

بررسی و مدلسازی روند پیوند کبد با استفاده از نظریه بازی ها

سپهر عباسپور، حسین نظری و سینا نظری

۲۴ تیر ۱۴۰۲

چکیده

سالانه میلیون‌ها نفر در صف دریافت کبد جهت انجام عمل پیوند کلیه هستند؛ بنابراین بایستی سیاستی اتخاذ شود تا بیماران دارای صلاحیت بیشتر، زودتر به کبد مورد نیاز دست پیدا کنند. اما خاستگاه این سیاست‌گذاری چیست؟ سیاست‌گذاری هدف به کمک علم نظریه بازی صورت خواهد گرفت؛ بدین صورت که پزشک معالج و بیماران نیازمند دریافت کبد بصورت بازیکنانی در نظر گرفته شده و فعالیت‌های سودمند هر یک از آنان تحلیل می‌شوند. تحت این فرآیند می‌توان به بیماران به عدالت کبد رسانید و آنان را نجات داد.

۱ مقدمه

هدف این ارائه بررسی رفتارهای اجتماعی پیرامون عمل پیوند کبد و بهینگی آن به وسیله نظریه بازی هاست. پیوند کبد بعد از پیوند کلیه مرسوم ترین نوع پیوند عضو در دنیاست به شکلی که تنها در سال ۲۰۱۵ در آمریکا بیش از ۷۱۰۰ پیوند کبد صورت گرفت که ۶۰۰ نفر از آنها کودک بودند.

پیوند کبد به نسبت عمل کم خطری هم می باشد. بنا بر تحقیقات صورت گرفته ۸۳ درصد عمل شوندگان پس از یک سال زنده می‌مانند و ۷۲ درصد پس از سه سال و حدود ۵۳ درصد تا بیست سال بعد از عمل زنده می‌مانند.

با اینکه در سال‌های قبل از ۲۰۱۵ بیشترین دلیل نیاز به عمل پیوند کبد در آمریکا هپاتیت C بوده ولی تا سال ۲۰۱۹ جای خود را به مصرف بی رویه الکل داده است با ۱.۳۳ درصد فراوانی در مردان و ۱.۲۱ درصد در زنان.

با افزایش تعداد کسانی که به اهدای کبد نیاز دارند و کاهش اهدا کنندگان، تعداد کسانی که در لیست انتظار جان خود را از دست می‌دهند در دهه گذشته افزایش ۳۰ درصدی داشته. با این تفاسیر اینکه چه کسی در لیست انتظار قرار می‌گیرد یک مسئله اخلاقی بسیار مهم است. Diamond در سال ۱۹۸۶ در مقاله خودش با عنوان Application of game theory to medical decision-making جزو اولین کسانی بود به مسئله کبد پرداخت. در مقاله ذکر شده دایموند برای مسئله بیماری هپاتیت کبدی و اینکه آیا دکتر بهتر است درمان با استروید را شروع کند یا عمل خطرناکی را انجام دهد از نظریه بازی ها استفاده کرد. دکتر می‌تواند هر کدام از دو تشخیص را بدهد و بیمار آزاد است که انتخاب کند درمان را بپذیرد یا نه. این مسئله شباهت زیادی به مسئله پیش رو دارد.

در سال ۲۰۱۵ Djulbegovic در مقاله Modern health care as a game theory problem این مساله را با مشابهت به بازی زندانی حل کرد. نویسندگان به شکل خلاقانه ای احساسات را هم در بازی دخیل کرده بود تا دقیق تر موضوع را بررسی کنند. ما در ادامه از این ایده الهام گرفته و با استفاده از نظریه بازی ها یک مدل اجتماعی برای این مهم ارائه داده و برای سادگی بیشتر تنها بیماران مبتلا به ALD^۱ را بررسی می کنیم.

۲ مقدمات مدل سازی

بکارگیری نظریه بازی برای یافتن این پاسخ فلسفی نیز می باشد که آیا اخلاقیات دلیل بر احساس گناه است یا برعکس. بازی دارای دو بازیکن است: دکتر^۲ و بیمار^۳ هر کدام از بازیکن ها دارای لیست اعمال زیر است:

پزشک:

۱. همکاری^۴ (C): در این حالت دکتر اسم بیمار را به لیست انتظار اضافه می کند.
۲. عدم همکاری موقت^۵ (NCt): در این حالت دکتر اسم بیمار را اضافه نمی کند اما اگر بیمار نظرش را تغییر دهد شاید اسم او را اضافه کند
۳. عدم همکاری قطعی^۶ (NCd): در این حالت دکتر اسم بیمار را تحت هیچ شرایطی به لیست انتظار اضافه نمی کند.

