

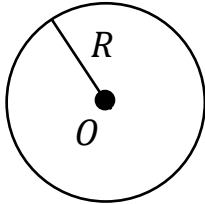
## فصل یک:

# ترسیم های هندسی و استدلال

## درس ۱: ترسیم

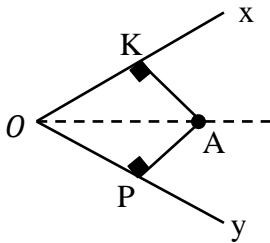
## دایره:

مجموعه همه نقاطی در صفحه که از یک نقطه ثابت مانند  $O$  به فاصله معلومی مانند  $R$  قرار دارند دایره گفته می شود  $O$  را مرکز و  $R$  را شعاع دایره می نامند.



## نیم ساز:

خطی است که زاویه را به دو زاویه مساوی تقسیم می کند.  
اگر نقطه ای روی نیمساز یک زاویه باشد فاصله آن نقطه از دو ضلع آن زاویه یکسان است.



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow AK = AP$$

عکس خاصیت بالا درست است.

یعنی اگر نقطه ای درون یک زاویه به فاصله یکسان از دو ضلع آن باشد. آنگاه نقطه روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

## عمود منصف:

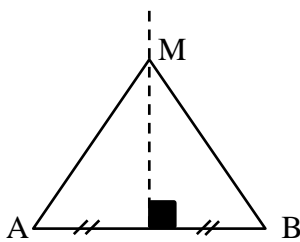
خطی که از نقطه وسط یک پاره خط بر آن عمود می شود.

اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد از دو سر

$$MA = MB$$

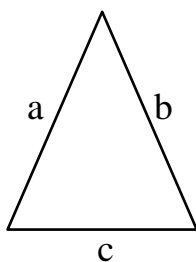
پاره خط به یک فاصله است.

عکس خاصیت بالا درست است.



## شرط تشکیل یک مثلث:

مجموع دو ضلع یک مثلث باید از ضلع سوم بزرگتر باشد.



$$a + b > c$$

$$a + c > b$$

$$b + c > a$$

## درس ۲

**استدلال استقرایی:**

روش نتیجه گیری کلی براساس مجموعه محدودی از مشاهدات و تجربه است نتایج حاصل از این نوع استدلال همیشه نتیجه قطعی نمی دهد.

**استدلال استنتاجی:**

روش نتیجه گیری کلی براساس حقایقی است که درستی آنها را از قبل پذیرفته ایم. نتایج حاصل از این نوع استدلال همیشه درست می باشد.

**قضیه و عکس قضیه:**

نتایج مهم و کلی که با استدلال استنتاجی حاصل می شود را قضیه گویند و اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را عوض کنیم آن چه حاصل می شود را عکس قضیه گفته می شود. عکس قضیه می تواند درست یا نادرست باشد.

**گزاره:**

جمله ای است خبری، درست یا نادرست، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد. گزاره ای که تنها یک خبر را اعلام می کند ساده گویند و اگر بیش از یک خبر را اعلام کند به آن گزاره مرکب گویند.

**نقیض یک گزاره:**

اگر  $p$  یک گزاره باشد. گزاره «چنین نیست که  $p$ » را نقیض  $p$  می گویم.

نقیض «هر» می شود «وجود دارد» و جمله منفی می شود.

نقیض «وجود دارد» می شود «هر» و جمله منفی می شود.

**گزاره شرطی:**

هر گزاره به صورت «اگر ..... ، آن گاه .....» گزاره شرطی نامیده می شود.

**برهان خلف:**

فرض می کنیم نقیض حکم درست باشد.

به کمک روش های درست ریاضی، گزاره ای را نتیجه می گیریم که با مفروضات مسئله یا یک قضیه یا یک گزاره درست در تناقض باشد در نتیجه حکم درست است.

### قضیه دو شرطی:

اگر عکس یک قضیه درست باشد آن قضیه را دو شرطی می نامند.

قضیه های دو شرطی به صورت (..... اگر و تنها اگر ..... ) نوشته می شوند و با نماد  $\Leftrightarrow$  استفاده می شود.

**مثال نقض:** به مثالی که نشان دهد یک حکم کلی یا یک حرس کلی نادرست است.

ترسیم های هندسی

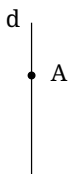
۱. دو ضلع یک زاویه را در نظر بگیرید.

الف) نقطه‌ای بیابید که فاصله آن از هر ضلع زاویه مورد نظر ۲ واحد باشد.

ب) با استفاده از نقطه‌ای که در قسمت الف) یافته‌اید، نیمساز زاویه را رسم کنید.

۲. نقاطی از دایره‌ای به شعاع  $6\text{cm}$  پیدا کنید که از یک نقطه به نام  $A$  روی دایره به فاصله  $4\text{cm}$  باشند.

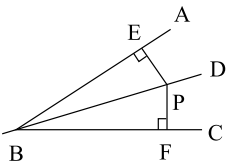
۳. مرکز تمام دایره‌هایی را پیدا کنید که در نقطه  $A$  بر خط  $d$  مماس باشند.



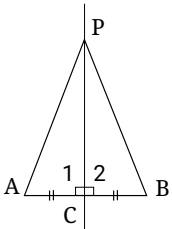
۴. دایره‌ای وجود دارد که از سه نقطه زیر عبور می‌کند مرکز دایره و شعاع دایره را مشخص کنید.



۵. دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  را در نظر بگیرید. نقاطی را بیابید که از نقطه  $O$  (محل تقاطع) به فاصله  $5cm$  بوده و از دو خط به یک فاصله باشند.

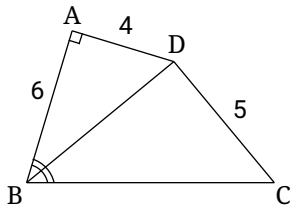


۶. نشان دهید که هر نقطه مانند  $P$  روی نیمساز زاویه  $\hat{A}BC$ ، از ضلع های  $AB$  و  $BC$  به یک فاصله است.



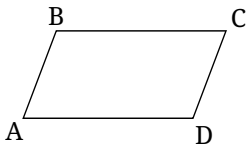
۷. ثابت کنید هر نقطه مانند  $P$  روی عمود منصف پاره خط  $AB$  از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله است.

۸. یک پاره خط رسم کنید و آن را به چهار قسمت کاملاً مساوی تقسیم کنید. (به کمک پرگار)



۹. در شکل مقابل،  $BD$  نیمساز  $\hat{A}BC$  است. طول  $BC$  کدام است؟

۱۰. در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$  و قطر  $BD$  نیمساز زاویه‌های  $B$  و  $D$  است. اگر  $BD = 15$ ،  $AD = 2x - 1$  و  $DC = x + 4$  باشد، محیط چهارضلعی  $ABCD$  کدام است؟



۱۱. از تقاطع عمود منصف‌های اضلاع متوازی الاضلاع زیر، لزوماً کدام شکل ایجاد می‌شود؟

۱۲. چند دایره می‌توان رسم کرد که پاره خط  $AB$  به طول ۲ واحد، وتری از آن باشد؟



۱۳. مستطیلی رسم کنید که طول قطر آن  $10\text{ cm}$  باشد. روش رسم را توضیح دهید.

