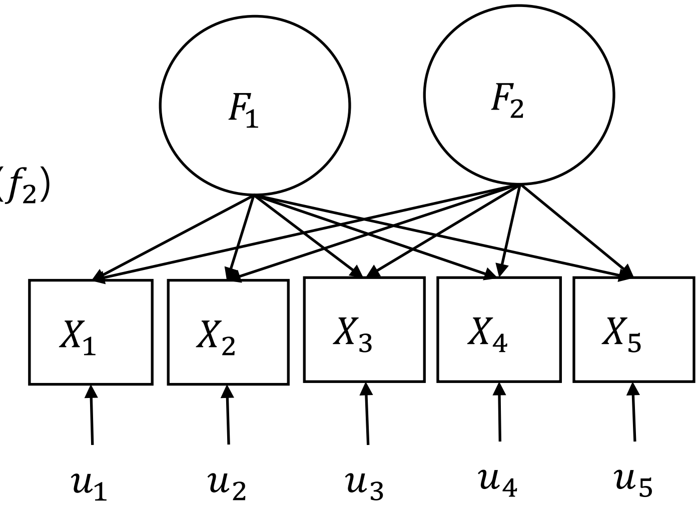
$$X_1 = l_1 f + u_1$$
$$X_2 = l_2 f + u_2$$
$$X_3 = l_3 f + u_3$$
$$X_4 = l_4 f + u_4$$
$$X_5 = l_5 f + u_5$$

인자분석의 원리: two-factor model

- 학생들의 성적이 두 개의 잠재력의 표현: 언어능력(f_1) , 수리능력(f_2)
- f_i들이 서로 독립 가정

$$communality\ of\ X_1 = l_{11}^2 + l_{12}^2$$

- 높은 언어능력과 낮은 수리능력을 가진 학생
  - X_2 (sentence completion)의 결과는 언어능력에 의존
  - $l_{21} \approx 1, l_{22} \approx 0$



$$\begin{aligned}
X_1 &= l_{11}f_1 + l_{12}f_2 + u_1\\
X_2 &= l_{21}f_1 + l_{22}f_2 + u_2\\
X_3 &= l_{31}f_1 + l_{32}f_2 + u_3\\
X_4 &= l_{41}f_1 + l_{42}f_2 + u_4\\
X_5 &= l_{51}f_1 + l_{52}f_2 + u_5
\end{aligned}$$

$$\boxed{\boldsymbol{x} = L\boldsymbol{f} + \boldsymbol{u}}$$

인자분석 모형

$$\boldsymbol{x} = L\boldsymbol{f} + \boldsymbol{u}$$

- q개의 측정변수, k개의 인자
- $L = \begin{bmatrix} l_{11} & \cdots & l_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{q1} & \cdots & l_{qk} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{f} = (f_1, \ldots, f_k)^T$, $\boldsymbol{u} = \left(u_1, \ldots, u_q\right)^T$
- $\boldsymbol{f}$와$\boldsymbol{\epsilon}$는 서로 독립
- $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{f}) = \mathbf{0}, \boldsymbol{Cov}(\boldsymbol{f}) = \boldsymbol{I}$
- $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{u}) = \mathbf{0}\,, \boldsymbol{Cov}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{\Psi}$**,** **(**$\boldsymbol{\Psi}$ 는 대각행렬**)**

- $Cov(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{L}\boldsymbol{L}' + \boldsymbol{\Psi}$

or

$$Var(X_i) = l_{i1}^2 + \ ... + l_{ik}^2 + \psi_i$$
$$Cov(X_i, X_j) = l_{i1}l_{j1} + \cdots + l_{ik}l_{jk}$$

- $Cov(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{F}) = \boldsymbol{L}$

or

$$Cov(X_i, F_j) = l_{ij}$$

$$\underbrace{\boxed{\sigma_{ii}}}_{Var(X_i)} = \underbrace{\boxed{l_{i1}^2 + l_{i2}^2 + \cdots + l_{ik}^2}}_{\text{communality}} + \underbrace{\boxed{\psi_i}}_{\text{specific variance}}$$

- Communality

$$\widehat{h_i}^2 = \widehat{l_{i1}}^2 + \widehat{l_{i2}}^2 + \cdots + \widehat{l_{ik}}^2 \text{ for } i = 1,2,\ldots,q$$