بیمار:

۱. همکاری (C): در این حالت بیمار به توصیه های دکتر گوش می دهد تا عمل به خوبی انجام شود و پس از عمل بتواند به زندگی سالم خود ادامه دهد.
۲. عدم همکاری^۷ (NC): در این حالت بیمار به توصیه های دکتر گوش نمی دهد و برای مثال با مصرف دوباره الکل جان خود را به خطر می اندازد و امکان زندگی سالم را از بیماری که حاضر به تغییر است می گیرد.

۳ تابع سود و ارجحیت های بازیکنان

پزشک:

تابع سود پزشک را با D_{ij} نمایش می دهیم، که i نماد تصمیم دکتر و j نماد تصمیم بیمار است. برای مثال D_{31} نماد سود دکتر است وقتی که خودش تصمیم گرفته تحت هیچ شرایطی اسم بیمار را اضافه نکند ولی بیمار تصمیم گرفته همکاری کند.

¹Alcoholic Associated Liver Disease

²Doctor

³Patient

⁴Cooperation

⁵No Cooperation T

⁶No Cooperation D

⁷No Cooperation

بیمار:

تابع سود بیمار را مشابه پزشک با P_{ij} نشان می‌دهیم، که مشابهاً i نماد تصمیم پزشک و j نماد تصمیم بیمار است. بنابراین جدول بازی به صورت زیر در خواهد آمد:

جدول ۱: تابع سود بازیکنان

پزشک				بیمار
NCd	Nct	C		
P_{31}, D_{31}	P_{21}, D_{21}	P_{11}, D_{11}	C	
P_{32}, D_{32}	P_{22}, D_{22}	P_{12}, D_{12}	NC	

همچنین ارجحیت های بازیکنان نیز به شرح زیر است:

پزشک:

به وضوح میتوان دید که انتظار داریم نامساوی زیر برقرار باشد.

$$\underbrace{\overbrace{D_{11}}^{\text{سود مثبت}}} > \underbrace{D_{22} > D_{32}}_{\text{احتمال سود منفی}} > \underbrace{D_{21} > D_{31} > D_{12}}_{\text{سود منفی}}$$

بیمار:

برای بیمار نیز انتظار داریم که نامساوی زیر برقرار باشد.

$$\underbrace{\overbrace{P_{11}}^{\text{سود مثبت}}} > \underbrace{P_{12}}_{\text{احتمال سود منفی}} > \underbrace{P_{21} > P_{22} > P_{31} > P_{32}}_{\text{سود منفی}}$$

به وضوح دادن ارجحیت به این شکل برای تحلیل مسئله به ما کمکی نمی‌کند. بنابراین باید پارامتر هر تصمیم را مشخص کنیم.

۱.۳ سود خالص

سود خالص هر بازیکن، سود اولیه او از وضعیت بیمار در لیست است. پس سود خالص پزشک را با U_i و سود خالص بیمار را با V_i نمایش می‌دهیم که i نماد تصمیم پزشک است. برای مثال سود خالص بیمار اگر موقتاً از لیست حذف شود برابر با V_2 است. به وضوح داریم که

$$U_1 > U_2 > U_3$$

$$V_1 > V_2 > V_3$$

۲.۳ احساسات

برای تحلیل بهتر احساسات هر بازیکن را به عنوان یک پارامتر مثبت ثابت در نظر می گیریم.

۱. گناه (G)^۸

احساس گناه وقتی ناشی می شود که دکتر کبد سالم را به بیماری بدهد که به سلامتی اش توجهی نمی کند.

۲. استیصال (F)^۹

احساس استیصال وقتی ناشی می شود که بیمار به سلامتی خود اهمیت نمی دهد و کبد هم دریافت نمی کند به همین واسطه مرگ قریب الوقوعی دارد.

۳. پشیمانی (R)^{۱۰}

احساس پشیمانی در صورتی حاصل می شود که دکتر کبد را به بیماری که به سلامتی خود اهمیت می دهد، ندهد.