۱۴. متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۶ و ۱۰ سانتی متر و یک ضلع آن  $7\text{ cm}$  باشد.

۱۵. یک لوزی رسم کنید که طول یک قطر آن  $10\text{ cm}$  و اضلاع آن  $4\text{ cm}$  باشد. مسأله چند جواب دارد؟ توضیح دهید.

۱۶. متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول ضلع هایش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۶ باشد.

۱۷. یک لوزی به طول قطر  $10\text{ cm}$  و ضلع  $13\text{ cm}$  رسم کنید.

۱۸. یک لوزی ترسیم کنید که طول اقطار آن برابر  $6\text{cm}$  و  $10\text{cm}$  باشند.

۱۹. مستطیلی به عرض ۳ و قطر ۵ سانتی متر رسم کنید.

۲۰. متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۵ و ۹ سانتی متر باشد. مسأله چند جواب دارد؟

۲۱. فرض کنیم که برای لوزی بودن یک چهارضلعی کافی است که قطرهای آن چهارضلعی، عمود منصف یکدیگر باشند. ترسیم‌های زیر را انجام دهید.

الف) یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن ۳ و ۵ باشد.

یک لوزی به ضلع ۵ و طول قطر ۶ رسم کنید.

ب

### استدلال

۲۲. نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) هر مستطیلی یک متوازی‌الاضلاع است.

ب) چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن  $360^\circ$  نیست.

ج) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند محیط‌های آنها باهم برابر می‌شود.

۲۳. فرق استدلال استنتاجی و استدلال استقرایی را بیان کنید.

۲۴. گزاره‌های زیر را اثبات یا رد کنید.

الف) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه از چهار برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

ب) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.

۲۵. می‌دانیم که از یک نقطهٔ خارج از یک خط فقط یک خط به موازات آن می‌توان رسم کرد. توسط برهان خلف ثابت کنید خطی که یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

۲۶. عکس قضیهٔ زیر را بیان کنید و سپس در صورت امکان آن را دوشرطی بنویسید و در صورت غیرممکن بودن مثال نقض بیاورید.  
قضیه: «دو زاویهٔ قائمه مکمل هستند.»

۲۷. قضیهٔ فیثاغورس را به صورت قضیهٔ شرطی و سپس به صورت قضیهٔ دو شرطی بیان کنید.

۲۸. به کمک استدلال استقرایی حدس بزنید که مجموع زوایای داخلی هر  $n$  ضلعی از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

۲۹. آیا حکم کلی «محل برخورد ارتفاع‌های تمام مثلث‌ها در داخل آن قرار دارد»، درست است؟  
اگر درست است نقیض آن را بیان کنید و اگر نادرست است یک مثال نقض ارائه نمایید.

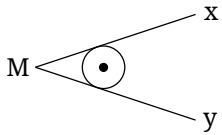
۳۰. عکس هریک از قضایای زیر را بنویسید و سپس آنها را به صورت یک قضیه دوشرطی بنویسید.

الف) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آنها نیز برابرند.

ب) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمود منصف یکدیگرند.

پ) در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز با هم برابرند.

ت) اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آنگاه مساحت‌های برابر نیز دارند.



۳۱. با توجه به شکل زیر، مکان مراکز دایره‌هایی را که بر  $My$  و  $Mx$  مماس هستند را به دست آورید.

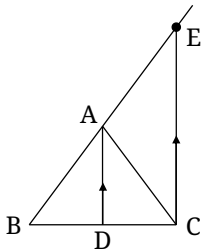
۳۲. ثابت کنید در یک مثلث دلخواه، هر سه عمود منصف هم‌رس هستند.

۳۳. ثابت کنید در هر مثلث، اگر یکی از میانه‌ها برابر نصف ضلع وارد بر آن باشد، آنگاه آن مثلث قائم‌الزاویه است.

۳۴. در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ،  $\hat{A} = 80^\circ$  زاویه رأس بوده و نیمساز خارجی زاویه  $B$ ، امتداد ضلع  $AC$  را در نقطه  $D$  قطع می‌کند. اندازه زاویه  $D$  را به دست آورید.

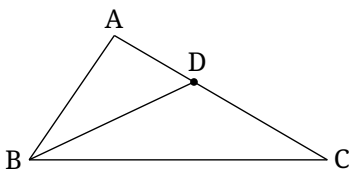
۳۵. در مثلث  $ABC$  اگر  $\hat{B} = 75^\circ$  و  $\hat{C} = 45^\circ$  باشد، زاویه بین ارتفاع و نیمساز رأس  $A$  در مثلث  $ABC$  را به دست آورید.

۳۶. در  $\triangle ABC$  می‌دانیم که  $\hat{B} = 62^\circ$ ،  $\hat{C} = 44^\circ$  و  $CD$  نیمساز زاویه  $C$  است. زاویه‌ای که امتداد  $CD$  با عمود منصف ضلع  $AB$  می‌سازد را به دست آورید.

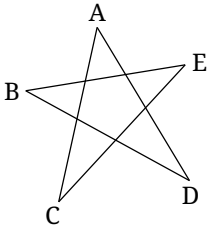


۳۷. در مثلث  $ABC$ ، پاره‌خط  $AD$  نیمساز  $\hat{A}$  و  $AD \parallel CE$  است، ثابت کنید مثلث  $ACE$  متساوی‌الساقین است.

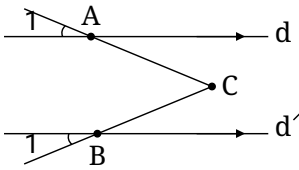
۳۸.  $BD$  نیمساز  $\hat{B}$  و تفاضل دو زاویه  $A$  و  $C$  برابر  $50^\circ$  است. اندازه زاویه  $\hat{ADB}$  را به دست آورید.



۳۹. در شکل مقابل، نشان دهید که مجموع زاویه‌های  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  و  $E$  برابر  $180^\circ$  می‌شود.



۴۰. با توجه به شکل مقابل ثابت کنید:  $\widehat{C} = \widehat{A}_1 + \widehat{B}_1$



۴۱. اگر  $x \in \mathbb{R}$  باشد حدود  $x$  را طوری به دست آورید که سه عدد حقیقی  $x + 5$  و  $5x - 1$  و  $2x + 5$  اضلاع یک مثلث باشند.

۴۲. ثابت کنید فاصله هر نقطه دلخواه در داخل هر مثلث از سه رأس آن مثلث، از نصف مجموع سه ضلع بزرگ‌تر است.



۴۳. ثابت کنید در هر مثلث مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگ تر است. (قضیه نامساوی مثلث‌ها)

۴۴. ثابت کنید که در هر مثلث، هر زاویه خارجی از هر زاویه داخلی غیر مجاور خود بزرگ تر است.

۴۵. آیا سه پاره خط به طول‌های  $5x + 1$  و  $x + 8$  و  $2x - 3$  که مجموع طول آنها برابر ۳۸ است، می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند؟ توضیح دهید.

## فصل دوم:

## تالسی و تشابه

## درس ۱: نسبت و تناسب در هندسه

## نسبت:

اگر  $a$  و  $b \neq 0$  دو عدد حقیقی باشند عدد  $\frac{a}{b}$  را نسبت عدد  $a$  به عدد  $b$  می نامند.