- 총 분산에서 jth factor이 차지하는 비율
  - $\boldsymbol{S}$를 사용할 때: $\frac{\widehat{l_{1j}}^2+\widehat{l_{2j}}^2+\cdots+\widehat{l_{qj}}^2}{\mathrm{s}_{11}+\mathrm{s}_{22}+\ldots+\mathrm{s}_{\mathrm{pp}}}$
  - $\boldsymbol{R}$을 사용할 때: $\frac{\widehat{l_{1j}}^2+\widehat{l_{2j}}^2+\cdots+\widehat{l_{qj}}^2}{q}$

예: Applicants data

- 48 applicants for a position in firm
- Business ability test with 15 questions (10-point Likert scale)
  Form of letter of application (FL)
  Appearance (APP)
  Academic ability (AA)
  Likeability (LA)
  Self-confidence (SC)
  Lucidity (LC)
  Honesty (HON)
  Salesmanship (SMS)
  Experience (EXP)
  Drive (DRV)
  Ambition (AMB)
  Grasp (GSP)
  Potential (POT)
  Keenness to join (KJ)
  Suitability (SUIT)

- Use the maximum likelihood method

```
> fa1=factanal(app_s,4)
> print(fa1,digits=2,sort=T)

Call:
factanal(x = app_s, factors = 4)

Uniquenesses:
   X1.FL.    X2.APP.    X3.AA.     X4.LA.     X5.SC.     X6.LC.    X7.HON.    X8.SMS.    X9.EXP.  X10.DRV.  X11.AMB.  X12.GSP.
     0.44       0.68       0.52       0.18       0.12       0.20       0.34       0.14       0.36      0.23      0.14      0.15
 X13.POT.    X14.KJ.  X15.SUIT.
     0.09       0.00       0.25

Loadings:
          Factor1 Factor2 Factor3 Factor4
X5.SC.     0.92            0.14
X6.LC.     0.84    0.11    0.29
X8.SMS.    0.88    0.26
X10.DRV.   0.77    0.39    0.17
X11.AMB.   0.90    0.18
X12.GSP.   0.79    0.28    0.35    0.15
X13.POT.   0.74    0.35    0.43    0.25
X1.FL.     0.13    0.72    0.11   -0.12
X9.EXP.            0.78            0.17
X15.SUIT.  0.36    0.77            0.14
X4.LA.     0.23    0.24    0.84
X7.HON.    0.25   -0.22    0.74
X3.AA.             0.13            0.68
X14.KJ.    0.42    0.39    0.55   -0.60
X2.APP.    0.46    0.14    0.24    0.16

               Factor1 Factor2 Factor3 Factor4
SS loadings       5.57    2.47    2.10    1.01
Proportion Var    0.37    0.16    0.14    0.07
Cumulative Var    0.37    0.54    0.68    0.74

Test of the hypothesis that 4 factors are sufficient.
The chi square statistic is 84 on 51 degrees of freedom.
The p-value is 0.00247
```

- 인자적재값 행렬 (factor loading matrix): l_{ij}
- 공통성(communality)=$l_{i1}^2 + \cdots + l_{ik}^2$