برای حالات مختلف پشیمانی و استیصال از F_k^l استفاده می کنیم که F نماد احساس، l نماد قطعیت تصمیم پزشک و k نماد بازیکن است. برای مثال، F_D^d احساس استیصال پزشک D است وقتی که به طور قطعی d بیمار را از لیست حذف کند. همچنین به طور پیش فرض داریم که

$$R^d - F^d > R^t - F^t,$$

$$G > R^d > R^t > F^d > F^t$$

دو پارامتر دیگر هم در بازی برای بیمار در نظر می گیریم یکی آسیب (Harm) حاصل از نوشیدن الکل است که با H نشان می دهیم. همچنین سود (Benefit) حاصل از نوشیدن الکل بر سلامت بیمار است که آن را با B نمایش می دهیم. به طور فرض داریم که آسیب نوشیدن الکل از سلامت ترک الکل اهمیتی بیشتری دارد چون ممکن است به مرگ بیمار منجر شود.

$$|H| > |B|$$

تا به اینجای کار تمام پارامتر های ما ثابت های عددی تاثیر گذار بر روابط اجتماعی بودند.

دو متغیر زیر را برای تحلیل حساسیت سنجی موضوع در نظر می گیریم

γ : نماد لذت حاصل از نوشیدن الکل است این پارامتر متغیر است و در تحلیل های ما کم یا زیاد می شود.

β : برای دکتر نماد این موضوع است که چقدر برایش اهمیت دارد که کبد را برای فردی که به سلامتی خود اهمیت می دهد حفظ کند. اینکه کبد چقدر مهم تر از بیمار است.

حال تابع سود بازیکنان را بر اساس پارامتر های توصیف شده بازنویسی می کنیم.

⁸Guilt

⁹Frustration

¹⁰Regret

جدول ۲: تابع سود بازیکنان بر اساس پارامترهای توصیف شده

تابع سود	
$D_{11} = V_1$ $D_{12} = V_1 - G \cdot (V_1 V_2)$ $D_{21} = V_2 - R_D^t \cdot (V_1 - V_2)$ $D_{22} = V_2 - F_D^t \cdot (V_1 - V_2)$ $D_{31} = V_3 - R_D^d \cdot (V_1 - V_3) + \beta$ $D_{32} = V_3 - F_D^d \cdot (V_1 - V_3) + \beta$	پزشک
$P_{11} = U_1 + B$ $P_{12} = U_1 - H + \gamma$ $P_{21} = U_2 - F_P^t \cdot (U_1 - U_2) + B$ $P_{22} = U_2 - R_P^t \cdot (U_1 - U_2) - H + \gamma$ $P_{31} = U_3 - F_P^d \cdot (U_1 - U_3) + B$ $P_{32} = U_3 - R_P^d \cdot (U_1 - U_3) - H + \gamma$	بیمار

۴ تعادل های نش

۱.۴ تعادل های نش محض

در ادامه سعی داریم تا تعادل نش بازی را تبیین کنیم. فرض بر این است که دو بازیکن همزمان تصمیم گیری می کنند. در پایان بحث با تغییر متغیرهای γ و β تحلیل حساسیت می کنیم. این روند در همه حالات تعادل نش انجام می دهیم. ابتدا بررسی می کنیم که $D_{11} > D_{21} > D_{31}$ و $D_{22} > D_{32} > D_{12}$ بنابراین انتخاب سوم پزشک مبنی بر NCd قویاً مسلط شده است و در تعادل نش ما نقشی ندارد. به شکل مشابه داریم $P_{11} > P_{12}$ ، $P_{21} > P_{22}$ و $P_{31} > P_{32}$ بنابراین بیمار هم همیشه همکاری را ترجیح می دهد.

در تعادل نش محض ما باید دو عملی که بهترین پاسخ به همدیگر هستند را پیدا کنیم پس بازی با وضعیت مذکور به وضوح تنها یک تعادل نش دارد و آن هم عمل (C, C) است.

تحلیل حساسیت

برای تحلیل حساسیت ما باید بازه هایی که تغییر γ یا β منجر به تغییر ارجحیت ها می شود را پیدا کنیم. از آنجا که γ تنها در بیمار موثر است بررسی ستون ها کافیست:

۱. پزشک همکاری را انتخاب کند

$$P_{11} = U_1 + B, \quad P_{12} = U_1 - H + \gamma$$

$$P_{12} > P_{11} \Rightarrow \gamma > B + H = \gamma_c$$

۲. پزشک عدم همکاری موقت را انتخاب کند

$$P_{21} = U_2 - F_P^t \cdot (U_1 - U_2) + B, \quad P_{22} = U_2 - R_P^t \cdot (U_1 - U_2) - H + \gamma$$

$$P_{22} > P_{21} \Rightarrow \gamma > B + H + (U_1 - U_2) \cdot (R_P^t - F_P^t) = \gamma_{NCt}$$

۳. پزشک عدم همکاری قطعی را انتخاب کند

$$P_{31} = U_3 - F_P^d \cdot (U_1 - U_3) + B, \quad P_{32} = U_3 - R_P^d \cdot (U_1 - U_3) - H + \gamma$$

$$P_{32} > P_{31} \Rightarrow \gamma > B + H + (U_1 - U_3) \cdot (R_P^d - F_P^d) = \gamma_{NCd}$$

با توجه به اینکه $U_2 > U_3$, $R^d - F^d > R^t - F^t$ میتوان به راحتی دید که $\gamma_{NCd} > \gamma_{NCt} > \gamma_C$.