## تناسب:

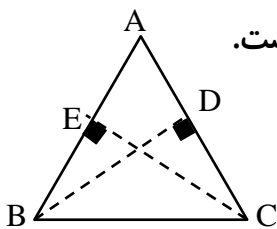
برابری دو نسبت را تناسب گویند.

## خاصیت اصلی تناسب:

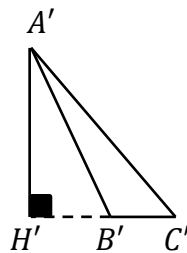
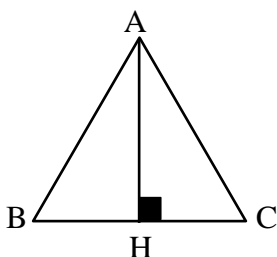
از تناسب  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ( $b, d \neq 0$ ) نتیجه می شود  $ad = bc$  که طرفین وسطین نامیده می شود.

در هر مثلث، نسبت دو ارتفاع با نسبت عکس اندازه های اضلاع نظیر آن ها متناسب است.

$$\frac{CE}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

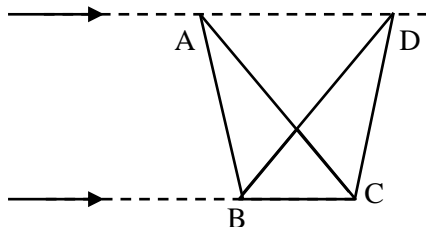


هرگاه اندازه یک ارتفاع از مثلثی با اندازه ارتفاع در مثلث دیگر برابر باشد، نسبت مساحت های مثلث ها برابر است با نسبت اندازه قاعده هایی است که این ارتفاع ها بر آن وارد شده اند.



$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{B'C'}{BC}$$

اگر دو مثلث، قاعده مشترکی داشته باشند و رأس های رو به رو به این قاعده آن ها، روی یک خط موازی با این قاعده ها باشند این مثلث ها هم مساحت هستند.



$$S_{ABC} = S_{DBC}$$

## برخی ویژگی های تناسب:

$$۱) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

$$۲) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$۳) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$۴) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$۵) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

واسطه هندسی دو عدد حقیقی:

اگر طرفین یا وسطین یک تناسب، دو عدد برابر باشند  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ، با طرفین وسطین کردن تناسب نتیجه می شود  $b^2 = ac$

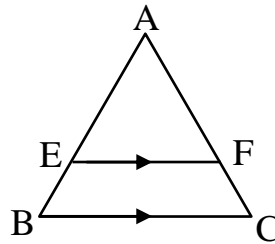
## درس ۲

## قضیه تالس:

اگر خطی با یک ضلع مثلث موازی باشد و دو ضلع دیگر را قطع کند نسبت پاره هایی را که روی یک ضلع پدید می آورد متناظراً با نسبت پاره هایی که روی ضلع دیگر ایجاد می کند برابر است.

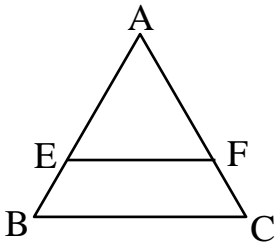
$$۱) \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$۲) \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$



## عکس قضیه تالس:

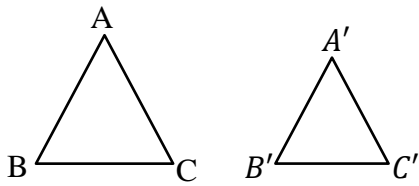
اگر در مثلث  $ABC$  نقطه های  $E$  و  $F$  روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  چنان باشند که  $\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$  آنگاه پاره خط  $EF$  موازی ضلع  $BC$  است.



$$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \rightarrow EF \parallel BC$$

## درس ۳

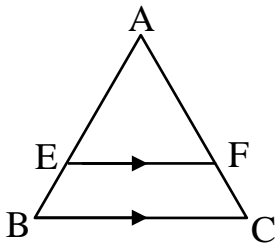
دو مثلث را متشابه گویند هرگاه زوایای نظیر در آن ها برابر و اضلاع نظیر آن ها متناسب باشند.



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} A = A' & B = B' & C = C' \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \end{cases}$$

## قضیه اساسی تشابه های مثلث:

اگر خطی موازی یک ضلع مثلث، دو ضلع دیگر آن ها را قطع کند مثلی ایجاد می شود که با مثلث اولیه متشابه است.



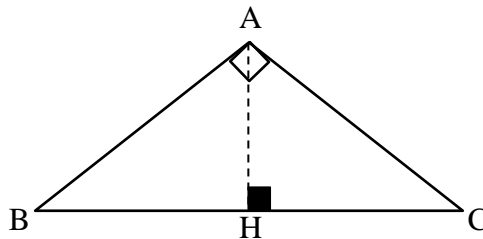
$$\triangle AEF \sim \triangle ABC$$

## حالت های تشابه دو مثلث:

- هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند.
- تناسب دو ضلع از مثلث و برابری زاویه بین
- تناسب سه ضلع از مثلث

## روابط طولی در مثلث قائم الزاویه

- ۱)  $AH^2 = BH \cdot HC$
- ۲)  $AB^2 = BH \cdot BC$
- ۳)  $AC^2 = CH \cdot BC$
- ۴)  $AB \cdot AC = AH \cdot BC$
- ۵)  $AB^2 + AC^2 = BC^2$



## درس ۴

## هرگاه دو مثلث متشابه باشند آنگاه:

- (۱) نسبت محیط آن ها برابر نسبت تشابه دو مثلث است.
- (۲) نسبت ارتفاع آن ها برابر نسبت تشابه دو مثلث است.
- (۳) نسبت میانه آن ها برابر نسبت تشابه دو مثلث است.
- (۴) نسبت نیمساز آن ها برابر نسبت تشابه دو مثلث است.
- (۵) نسبت مساحت آن ها برابر مجذور نسبت تشابه دو مثلث است.

## چهار ضلعی های متشابه:

دو چهار ضلعی  $ABCD$  و  $A'B'C'D'$  متشابه اند هرگاه زوایای نظیر در آن ها برابر باشد و اضلاع نظیر آن ها متناسب باشند.

$$ABCD \sim A'B'C'D' \begin{cases} A = A' & B = B' & C = C' & D = D' \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{A'D'}{AD} \end{cases}$$

هر دو  $n$  ضلعی منتظم، همواره متشابه اند.

نسبت و تناسب

۱. اگر زاویه‌های خارجی یک مثلث با اعداد ۵ و ۷ و ۸ متناسب باشد، اندازه هر کدام از زاویه‌های داخلی مثلث را به دست آورده و نوع مثلث را مشخص کنید.

۲. میانگین هندسی دو عدد  $5\sqrt{3}$  و  $12\sqrt{3}$  را به دست آورید.

۳. اگر  $\frac{x}{y} = \frac{7}{5}$ ،  $\frac{y}{z} = \frac{3}{8}$  باشد، حاصل  $\frac{x}{z}$  را به دست آورید.