  X6.LC의 공통성=$0.84^2 + 0.11^2 + 0.29^2 = 0.802$

  ➔4개의 공통인자에 의해 80.2% 설명. 19.8%는 특수인자

```
> 1-fa1$unique # print communalities
   X1.FL.    X2.APP.     X3.AA.     X4.LA.     X5.SC.     X6.LC.    X7.HON.    X8.SMS.    X9.EXP.   X10.DRV.
0.5572552  0.3152922  0.4794454  0.8154054  0.8806047  0.8022471  0.6611150  0.8618314  0.6430829  0.7743963
 X11.AMB.   X12.GSP.   X13.POT.    X14.KJ.  X15.SUIT.
0.8630327  0.8474177  0.9104711  0.9950000  0.7484600
```

```
> fa1=factanal(app_s,4)
> print(fa1,digits=2,sort=T)

Call:
factanal(x = app_s, factors = 4)

Uniquenesses:
   X1.FL.   X2.APP.    X3.AA.    X4.LA.    X5.SC.    X6.LC.   X7.HON.   X8.SMS.   X9.EXP.  X10.DRV.  X11.AMB.  X12.GSP.
     0.44      0.68      0.52      0.18      0.12      0.20      0.34      0.14      0.36      0.23      0.14      0.15
 X13.POT.   X14.KJ. X15.SUIT.
     0.09      0.00      0.25

Loadings:
          Factor1 Factor2 Factor3 Factor4
X5.SC.     0.92            0.14          
X6.LC.     0.84    0.11    0.29          
X8.SMS.    0.88    0.26                  
X10.DRV.   0.77    0.39    0.17          
X11.AMB.   0.90    0.18                  
X12.GSP.   0.79    0.28    0.35    0.15  
X13.POT.   0.74    0.35    0.43    0.25  
X1.FL.     0.13    0.72    0.11   -0.12  
X9.EXP.            0.78            0.17  
X15.SUIT.  0.36    0.77            0.14  
X4.LA.     0.23    0.24    0.84          
X7.HON.    0.25   -0.22    0.74          
X3.AA.             0.13            0.68  
X14.KJ.    0.42    0.39    0.55   -0.60  
X2.APP.    0.46    0.14    0.24    0.16  

               Factor1 Factor2 Factor3 Factor4
SS loadings       5.57    2.47    2.10    1.01
Proportion Var    0.37    0.16    0.14    0.07
Cumulative Var    0.37    0.54    0.68    0.74

Test of the hypothesis that 4 factors are sufficient.
The chi square statistic is 84 on 51 degrees of freedom.
The p-value is 0.00247
```

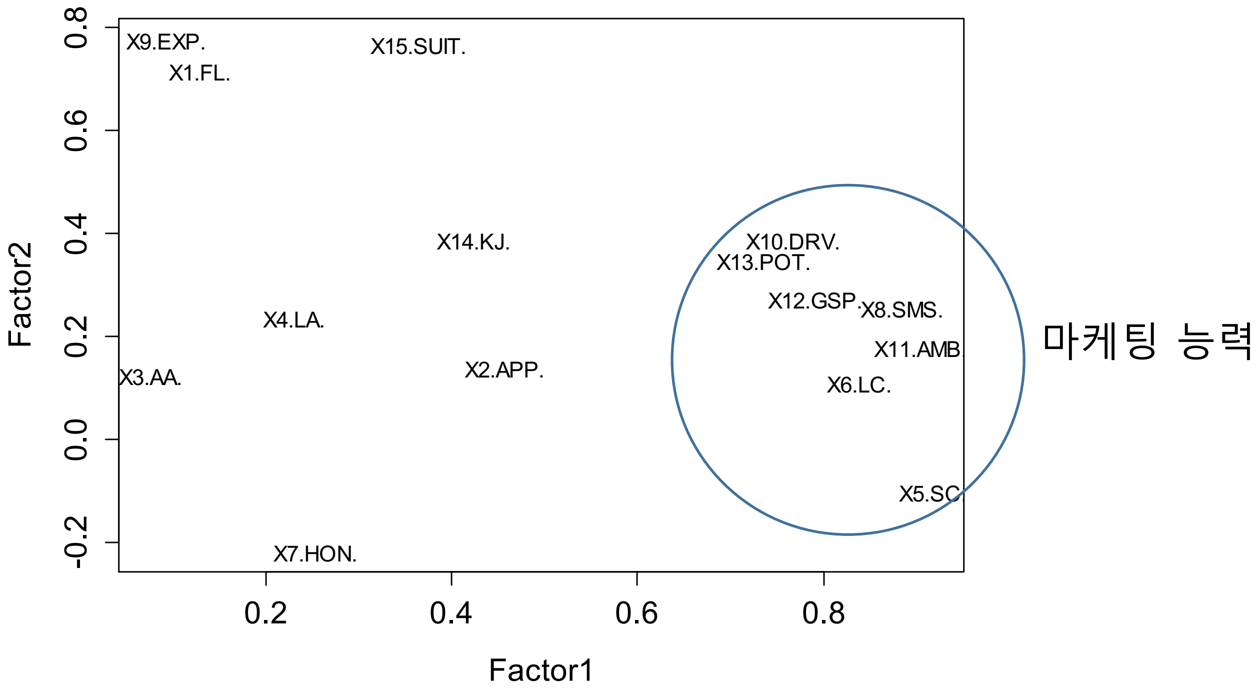
- 인자1: LC(명석), SM(마케팅), DR(추진력), AM(야망), GC(개념파악능력), PO(잠재력)
- ➔마케팅능력=(LC+SM+DR+AM+GC+PO)/6

- 4개의 공통인자에 의해 원변수 변동량의 74%가 설명된다.