همچنین چون β تنها در ارجحیت های پزشک تاثیرگذار است کافیست تصمیم بیمار را فیکس کنیم و بازه های تاثیر گذاری β را مشخص کنیم. ترتیب حال حاضر ما اگر بیمار همکاری کند $D_{11} > D_{21} > D_{31}$ است و اگر بیمار همکاری نکند $D_{22} > D_{32} > D_{12}$ از آنجا که β تنها در D_{31} , D_{32} تاثیر گذار است کافیست بتایی را پیدا کنیم که نامساوی های زیر را برقرار کند.

$$D_{32} = V_3 - F_D^d \cdot (V_1 - V_3) + \beta, \quad D_{22} = V_2 - F_D^t \cdot (V_1 - V_2)$$

$$D_{32} > D_{22} \Rightarrow \beta > (V_2 - V_3) + F_D^d \cdot (V_1 - V_3) - F_D^t \cdot (V_1 - V_2) = \beta_{NC}$$

$$D_{31} = V_3 - R_D^d \cdot (V_1 - V_3) + \beta, \quad D_{21} = V_2 - R_D^t \cdot (V_1 - V_2)$$

$$D_{31} > D_{21} \Rightarrow \beta > (V_2 - V_3) + R_D^d \cdot (V_1 - V_3) - R_D^t \cdot (V_1 - V_2) = \beta_C$$

$$D_{31} = V_3 R_D^d \cdot (V_1 - V_3) + \beta, \quad D_{11} = V_1$$

$$D_{31} > D_{11} \Rightarrow \beta > (V_1 - V_3) \cdot (1 + R_D^d) = \beta_{CC}$$

باز هم مشابه قبل میتوان به نامساوی زیر رسید

$$\beta_{CC} > \beta_C > \beta_{NC}$$

برای $\gamma < \gamma_C < \gamma_{NCt} < \gamma_{NCd}$ حل مسئله مشابه حالت اولیه است و (C, C) تنها تعادل نش بازی است. این حالت برای تغییرات بتا هم برقرار است مگر $\beta > \beta_{CC}$ باشد. بنابراین

$$\gamma < \gamma_C \wedge \beta < \beta_{NC} \Rightarrow \{(C, C)\}$$

اگر در حالت قبلی $\beta > \beta_{CC}$ باشد داریم $D_{31} > D_{31}$ این مسئله در دنیای واقعی میتواند به دلیل محدودیت های خاص پزشکی مثل انواع سرطان کبد همچون Hepatocellular Carcinoma باشد. در این حالت نتیجه زیر برقرار است

$$\gamma < \gamma_C \wedge \beta > \beta_{NC} \Rightarrow \{(NCd, C)\}$$

فرض کنید γ را کمی افزایش دادیم تا برسیم به حالت $\gamma_C < \gamma < \gamma_{NCt} < \gamma_{NCd}$ در این حالت بیمار وقتی پزشک همکاری کند به دلیل لذت الکل ترجیح می دهد تا همکاری نکند بنابراین تعادل نش قبلی (C, C) برقرار نیست. تنها حالت تعادل نش در این حالت در صورت بالا بودن بتا فرم زیر است

$$\gamma_C < \gamma < \gamma_{NCt} \wedge \beta > \beta_{NC} \Rightarrow \{(NCd, C)\}$$

اگر $\gamma_C < \gamma_{NCt} < \gamma < \gamma_{NCd}$ در این صورت بیمار اگر پزشک موقتا همکاری نکند همکاری نمی کند. برای اینکه پزشک هم در این حالت همکاری نکند $D_{22} > D_{32}$ باید داشته باشیم که $\beta < \beta_{NC}$ تعادل نش (NCt, NC) را خواهیم داشت. مشابه قبل برای $\beta > \beta_{CC}$ تعادل نش (NCd, NC) را داریم. برای حالت آخر اگر گاما بیشترین مقدار را داشته باشد $\gamma > \gamma_{NCd}$ یعنی لذت الکل آنقدر زیاد است که بیمار هیچ وقت همکاری نمیکند بنابراین برای $\beta < \beta_{NC}$ داریم (NCt, NC) و برای $\beta > \beta_{NC}$ داریم که هر دو طرف عدم همکاری را ترجیح می دهند پس (NCd, NC) در این حالت یک تعادل نش است.