۴. اگر  $\frac{2x - y}{x + y} = \frac{2}{3}$  باشد، حاصل تناسب‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{x}{y}$

ب)  $\frac{x + y}{x - y}$

ج)  $\frac{3x - 2y}{2x - 3y}$



۵. اگر  $\frac{x-y}{x+y} = \frac{4}{9}$  باشد، حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{x-y}{y}$

ب)  $\frac{x-y}{x}$

ج)  $\frac{2x+y}{y}$

۶. اگر عدد ۵ واسطه هندسی بین  $b$  و ۹ باشد، مقدار  $b$  را به دست آورید.

۷. اگر  $\frac{15x-3y}{2x+5y} = \frac{4}{3}$  باشد، حاصل  $\frac{x}{y}$  را محاسبه کنید.

۸. مقادیر  $x$  و  $y$  را در تناسب‌های زیر به دست آورید.

الف)  $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{2}{3} = \frac{x+y-1}{y}$

ب)  $\frac{x+1}{4} = \frac{3}{x+2} = \frac{|y|}{8}$

۹. اگر  $\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$  باشد، آنگاه حاصل نسبت‌های زیر را به دست آورید.

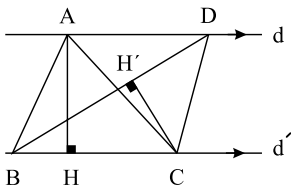
الف:  $\frac{3x + y}{3x + 2y}$

ب:  $\frac{4x + 10}{4y + 14}$

۱۰. اگر  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b} = \frac{m}{n}$  باشد، ثابت کنید:  $\frac{x}{y} = \frac{x + a + m}{y + b + n}$ .

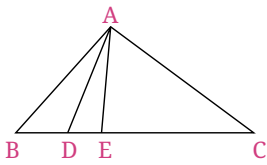
۱۱. طول‌های اضلاع مثلثی ۴ و ۶ و ۸ سانتی‌متر هستند و بلندترین ارتفاع آن  $\frac{3\sqrt{15}}{2}$  سانتی‌متر است. طول‌های دو ارتفاع دیگر مثلث را به دست آورید.

۱۲. در شکل زیر، مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $24\text{cm}^2$  است ( $d \parallel d'$ ). اگر طول قطر  $BD$ ،  $12\text{cm}$  باشد، نقطه  $C$  از پاره خط  $BD$  چقدر فاصله دارد؟



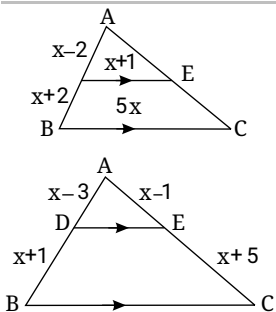
۱۳. ثابت کنید در هر مثلث نسبت ارتفاع‌ها با عکس نسبت اضلاع متناظر آنها برابر است.

۱۴. در شکل مقابل، مساحت مثلث  $ACE$  سه برابر مساحت مثلث  $ADE$  و دو برابر مساحت مثلث  $ABD$  است. نسبت‌های  $\frac{DE}{BD}$  و  $\frac{BC}{DE}$  را به دست آورید.

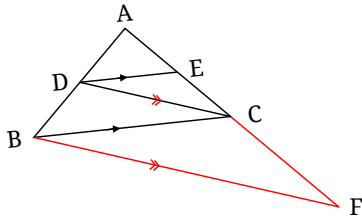
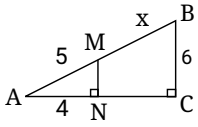


### قضیه تالس

۱۵. در شکل‌های زیر،  $DE \parallel BC$  است. مقادیر  $x$  را در دو شکل به دست آورید.

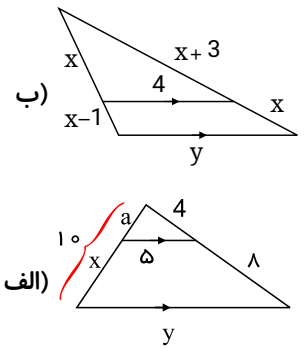


۱۶. در شکل مقابل، مقدار  $x$  را به دست آورید.

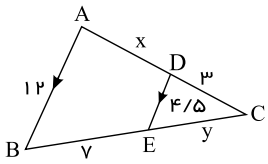


۱۷. در شکل مقابل،  $DE \parallel BC$  و  $DC \parallel BF$  ثابت کنید:  $\frac{AE}{EC} = \frac{AC}{CF}$ .

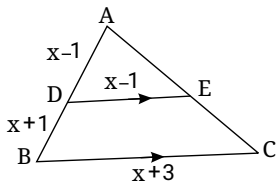
۱۸. با توجه به شکل، مقادیر مجهول را به دست آورید.



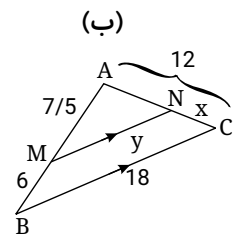
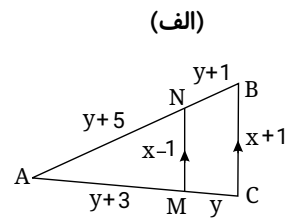
۱۹. در شکل زیر،  $DE \parallel AB$ ؛ مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



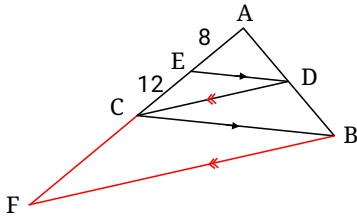
۲۰. مقدار  $x$  را در شکل مقابل به دست آورید.



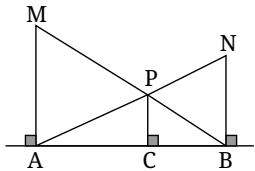
۲۱. مقادیر  $x$  و  $y$  را در اشکال زیر به دست آورید.



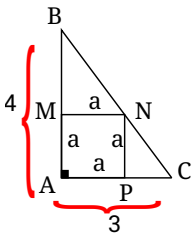
۲۲. در شکل مقابل،  $ED \parallel BC$  و  $DC \parallel BF$  و  $AE = ۸$  و  $CE = ۱۲$ ، اندازه  $CF$  را به دست آورید.



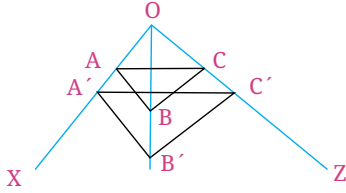
۲۳. در شکل مقابل،  $AM$ ،  $BN$  و  $CP$  هر سه بر  $AB$  عمود هستند. ثابت کنید:  $\frac{1}{CP} = \frac{1}{AM} + \frac{1}{BN}$ .



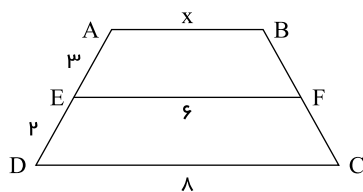
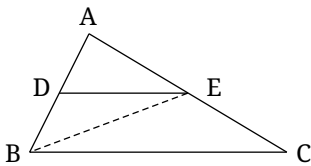
۲۴. مساحت مربع  $AMNP$  را در شکل مقابل به دست آورید.



۲۵. در شکل مقابل، می‌دانیم  $AB \parallel A'B'$  و  $BC \parallel B'C'$ . با استفاده از قضیه تالس و عکس آن، ثابت کنید:  $AC \parallel A'C'$ .