- 4개의 인자가 충분한 가에 대한 χ^2검정
  - 원 변수가 다변량 정규분포를 따른다는 가정
  - 최대우도방법에서가능
  - p-value<0.05 ➔ 충분하지 않다

```
> load=fa1$loadings
> plot(load,type="n")
> text(load,labels=names(app_s),cex=0.7)
```

- 인자적재값(factor loading)의 산점도



인자 개수의 추정

- 주성분 분석과 달리 $k = m$과 $k = m + 1$을 갖는 해는 매우 다른 인자적재값을 보여줌.
- 인자 개수가 너무 적으면 너무 많은 큰 인자적재값이 있을 수 있음.
- 인자 개수가 너무 많으면 인자는 단편화 되고 설득력 있는 해석이 어려움.
- 서로 다른 k 값에 대응하는 해를 조사하여 가장 확신을 주는 해석을 줄 수 있는지를 주관적으로 정하여 수행
- Scree plot 사용
  - 주성분분석에서 사용한 scree plot 사용
  - 분산 설명 변동의 크기(고유치)가 갑자기 줄어들기 바로 전까지의 개수 결정
  - 고유값이 인자가 아니라 주성분의 분산을 나타내기 때문에 주성분분석만큼 의미가 명확하지 않음.
- 가설검정
  - 최대우도 접근법에서 사용
  - H_0:k개 공통인자가 데이터를 설명하기에 충분하다.
  - 검정통계량

$$U = N \min(F) \ \sim \chi_\nu^2,$$

    - $N = n + 1 - \frac{2q+5}{6} - \frac{2k}{3}, \nu = \frac{1}{2}(q-k)^2 - \frac{1}{2}(q+k)$
  - $k = 1$에서 시작하여 U가 유의할 때 까지 k를 1 씩 증가시키며 탐색
  - 어떤 단계에서 자유도가 0이 된다면 관측변수들과 잠재변수들 사이에 선형성을 가정하는인자모형 자체가 의문

인자회전

- 인자적재값에 의해 원 변수를 그룹화➔ 언제나 clear 하지는 않음
  - 하나의 원 변수에 부하값이 큰 인자가 2개 이상 존재하는 경우
  - 인자의 크기가 0을 중심으로 ±의 작은 값이 같이 있는 경우
- IDEA
  - 인자의 개수가 m<p인 경우 인자적재값행렬 L의 해는 무수히 많음