۲.۴ تعادل های نش مخلوط

مشابه قبل ابتدا β را در کمترین حالت در نظر می گیریم و پزشک را بررسی می کنیم. استراتژی NCd قویاً مسلط شده است زیرا $E_D[NCd] > E_D[NCt] = E_D[C]$ کوچکتر است. اگر فرض کنیم احتمال همکاری بیمار p و احتمال عدم همکاری او $(1 - p)$ در نظر بگیریم (دقت کنید که فقط دو استراتژی داریم). پس به معادله زیر می رسیم.

$$p = \frac{G - F_D^t - 1}{G - F_D^t + R_D^t}$$

به طور مشابه برای بیمار اگر فرض کنیم که پزشک با احتمال q همکاری و با احتمال $(1 - q)$ عدم همکاری را انتخاب می کند به رابطه زیر می رسیم.

$$q = 1 - \frac{\gamma - (B + H)}{(R_P^t - F_P^t) \cdot (U_1 - U_2)}$$

اگر مقدار γ خیلی کم باشد بیمار همیشه همکاری را انتخاب می‌کند و تعادل نش مخلوط نداریم اگر مقدار γ هم خیلی زیاد باشد بیمار همیشه عدم همکاری را انتخاب می‌کند و باز تعادل نش مخلوط نداریم پس نتیجه می‌گیریم که $\gamma_{NCt} < \gamma < \gamma_C$ حال می‌توانیم روی γ و بر حسب p و q ، تحلیل حساسیت کنیم.

اگر $B + H + (R_D^t + 1) \cdot (R_P^t - F_P^t) \cdot (U_1 - U_2) \cdot (G - F_D^t + R_D^t)^{-1} > \gamma > \gamma_C$ ، آنگاه $q > p$ و دکتر با احتمال بیشتری نسبت به بیمار همکاری می‌کند؛

و اگر $B + H + (R_D^t + 1) \cdot (R_P^t - F_P^t) \cdot (U_1 - U_2) \cdot (G - F_D^t + R_D^t)^{-1} < \gamma < \gamma_{NCt}$ ، آنگاه $p > q$ پس بیمار با احتمال بیشتری همکاری میکند. این شاید غیرشهودی به نظر برسد که در صورت لذت بیشتر نوشیدن الکل احتمال همکاری بیمار بیشتر شود ولی باید دقت داشته باشید که در تعادل نش مخلوط هدف ما بی تفاوتی رقیب بین انتخاب های ماست، بنابراین طبیعی است که اگر بیمار میل بیشتری به عدم همکاری داشته باشد میزان همکاری او افزایش یابد.

احتمال همکاری بیمار q به طور مستقیم با B و H رابطه دارد یعنی در صورت افزایش این دو پارامتر احتمال همکاری بیمار افزایش می‌یابد که باعث می‌شود دکتر هم با احتمال بیشتری همکاری کند. با اینحال چون ما در حال بررسی تعادل های مخلوط هستیم پزشک در جهت عکس p حرکت می‌کند پس افزایش پارامتر های B و H باعث افزایش همکاری بیمار و کاهش همکاری پزشک می‌شود و کاهش آنها نتیجه عکس دارد.

۵ نتیجه گیری

در تعادل نش مطلق دیدیم که در صورت پایین بودن مقادیر β و γ بهترین گزینه مشترک همکاری طرفین است. در تحلیل حساسیت دیدیم که پایین بودن مقدار β در حالات مختلف نتیجه مطلوبی ندارد و باعث سواستفاده بیمار از دکتر می‌شود، زیاد بودن این متغیر هم تاثیر منفی دارد و باعث می‌شود دکتر به کسانی که لایق هم هستند کید ندهد، همچنین دیدیم مقدار γ هرچه کمتر باشد بهتر است. پس بهترین گزینه منطقی برای تعادل مطلق مقدار متعادل β و کمینه بودن γ است.