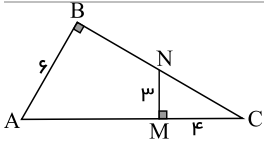
۲۶. در مثلث  $ABC$ ، پاره خط  $DE$  موازی ضلع  $BC$  و  $AD = \frac{4}{5}BD$  است. مساحت مثلث  $EBC$  چند برابر مساحت مثلث  $EBD$  است؟



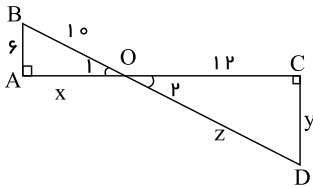
۲۷. در دوزنقه زیر، اگر  $AB \parallel EF \parallel DC$ ، مقدار  $x$  کدام است؟

تشابه مثلثها

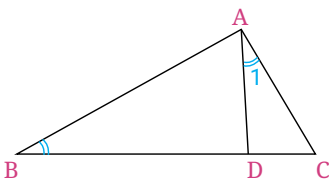
۲۸. مساحت چهارضلعی  $ABNM$  را به دست آورید.



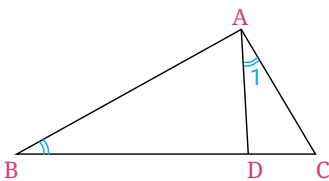
۲۹. مثلثی با اضلاع ۱۲، ۱۷ و ۲۲ با مثلثی که طول ضلع بزرگ آن ۱۱ می باشد، متشابه است. طول دو ضلع دیگر مثلث را به دست آورید.



۳۰. در شکل مقابل، مقادیر  $x$ ،  $y$  و  $z$  را محاسبه کنید.

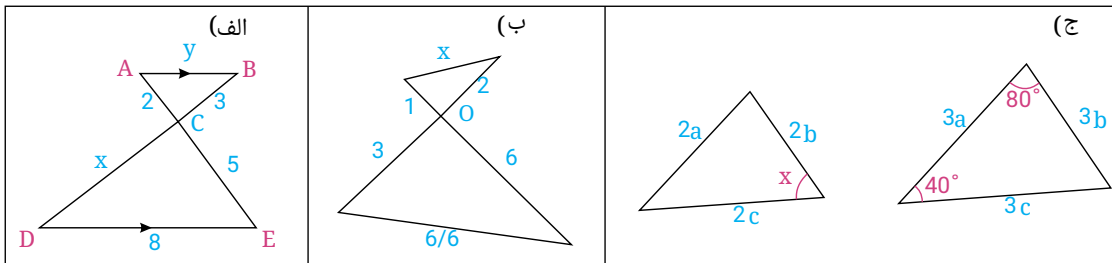


۳۱. در شکل روبه رو،  $\angle A_1 = \angle B$  و  $AC = 4$  و  $BD = 6$ . طول  $BC$  را به دست آورید.

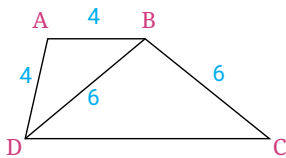




۳۲. در هر یک از شکل‌های زیر، تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و از آنجا مقادیر  $x$  و  $y$  را مشخص کنید:

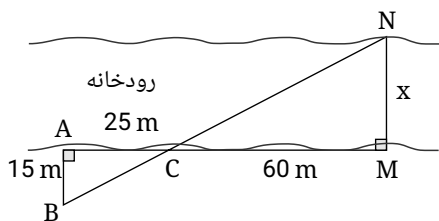


۳۳. مثلث  $ABC$  که اندازه‌های دو زاویه آن  $35^\circ$  و  $65^\circ$  است با کدام یک از مثلث‌های زیر می‌تواند متشابه باشد؟ چرا؟  
 الف) مثلثی که اندازه‌های دو زاویه آن  $80^\circ$  و  $35^\circ$  باشد.  
 ب) مثلثی که اندازه‌های دو زاویه آن  $65^\circ$  و  $85^\circ$  باشد.

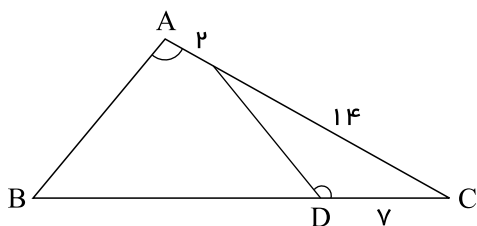


۳۴. در شکل روبه‌رو،  $ABCD$  دوزنقه است. طول قاعده  $CD$  را به دست آورید.

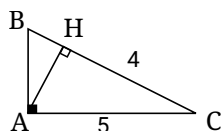
۳۵. شکل زیر توسط یک نقشه‌بردار برای محاسبه عرض رودخانه رسم شده است. به کمک اندازه‌های مشخص شده در شکل، عرض رودخانه را حساب کنید.



۳۶. در شکل مقابل  $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول  $BD$  چند واحد است؟



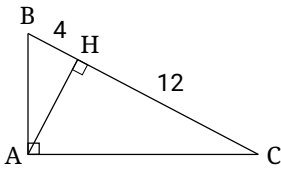
۳۷. با توجه به مقادیر داده شده، مساحت مثلث  $ABC$  را به دست آورید.



۳۸. در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر  $AB = 2\sqrt{5}$  و  $BH = 2$  باشد، اندازه  $AC$  کدام است؟

۳۹. طول ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر  $2\sqrt{6}$  و نسبت دو قطعه ایجادشده روی وتر توسط ارتفاع برابر  $\frac{2}{3}$  است. مساحت این مثلث قائم‌الزاویه چقدر است؟

۴۰. در شکل مقابل، مساحت مثلث  $ABC$  چقدر است؟

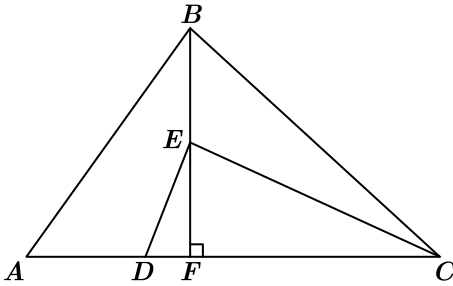


۴۱. در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند  $2/5$  و  $14/4$  سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

۴۲. در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر  $BH = 4$  و  $CH = 16$  باشد، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

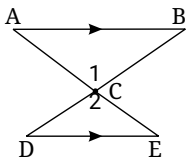
۴۳. طول ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه ای که دو ضلع زاویه قائمه آن ۵ و ۱۲ سانتی متر است، چند سانتی متر است؟

۴۴. در شکل زیر،  $\hat{ABC} = \hat{CED} = 90^\circ$  است. اگر  $AD = 3$ ،  $EF = 4$  و  $DF = 1$  باشد، اندازه  $BC$  کدام است؟



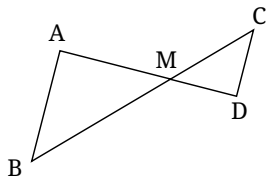
### کاربرد تالس و تشابه

۴۵. نسبت تشابه دو  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\frac{3}{4}$  است. نسبت محیطها، نسبت اضلاع و نسبت مساحت های آنها را به دست آورید.