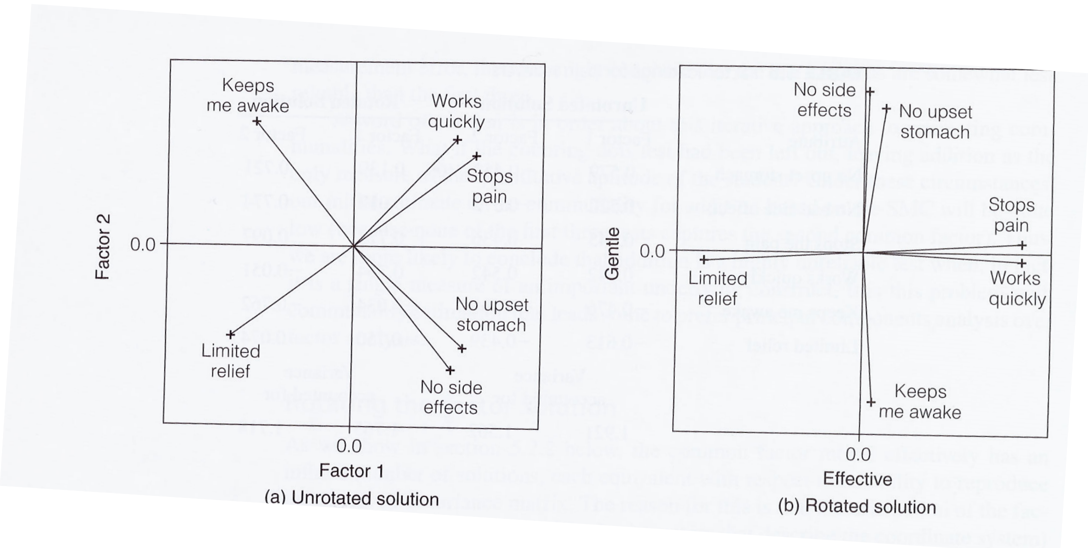
$$\Sigma = LL' + \Psi$$

임의의 직교행렬 M에 대해 (즉, $M'M = MM' = I$)

$$\boldsymbol{x} = (LM)(M'F) + \boldsymbol{u}$$

$$\Sigma = LMM'L' + \Psi = L^* L^{*\prime} + \Psi, \qquad L^* = LP$$

  - 인자적재값의 구별이 쉬운 고유벡터를 찾아 회전



(a) Unrotated solution (b) Rotated solution

시중의 여러 진통제에 대한 고객의 인지도에 관한 설문 조사 6개 항목

인자회전

- 직교회전(orthogonal rotation): 회전된 인자들이 서로 상관되지 않도록 제약
- 사각회전(oblique rotation): 상관된 인자들을 허용
- 어떤 회전이 적절한가?
  - 보편적인 답은 없음
  - 데이터에 가장 잘 맞는 결과를 얻는데 관심이 있다면 사각회전 사용
  - 결과를 일반화 하는데 더 관심이 있다면 직교회전 사용

- 직교회전
  - Varimax rotation
    - 한 공통인자에 대해 각 변수가 가지는 인자적재값 제곱의 분산이 최대화 되도록 변환
    - 인자적재값행렬의 각 열의 분산을 최대화
  - Quartimax rotation
    - 한 변수가 각 공통인자에서 차지하는 비중의 제곱에 대해 분산을 최대화하도록 변환
    - 인자적재값행렬의 각 행의 분산을 최대화
    - 하나의 일반적인 공통인자와 작은 여러 개의 그룹화된 공통인자를 만드는 경향
- 사각회전
  - Oblinmin rotation
    - 인자들 사이의 상관성 정도를 제어하는데 사용되는 모수를 통해 단순한 구조를 찾음
    - -0.5에서 0.5 사이
  - Promax rotation
    - varimax 회전에 의한 적재값을 어떤 승수로 올리는 방법
    - 가능한 낮은 승수를 사용하고 인자들 사이에 낮은 상관성을 갖도록 하는 해