در بررسی تعادل نش مخلوط دیدیم که برای که برای اکثر حالات متغیرات توازن احتمالی خوبی داریم، برای مقادیر پایین γ دکتر بیشتر همکاری می‌کند و برای مقادیر بالای γ بیمار بیشتر همکاری می‌کند. بررسی مقایسه ای احتمالی نشان داد که q یعنی احتمال همکاری دکتر به طور مستقیم با γ و B و H رابطه دارد و افزایش این متغیر ها به افزایش احتمال همکاری دکتر می‌انجامد. نتیجه گیری تحلیلی این موضوع به ما نشان می‌دهد که همکاری بیشتر دکتر در صورت همکاری بیشتر بیمار است، همچنین آگاه کردن بیمار از ضررات مصرف الکل و فواید ترک آن در احتمال همکاری بیمار موثر است. جدای این مسائل میزان همکاری بیمار تنها وابسته به احساسات دکتر است برای مثال اگر دکتر احساس گناه زیادی بکند یا استیصال زیادی را تجربه کند بیمار باید بیشتر برای ماندن در لیست همکاری کند.

قدردانی

از استادان گرانقدر دکتر مهدی رضا درویش زاده و دکتر مرتضی محمدنوری که ما را در تبیین و ثبت و ارائه مسئله یاری رساندند، صمیمانه سپاسگزاری میکنم.

مراجع

- [1] Carrion, A. F., L. Aye, and P. Martin 2013. Patient selection for liver transplantation. *Expert Review of Gastroenterology & Hepatology*, 7(6):571–579.
- [2] Diamond, G. A., A. Rozanski, and M. Steuer 1986. Playing doctor: Application of game theory to medical decision-making. *Journal of Chronic Diseases*, 39(9):669–677.
- [3] Djulbegovic, B., I. Hozo, and J. P. Ioannidis 2015. Modern health care as a game theory problem. *European Journal of Clinical Investigation*, 45(1):1–12.
- [4] Elwyn, G. 2004. The consultation game. *Quality safety in health care*, 13(6):415–416.
- [5] Henry, M. S. 2006. Uncertainty, responsibility, and the evolution of the physician/patient relationship. *Journal of Medical Ethics*, 32(6):321–323.
- [6] Kock, M. 2004. Disability law in germany: An overview of employment, education and access rights. *German Law Journal*, 5(11):1373–1392.
- [7] Marinho, R. T., H. Duarte, J. Gíria, J. Nunes, A. Ferreira, and J. Velosa 2015. The burden of alcoholism in fifteen years of cirrhosis hospital admissions in portugal. *Liver International*, 35(3):746–755.
- [8] Telles-Correia, D. and I. Mega 2015. Candidates for liver transplantation with alcoholic liver disease: Psychosocial aspects. *World Journal of Gastroenterology*, 21(39):11027–11033.

۶ پیوست

۱.۶ بازی

یک بازی شامل مجموعه‌ای از بازیکنان، مجموعه‌ای از حرکت‌ها یا راه‌بردها و نتیجه مشخصی برای هر ترکیب از راه‌بردها می‌باشد. پیروزی در هر بازی تنها تابع شانس نیست بلکه اصول و قوانین ویژه خود را دارد و هر بازیکن در طی بازی سعی می‌کند با به‌کارگیری آن اصول، خود را به بُرد نزدیک کند.

ساختار بازی

هر بازی از سه بخش اساسی زیر تشکیل شده است:

۱. بازیکنان. بازیکنان، تصمیم گیرندگان بازی می باشند. بازیکن می تواند شخص، شرکت، دولت و . . . باشد.
۲. گُشش ها. مجموعه ای است از تصمیمات و اقداماتی که هر بازیکن می تواند انجام دهد.
۳. نمایه عمل. هر زیر مجموعه ای از مجموعه اعمال ممکن را یک نمایه گوییم.

۲.۶ تابع سود

اولویت های یک بازیکن در اصل مشوق های بازیکن برای گرفتن یا نگرفتن تصمیمی می باشد؛ و به عبارت دیگر بیان گر نتیجه و امتیاز بازیکن در صورت گرفتن تصمیم متناظر با آن می باشد.

۳.۶ استراتژی

در استراتژی (نظریه بازی)^{۱۱} استراتژی یا راهبرد یک بازیکن در یک بازی یک مجموعه کامل از اعمالی است که در هر موقعیت انجام می دهد. استراتژی به طور کامل رفتار بازیکن را بیان می کند. استراتژی یک بازیکن بیان کننده اعمالی است که بازیکن در هر مرحله از بازی، برای هر مجموعه از اعمالی که بازیکن قبل از این مرحله انجام داده، انتخاب می کند. یک نمایه استراتژی (گاهی آن را ترکیب استراتژی نیز می نامند) مجموعه ای از استراتژی ها برای هر بازیکن است که به طور کامل همه اعمال در یک بازی را بیان می کند. یک نمایه استراتژی باید شامل یک و فقط یک راهبرد برای هر بازیکن باشد. مفهوم استراتژی گاهی به غلط با حرکت اشتباه گرفته می شود. یک حرکت عملی است که توسط یک بازیکن در نقطه ای از بازی انتخاب می شود (مثلاً در شطرنج حرکت فیل سفید از نقطه $a2$ به نقطه $b3$) در حالی که یک استراتژی یک الگوریتم کامل برای انجام بازی است که به بازیکن می گوید در هر موقعیت ممکن در طول بازی چه کار کند.