۴۶. در شکل مقابل،  $AB \parallel DE$ ،  $\frac{AC}{AE} = \frac{4}{7}$  است. نسبت محیطها و مساحت های دو مثلث را به دست آورید.

۴۷. در شکل مقابل  $AB \parallel CD$  و  $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$  می باشد. نسبت مساحت های دو مثلث در شکل کدام است؟



۴۸. طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی متر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی،  $22\frac{5}{7}$  سانتی متر است. محیط مثلث دوم کدام است؟

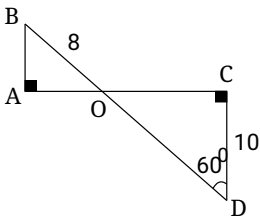
۴۹. مثلثی به اضلاع ۳ و ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵ و  $x$  و  $y$  متشابه است. اگر  $x, y > 5$  باشند مقدار  $x + y$  کدام است؟

۵۰. اندازه محیط های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگتر ۲۵ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچکتر کدام است؟

۵۱. در یک مثلث قائم الزاویه از وسط وتر عمودی بر ضلع قائم فرود می آوریم تا مثلث جدیدی حاصل شود. مساحت مثلث اصلی چند برابر مساحت مثلث جدید است؟

۵۲. نسبت مساحت دو مثلث متشابه  $\frac{49}{128}$  است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر ۲۱ سانتی متر باشد ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگتر چند سانتی متر است؟

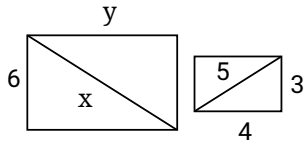
۵۳. باتوجه به شکل مقابل، نسبت مساحت های دو مثلث برابر است با:



۵۴. در دو مثلث متشابه نسبت دو ارتفاع متناظر  $\frac{1}{4}$  است. اگر مساحت مثلث کوچکتر ۵ باشد، مساحت مثلث بزرگتر کدام است؟

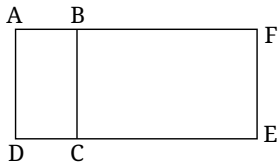
۵۵. مثلثی به اضلاع  $\sqrt{3}$ ،  $\sqrt{6}$ ، ۲ و مثلث دیگر به اضلاع  $2\sqrt{3}$ ، ۳،  $3\sqrt{2}$  مفروض اند. نسبت مساحت این دو مثلث کدام است؟

۵۶. دو مربع متشابه هستند و نسبت تشابه آنها  $\frac{2}{5}$  است. اگر ضلع یکی از آنها برابر  $20\text{ cm}$  باشد، ضلع دیگری را به دست آورید.

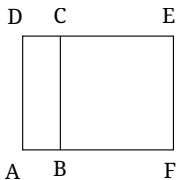


۵۷. دو مستطیل مقابل متشابهند، مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید. ( $y > 6$ )

۵۸. در شکل مقابل، دو مستطیل  $ABCD$  و  $BCEF$  متشابهند. اگر  $AB = 1$  و  $AD = 3$  باشد، مساحت هر کدام از مستطیل‌ها را به دست آورید.



۵۹. در شکل دو مستطیل  $ABCD$  و  $BCEF$  متشابهند اگر  $AB = 1$  و  $AD = 3$  باشد مساحت  $ADEF$  چند برابر  $BCEF$  است؟



۶۰. اگر نسبت مساحت‌های دو  $n$  ضلعی متشابه  $\frac{25}{36}$  و محیط یکی از آن‌ها ۴۹ باشد، تفاضل بیشترین و کمترین مقدار محیط  $n$  ضلعی دوم چند برابر ۴۹ است؟

۶۱. مستطیل  $ABCD$  با اضلاع ۲ و ۵ با مستطیل  $A'B'C'D'$  متشابه است. قطر مستطیل  $A'B'C'D'$  چند برابر ضلع کوچک‌تر آن است؟



## فصل سوم: چند ضلعی ها

## درس ۱: چند ضلعی

$n$  ضلعی، شکلی است شامل  $n$  ( $n \geq 3$ ) پاره خط متوالی که:

- (۱) هر پاره خط دقیقاً دو پاره دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع کند.
- (۲) هر دو پاره خط که در یک انتها مشترک اند روی یک خط نباشند.

تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس  $n$  ضلعی:

از هر رأس  $n$  ضلعی دقیقاً  $(n - 3)$  قطر رسم می شود.

تعداد قطرهای  $n$  ضلعی:

تعداد قطرهای  $n$  ضلعی برابر  $\frac{n(n-3)}{2}$  است.

مجموع تعداد قطرهای و ضلع های یک  $n$  ضلعی:

در هر  $n$  ضلعی، مجموع تعداد قطرهای و ضلع ها را بر  $\frac{n(n-1)}{2}$  است.

چند ضلعی محدب:

چند ضلعی را محدب گویند هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیه نقاط چند ضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند.

## درس ۲

**متوازی الاضلاع:** چهار ضلعی است که هر دو ضلع مقابل آن موازی باشند.

**مستطیل:** چهار ضلعی است که همه زاویه های آن قائمه باشند.

**لوزی:** چهار ضلعی است که هر چهار ضلع آن هم اندازه باشند.

**مربع:** چهار ضلعی است که هر چهار ضلع آن هم اندازه و حداقل یک زاویه آن قائمه است.

### ویژگی های متوازی الاضلاع:

- ۱- در هر متوازی الاضلاع هر دو ضلع مقابل، هم اندازه اند. (عکس قضیه نیز برقرار است).
- ۲- در متوازی الاضلاع هر دو زاویه مجاور مکمل اند. (عکس قضیه نیز برقرار است).
- ۳- در هر متوازی الاضلاع هر دو زاویه مقابل هم اندازه اند. (عکس قضیه نیز برقرار است).
- ۴- در هر متوازی الاضلاع قطرهای یکدیگر را نصف می کنند. (عکس قضیه نیز برقرار است).

## درس ۳

## ویژگی های مستطیل:

مستطیل تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد به علاوه بر آن قطرهاى مستطیل برابرند. اگر در متوازی الاضلاع دو قطر برابر باشند آن گاه آن متوازی الاضلاع مستطیل است. در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه میانه نظیر وتر، برابر نصف وتر است. (عکس قضیه نیز برقرار است).

## لوزی:

لوزی همه ویژگی های متوازی الاضلاع را دارد و علاوه بر آن در لوزی قطرها بر هم عمودند و نیمساز زوایا می باشند اگر قطرهاى متوازی الاضلاع برهم عمود باشند آن گاه آن متوازی الاضلاع لوزی است. اگر یکی از قطرهاى متوازی الاضلاع نیمساز یک زاویه آن باشد آن گاه آن متوازی الاضلاع لوزی است.

## دوزنقه:

چهار ضلعی است که فقط دو ضلع آن موازی باشند. دوزنقه قائم الزاویه، اگر در یک دوزنقه یک ساق بر یکی از قاعده ها عمود باشد بر قاعده دیگر نیز عمود است.