예: Applicants data-인자회전

- factanal function의 default는 varimax rotation.
- rotation 안한 결과와 비교하기 위해 rotation=“none” 사용
- varimax 이외의 다양한 rotation은 psych package 와 GPArotation package 활용

```
> fa3=factanal(app_s,4,rotation="none")
> print(fa3,digits=2,sort=T)

Loadings:
          Factor1 Factor2 Factor3 Factor4
X4.LA.     0.70            0.12    0.55  
X10.DRV.   0.67    0.54           -0.15  
X14.KJ.    0.99   -0.10                  
X5.SC.     0.55    0.64   -0.40          
X6.LC.     0.60    0.65   -0.13          
X8.SMS.    0.63    0.64           -0.21  
X11.AMB.   0.62    0.65   -0.14   -0.19  
X12.GSP.   0.62    0.66            0.11  
X13.POT.   0.62    0.67    0.18    0.22  
X1.FL.     0.47            0.55   -0.18  
X9.EXP.    0.24    0.19    0.72   -0.19  
X15.SUIT.  0.44    0.37    0.62   -0.17  
X7.HON.    0.46           -0.27    0.60  
X2.APP.    0.33    0.43            0.14  
X3.AA.    -0.27    0.48    0.34    0.26  
```

```
> fa2=factanal(app_s,4)
> print(fa2,digits=2,sort=T)

Loadings:
          Factor1 Factor2 Factor3 Factor4
X5.SC.     0.92            0.14          
X6.LC.     0.84    0.11    0.29          
X8.SMS.    0.88    0.26                  
X10.DRV.   0.77    0.39    0.17          
X11.AMB.   0.90    0.18                  
X12.GSP.   0.79    0.28    0.35    0.15  
X13.POT.   0.74    0.35    0.43    0.25  
X1.FL.     0.13    0.72    0.11   -0.12  
X9.EXP.            0.78            0.17  
X15.SUIT.  0.36    0.77            0.14  
X4.LA.     0.23    0.24    0.84          
X7.HON.    0.25   -0.22    0.74          
X3.AA.             0.13            0.68  
X14.KJ.    0.42    0.39    0.55   -0.60  
X2.APP.    0.46    0.14    0.24    0.16  
```

```
> library(psych)
> library(GPArotation)
> fa4=fa(app_s,4,rotate="quartimax")
> print(fa4,digits=2,sort=T)
Factor Analysis using method =  minres
Call: fa(r = app_s, nfactors = 4, rotate = "quartimax")
Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
          item  MR2   MR3   MR4   MR1   h2    u2  com
X11.AMB.    11 0.92  0.00 -0.11  0.08 0.86 0.137 1.6
X8.SMS.      8 0.92  0.08 -0.11  0.08 0.86 0.138 1.3
X5.SC.       5 0.89 -0.28 -0.07  0.07 0.88 0.120 1.2
X12.GSP.    12 0.89  0.12  0.18 -0.10 0.85 0.153 1.8
X6.LC.       6 0.89 -0.05  0.10 -0.04 0.80 0.198 1.2
X13.POT.    13 0.87  0.21  0.28 -0.18 0.91 0.089 1.0
X10.DRV.    10 0.84  0.22  0.00  0.11 0.77 0.226 2.0
X2.APP.      2 0.52  0.06  0.15 -0.14 0.32 0.685 1.1
X9.EXP.      9 0.23  0.77 -0.05 -0.07 0.64 0.356 1.2
X15.SUIT.   15 0.51  0.70 -0.01 -0.05 0.75 0.251 1.2
X1.FL.       1 0.28  0.65  0.08  0.21 0.56 0.443 1.0
X4.LA.       4 0.44  0.13  0.76  0.14 0.82 0.185 1.2
X7.HON.      7 0.36 -0.31  0.66  0.04 0.66 0.339 1.4
X14.KJ.     14 0.59  0.19  0.40  0.67 1.00 0.005 2.8
X3.AA.       3 0.11  0.19  0.04 -0.65 0.48 0.520 1.8
```

인자점수(Factor Score)의 추정

$$\boldsymbol{x} = L\boldsymbol{f} + \boldsymbol{u}$$

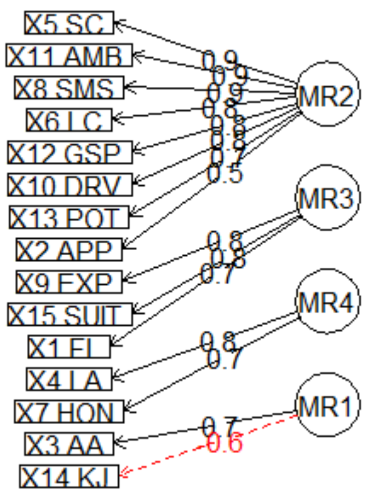
- 데이터의 각 개체에 대한 잠재변수 점수 $\boldsymbol{f}$의 추정
- 인자점수의 유용성
  - 원래 데이터의 모수 절약적인 요약
  - 인자점수는 관측변수 값보다 더 믿을 수 있을 것 같음
  - 잠재변수의 어떤 조합이 관측값에 의해 표현될 수 있을지 모르기 때문에 관측값은 모호할 수 있지만 인자점수는 잠재변수에 대한 순수한 척도임

예: Applicants data-Factor diagram

- psych package는 인자분석 결과를 diagram으로 그려주는 함수 fa.diagram 지원

```
> fa.diagram(fa4)
```