۴.۶ نظریه بازی

نظریه بازی یا نگره بازی با استفاده از مدل های ریاضی به تحلیل روش های همکاری یا رقابت موجودات منطقی و هوشمند می پردازد. نگره بازی، شاخه ای از ریاضیات کاربردی است که در علوم اجتماعی و به ویژه در اقتصاد، زیست شناسی، مهندسی، علوم سیاسی، روابط بین الملل، علوم رایانه، بازاریابی، فلسفه و قمار مورد استفاده قرار می گیرد. نگره بازی در تلاش است تا بوسیله ریاضیات، رفتار را در شرایط راهبردی یا در یک بازی که در آن ها موفقیت فرد در انتخاب کردن، وابسته به انتخاب دیگران می باشد، بر آورد کند.

نگره بازی تلاش می کند تا رفتار ریاضی حاکم بر یک موقعیت راهبردی (تضارب منافع) را مدل سازی کند. این موقعیت، زمانی پدید می آید که موفقیت یک فرد وابسته به استراتژی هایی است که دیگران انتخاب می کنند. هدف نهایی این دانش، یافتن استراتژی بهینه برای بازیکنان است.

در ابتدا نگره بازی معادل با بازی مجموع-صفر بود، که در آن سود (یا زیان) یک شرکت کننده، دقیقاً متعادل با زیان های (یا سودهای) سایر شرکت کنندگان می باشد و بازیکن ها چیزی را به دست می آورند که بازیکن دیگری آن را از دست داده باشد.

امروزه نگره بازی یک واژه مادر برای علومی که به تحلیل رفتار منطقی متقابل انسان ها، حیوانات و رایانه ها می پردازند می باشد.

¹¹Strategy(game theory)

رفتار بخردانه یا عقلایی

اصل مهم نظریه بازی‌ها بر بخردانه بودن رفتار بازیکنان است. بخردانه بودن به این معنا است که هر بازیکن تنها در پی بیشینه کردن سود خود بوده و هر بازیکن می‌داند که چگونه می‌تواند سود خود را بیشتر کند؛ بنابراین حدس زدن رفتار ایشان که بر اساس نمودار هزینه-فایده است آسان خواهد بود. مانند بازی شطرنج که می‌توان حدس زد که حریف بازی با تجربه چه تصمیمی خواهد گرفت.

۵.۶ تعادل نش

تعادل نش^{۱۲} مفهومی در نظریه بازی‌ها است که کاربرد فراوانی در اقتصاد پیدا کرده و نام آن از جان فوربز نش گرفته شده است. در تئوری بازی‌ها، تعادل نش (به نام جان فوربز نش، که آن را پیشنهاد کرد) راه حلی از نظریه بازی است که شامل دو یا چند بازیکن می‌شود. در این راه حل فرض بر آگاهی هر بازیکن به استراتژی تعادل بازیکنان دیگر است، بدون وجود هیچ بازیکنی که فقط برای کسب سود خودش با تغییر راهبرد یک جانبه عمل کند. اگر هر بازیکنی راهبرد را انتخاب کند، هیچ بازیکنی نمی‌تواند با تغییر راهبرد خود در حالی که نفع بازیکن دیگر را بدون تغییر نگه داشته باشد عمل کند، سپس مجموعه انتخاب‌های راهبرد فعلی و بهره‌مندی مربوطه، تعادل نش را تشکیل می‌دهد. به بیان ساده، امی و فیل در تعادل نش است، اگر امی در حال انجام بهترین تصمیم‌گیری که او می‌تواند با توجه به تصمیم‌گیری فیل داشته باشد و همچنین فیل بهترین تصمیمی که می‌تواند با توجه به تصمیم‌گیری امی داشته باشد. به همین ترتیب یک گروه از بازیکنان در تعادل نش است. اگر هر یک در حال انجام بهترین تصمیم‌گیری باشند که آن‌ها می‌توانند با توجه به تصمیمات دیگران داشته باشند، با این حال، تعادلی که نش است لزوماً به معنای بهترین بهره‌وری کل برای همه بازیکنان مربوطه نمی‌باشد زیرا در بسیاری از موارد ممکن است تمام بازیکنان بهره‌وری خود را بهبود بخشند در صورتی که چگونه بتوانند به توافق بر روی استراتژی‌های مختلف از تعادل نش برسند. (به عنوان نمونه، شرکت‌های تجاری رقابتی به منظور افزایش سود آن‌ها تشکیل کارتل می‌دهد). جنبه مهم تعادل نش این است که سود هر بازیکن نه تنها به استراتژی برگزیده خود بلکه به استراتژی برگزیده دیگر بازیکنان نیز ارتباط دارد.