## دوزنقه متساوی الساقین:

اگر در یک دوزنقه ساق ها برابر باشند. در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه های مجاور به قاعده هم اندازه اند. اگر در یک دوزنقه، دو زاویه مجاور به قاعده هم اندازه باشند آنگاه دوزنقه متساوی الساقین است. در هر دوزنقه متساوی الساقین، قطرها اندازه های مساوی دارند. اگر در یک دوزنقه قطرها برابر باشند آنگاه دوزنقه، متساوی الساقین است.

## درس ۴

مساحت متوازی الاضلاع، برابر است با ضرب قاعده در ارتفاع وارد بر آن

مساحت لوزی، برابر است با نصف حاصل ضرب دو قطر آن

مساحت دوزنقه، برابر است با نصف مجموع دو قاعده ضرب در ارتفاع وارد بر قاعده

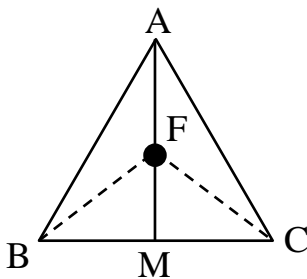
مساحت مثلث متوازی الاضلاع به ضلع  $a$  برابر است با:  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

## برخی خواص میانه:

۱- میانه هر مثلث، آن را به دو مثلث با مساحت های برابر تقسیم می کند.

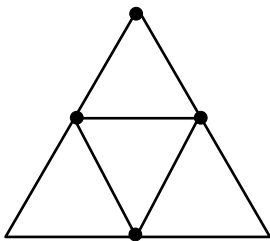
۲- اگر  $F$  نقطه ای دلخواه روی میانه  $AM$  باشد.

$$S_{FBM} = S_{FMC}$$



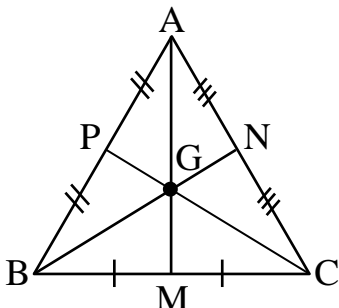
۳- اگر وسط های سه ضلع هر مثلث را به هم متصل کنیم چهار مثلث هم نهشت و در نتیجه با مساحت

های برابر پدید می آید.



۴- سه میانه هر مثلث در نقطه ای درون آن مثلث هم رسند به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع،

برابر  $\frac{1}{3}$  اندازه میانه نظیر آن ضلع است و فاصله اش تا هر رأس،  $\frac{2}{3}$  اندازه میانه نظیر آن رأس می باشد.

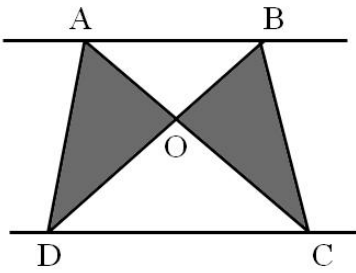


$$\begin{cases} \frac{GM}{AM} = \frac{GN}{BN} = \frac{GP}{PC} = \frac{1}{3} \\ \frac{GA}{AM} = \frac{GB}{BN} = \frac{GC}{PC} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

۵- سه میانه مثلث، آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کنند.

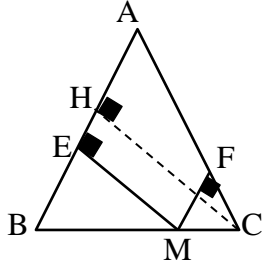
۶- دو خط  $AB$  و  $CD$  موازینند.

$$S_{AOD} = S_{OBC}$$



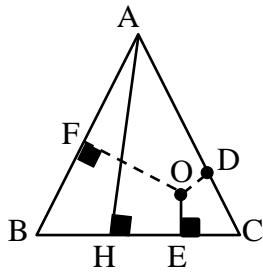
## درس ۵

در هر مثلث متساوی الساقین مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی قاعده از ساق‌ها برابر با ارتفاع وارد بر ساق است.



$$MF + ME = CH$$

در هر مثلث متساوی الاضلاع، مجموع فواصل هر نقطه دلخواه داخل مثلث، از اضلاع مثلث برابر با اندازه ارتفاع مثلث است.



$$OD + OE + OF = AH = \frac{\sqrt{3}}{2} (\text{ضلع})$$

چند ضلعی شبکه‌ای:

مساحت هر چند ضلعی شبکه‌ای با تعداد نقاط مرزی  $b$  و تعداد نقاط درونی  $i$  برابر است با:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

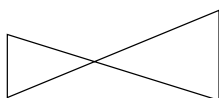
۱. مجموع تعداد اضلاع، تعداد قطرها و تعداد محورهای تقارن یک  $n$  ضلعی منتظم برابر ۳۶ است. مجموع زاویه‌های داخلی، مجموع زاویه‌های خارجی و اندازه یک زاویه داخلی و اندازه یک زاویه خارجی آن را به دست آورید.

۲. مجموع تعداد قطرها و اضلاع یک چندضلعی ۱۲۰ تاست. تعداد اضلاع، مجموع زاویه‌های داخلی و مجموع زاویه‌های خارجی آن را به دست آورید.

۳. تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب، ۵۴ تاست. مجموع زاویه‌های داخلی آن را به دست آورید.

۴. در کدام  $n$  ضلعی، تعداد قطرها و ضلع‌ها برابر است؟

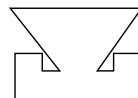
۵. چند تا از شکل‌های زیر چند ضلعی هستند؟



(ث)



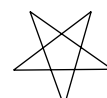
(ت)



(پ)



(ب)



(الف)



۶. مجموع تعداد اضلاع و اقطار یک  $n + 1$  ضلعی، نصف تعداد اقطار یک  $2n$  ضلعی است،  $n$  کدام است؟

۷. در یک چندضلعی محدب که تعداد قطرها، دو برابر تعداد ضلع هایش است، مجموع زاویه های داخلی چند درجه است؟

۸. اگر تعداد قطرهای یک  $(n + 2)$  ضلعی محدب، ۱۱ واحد بیشتر از تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب باشد، آنگاه مقدار  $n$  کدام است؟

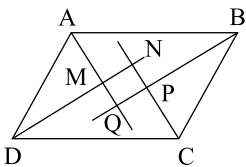
۹. ثابت کنید در هر چهارضلعی اگر وسط های اضلاع را به صورت متوالی به یکدیگر وصل کنیم چهارضلعی حاصل متوازی الاضلاع می شود.

۱۰. اندازه دو زاویه مقابل در یک متوازی الاضلاع برابر  $x + 40^\circ$  و  $3x - 10^\circ$  است. اندازه تمام زاویه های آن را به دست آورید.

۱۱. چهارضلعی  $ABCD$  متوازی الاضلاع است. نقطه  $A$  را به  $E$  وسط  $BC$  و نقطه  $C$  را به  $F$  وصل کرده ایم. ثابت کنید  $AECF$  متوازی الاضلاع است.

۱۲. ثابت کنید از برخورد نیمسازهای زاویه های داخلی هر مستطیل یک مربع پدید می آید.

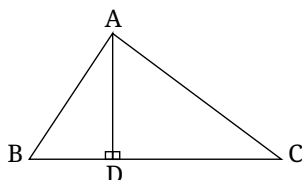
۱۳. از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی الاضلاع، چهارضلعی  $MNPQ$  پدید آمده است. ثابت کنید این چهارضلعی، مستطیل است.