Factor Analysis



주성분 분석과의 비교

주성분분석	인자분석
주성분은 원 변수의 직교 선형결합으로 표현 $\boldsymbol{y} = L\boldsymbol{x}$, L은 선형계수 행렬	인자들의 직교 선형결합으로 원 변수를 표현 $\boldsymbol{x} = L\boldsymbol{f} + \boldsymbol{u}$, L: factor loading matrix. f: 관측불가 주성분분석의 L은 인자분석의 L과 역의 관계
주성분은 변수들의 변동을 설명	인자는 변수들의 분산-공분산 구조를 설명
L을 구하는 방법은 유사. 공분산행렬 혹은 상관계수 행렬의 고유치와 고유벡터를 이용	
변수의 개수를 축약하는데 사용. l_{ij}는 주성분의 이름을 붙이는데 사용	변수에 내재된 관계를 알아보는데 사용. l_{ij}는 변수들을 그룹화 하는데 사용
적절한 주성분 개수를 구하고 선택된 주성분의 이름을 부여. 주성분들 간의 산점도로 이상치를 발견하거나 각 주성분 점수에 의해 개체 순위를 통한 데이터 스크린	적절한 인자의 수를 구하고 이를 이용하여 변수들을 그룹화 한다. 그룹 내 변수들을 하나의 변수화 하여 2차 분석을 실시

상관분석과의 관계

- 변수를 그룹화 한다는 것은 결국 변수들 간의 상관관계 정도가 큰 것 끼리 묶는다는 것
- 상관계수만 의지하여 묶으면 겹치는 부분이 많아 어려움

```
> round(cor(app_s),2)
```

	X1.FL.	X2.APP.	X3.AA.	X4.LA.	X5.SC.	X6.LC.	X7.HON.	X8.SMS.	X9.EXP.	X10.DRV.	X11.AMB.	X12.GSP.	X13.POT.	X14.KJ.	X15.SUIT.
X1.FL.	1.00	0.24	0.04	0.31	0.09	0.23	-0.11	0.27	0.55	0.35	0.28	0.34	0.37	0.47	0.59
X2.APP.	0.24	1.00	0.12	0.38	0.43	0.37	0.35	0.49	0.14	0.34	0.55	0.51	0.51	0.28	0.38
X3.AA.	0.04	0.12	1.00	0.00	0.00	0.08	-0.03	0.05	0.27	0.09	0.04	0.20	0.29	-0.32	0.14
X4.LA.	0.31	0.38	0.00	1.00	0.30	0.48	0.65	0.36	0.14	0.39	0.35	0.50	0.61	0.69	0.33
X5.SC.	0.09	0.43	0.00	0.30	1.00	0.81	0.41	0.80	0.02	0.70	0.84	0.72	0.67	0.48	0.25
X6.LC.	0.23	0.37	0.08	0.48	0.81	1.00	0.36	0.82	0.15	0.70	0.76	0.88	0.78	0.53	0.42
X7.HON.	-0.11	0.35	-0.03	0.65	0.41	0.36	1.00	0.24	-0.16	0.28	0.21	0.39	0.42	0.45	0.00
X8.SMS.	0.27	0.49	0.05	0.36	0.80	0.82	0.24	1.00	0.26	0.81	0.86	0.78	0.75	0.56	0.56
X9.EXP.	0.55	0.14	0.27	0.14	0.02	0.15	-0.16	0.26	1.00	0.34	0.20	0.30	0.35	0.21	0.69
X10.DRV.	0.35	0.34	0.09	0.39	0.70	0.70	0.28	0.81	0.34	1.00	0.78	0.71	0.79	0.61	0.62
X11.AMB.	0.28	0.55	0.04	0.35	0.84	0.76	0.21	0.86	0.20	0.78	1.00	0.78	0.77	0.55	0.43
X12.GSP.	0.34	0.51	0.20	0.50	0.72	0.88	0.39	0.78	0.30	0.71	0.78	1.00	0.88	0.55	0.53
X13.POT.	0.37	0.51	0.29	0.61	0.67	0.78	0.42	0.75	0.35	0.79	0.77	0.88	1.00	0.54	0.57
X14.KJ.	0.47	0.28	-0.32	0.69	0.48	0.53	0.45	0.56	0.21	0.61	0.55	0.55	0.54	1.00	0.40
X15.SUIT.	0.59	0.38	0.14	0.33	0.25	0.42	0.00	0.56	0.69	0.62	0.43	0.53	0.57	0.40	1.00