تعریف رسمی. مجموعه (S, F) به عنوان بازی با n بازیکن مفروض است، که در آن S_i مجموعه استراتژی‌ها برای بازیکن i است. مجموعه $S = \prod_{i=1}^n S_i$ مجموعه‌ای از فضای برد آن است و $F(x)$ تابع سود آن است. همچنین X_i به عنوان فضای استراتژی همه بازیکنان به جز بازیکن i مفروض است. هر بازیکن به ازای هر $i \in I$ ، استراتژی X_i را انتخاب کند، پروفایل استراتژی آن بصورت $x = x_1, x_2, \dots, x_n$ و تابع سود آن بصورت $F(x_i)$ خواهد بود. تابع سود به نمای استراتژی انتخابی وابسته است؛ به عبارت دیگر در استراتژی منتخب بازیکن i و نیز استراتژی‌های منتخب دیگر بازیکنان، نمای $x^* \in S$ یک تعادل نش است اگر هیچ انحراف یک سویی در استراتژی توسط هر بازیکن واحد با یکی دیگر از بازیکنان، سودآور نباشد. یعنی:

$$\forall i \in [n], x_i \in S_i, x_i \neq x_i^* (f_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq f_i(x_i, x_{-i}^*))$$

یک بازی می‌تواند یا راهبرد محض یا تعادل نش ترکیبی باشد، (در تعریف اخیر استراتژی محض آن است که به صورت تصادفی با فراوانی ثابت انتخاب شده است). نش نشان داد که در صورتی که ما اجازه استراتژی ترکیب شده بدهند، سپس هر بازی با تعداد محدودی از بازیکنان که در آن هر بازیکن می‌تواند به صورت غیر محدود از میان بسیاری از راهبردهای کامل که حداقل یک تعادل نش می‌باشد انتخاب کند. وقتی نابرابری اکید در بالا نگه می‌دارد برای تمام بازیکنان و تمام راهبردهای

¹²Nash equilibrium

جایگزین امکان پذیر است، سپس تعادل طبقه بندی شده به عنوان یک تعادل دقیق نش می باشد. اگر در عوض، برای برخی از بازیکنان، برابری دقیقی بین x و بعضی از استراتژی های مجموعه S وجود دارد. سپس تعادل به عنوان یک تعادل طبقه بندی شده ضعیفی از نش می باشد. اگر بازی دارای یک تعادل نش منحصر به فرد است و در میان بازیکنان تحت شرایط خاصی انجام می شود، بنابراین مجموعه راهبرد تعادل نش تصویب شده خواهد بود. شرایط کافی برای تضمین اینکه تعادل نش در حال بازی شدن است عبارت اند از:

بازیکنان تمام قدرت خود برای حداکثر کردن بهره وری مورد انتظار خود در بازی های مورد انتظار انجام می دهند؛ بی نقص در اجرای بازی هستند؛ هوش کافی برای استنتاج راه حل دارند؛ از راهبرد تعادلی برنامه ریزی شده توسط بازیکن های دیگر با خبرند و بازیکنان بر این باورند که انحراف در راهبرد خود باعث انحراف هر بازیکن دیگر نخواهد شد؛ شناخت مشترک که همه بازیکنان با این شرایط مواجه اند وجود دارد.

جان فوربز نش، در مقاله معروف خود اثبات کرد که برای هر بازی متناهی یک تعادل وجود دارد. تعادل نش بر دو قسم است: تعادل های نش راهبرد خالص تعادل هایی هستند که در آن ها همه بازیکنان با راهبرد خالص بازی می کنند. تعادل های نش راهبرد مختلط تعادل هایی هستند که در آن ها حداقل یک بازیکن با راهبرد مختلط بازی می کند. نش اثبات کرد که هر بازی متناهی یک تعادل نش دارد، نه این که هر بازی متناهی یک تعادل نش خالص دارد. بازی ها می توانند هم تعادل خالص و هم تعادل مختلط داشته باشند.