۱۴. ثابت کنید، در هر متوازی الاضلاع اگر قطرهای برهم عمود باشند آنگاه لوزی می شود.

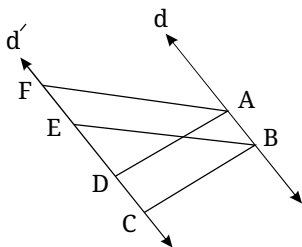
۱۵. نیمسازهای درونی زاویه های مستطیلی با طول اضلاع  $a$  و  $b$  را رسم می کنیم. اندازه ضلع مربع حاصل را بر حسب مقادیر  $a$  و  $b$  بیابید.

۱۶. در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) یکی از زوایا  $25^\circ$  است. اگر  $AM$  و  $AH$  به ترتیب میانه و ارتفاع وارد بر وتر باشند، زاویه بین آنها کدام است؟



۱۷. در شکل زیر  $\frac{AC}{AD} = 2$  و  $\frac{AB}{AD} = \sqrt{2}$ ، زاویه  $\widehat{BAC}$  چند برابر زاویه  $\widehat{ACD}$  است؟

۱۸. در شکل دو خط  $d$  و  $d'$  موازی هستند و  $ABCD$  و  $ABEF$  هر دو متوازی الاضلاع اند. اگر مساحت یکی از این متوازی الاضلاعها برابر  $S$  باشد، مساحت دیگری بر حسب  $S$  چقدر است؟



۱۹. از به هم وصل کردن وسط ضلع های مربعی، یک مربع جدید ایجاد شده است. نسبت مساحت مربع بزرگ تر به کوچک تر کدام است؟

۲۰. طول ساق یک مثلث متساوی الساقین  $\sqrt{۸۵}$  و طول قاعده آن ۱۲ است. مساحت مثلث کدام است؟

۲۱. مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $۲\sqrt{۳}$  چند برابر ارتفاع آن است؟

۲۲. در مثلث قائم الزاویه ای به طول اضلاع قائم ۳ و ۴، فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها تا وسط وتر کدام است؟

۲۳. مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع  $۲\sqrt{۳}$  کدام است؟

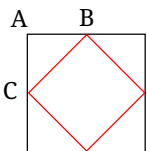
۲۴. در یک لوزی به ضلع ۵، اندازه قطر بزرگ ۸ است. مساحت لوزی کدام است؟

۲۵. عدد مساحت شش ضلعی منتظمی به طول ضلع  $\sqrt{۱۲}$  از نظر عددی چند برابر طول کوچک‌ترین قطر این شش ضلعی است؟

۲۶. در یک مثلث متساوی الاضلاع، عدد مساحت با عدد محیط برابر است. ارتفاع وارد بر اضلاع این مثلث کدام است؟

۲۷. در یک مستطیل وسط‌های اضلاع را به‌طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. نسبت مساحت مستطیل به مساحت شکل حاصل کدام است؟

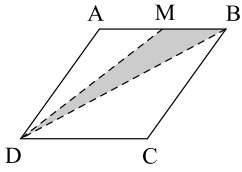
۲۸. در شکل مساحت مربع بزرگ  $\frac{49}{25}$  مربع کوچک است. اگر طول ضلع مربع بزرگ ۱۴ باشد، مساحت مثلث  $ABC$  چقدر است؟



۲۹. مجموع فواصل هر نقطه داخل یک مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن چند برابر طول مثلث است؟

۳۰. یک مستطیل شبکه‌ای که اندازه‌ی ضلع‌های آن به ترتیب ۵ و ۴ واحد هستند، مفروض است. اگر تعداد نقاط مرزی این مستطیل، برابر ۱۸ باشد، تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

۳۱. در متوازی الاضلاع شکل زیر، اگر  $M$  وسط  $AB$  باشد، مساحت قسمت‌های سفید چند برابر مساحت قسمت رنگی است؟

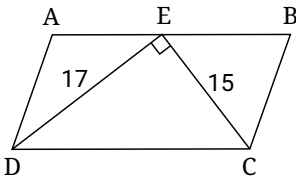


۳۲. در مثلث  $ABC$  داریم  $AC = 2AB$  و نیمساز زاویه  $A$ ، این مثلث را دو قسمت می‌کند. مساحت ناحیه بزرگ‌تر چند برابر ناحیه کوچک‌تر است؟

۳۳. اگر مساحت یک چهارضلعی شبکه‌ای برابر  $4/5$  و تعداد نقاط درونی آن برابر ۳ باشد؛ تعداد نقاط مرزی آن کدام است؟

۳۴. در مثلث متساوی الاضلاع  $ABC$  به ضلع  $8\sqrt{3}$  اگر فاصله‌های نقطه‌ی  $M$  در داخل مثلث از اضلاع  $AB$  و  $AC$  به ترتیب ۵ و ۳ باشد، فاصله‌ی آن از ضلع  $BC$  کدام است؟

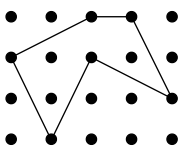
۳۵. در شکل زیر، مساحت متوازی الاضلاع  $ABCD$  کدام است؟



۳۶. در مثلث متساوی الاضلاعی که مقدار عددی محیط و مساحت آن یکسان است، مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث از سه ضلع آن کدام است؟

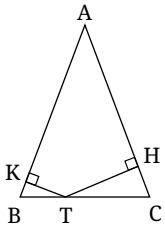
۳۷. اگر از نقطه ..... یک مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث هم مساحت ایجاد می شود.

۳۸. مساحت چندضلعی شبکه ای شکل مقابل کدام است؟



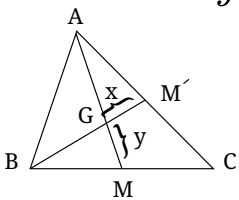
۳۹. مساحت یک چندضلعی شبکه ای ۳ واحد است. حداکثر تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

۴۰. در شکل زیر اگر  $AB = AC$ ، آن گاه حاصل  $TH + TK$  همواره برابر با طول کدام جزء مثلث  $ABC$  است؟

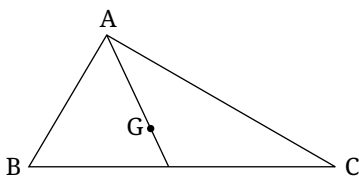


۴۱. روی محیط یک چندضلعی شبکه‌ای، ۱۸ نقطه و درون آن ۳ نقطه قرار دارد. مساحت این چندضلعی کدام است؟

۴۲. در شکل زیر،  $AM$  و  $BM'$  میانه‌های اضلاع  $BC$  و  $AC$  هستند. اگر  $AM = ۴$  و  $BM' = ۶$ ، حاصل  $\frac{x}{y}$  چقدر است؟



۴۳. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائمه ۸ و ۱۵، فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها تا رأس قائمه کدام است؟



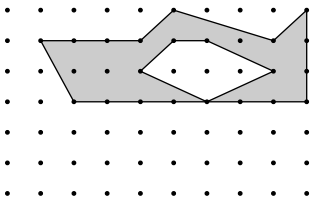


۴۴. در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $\sqrt{3}$ ، نقطه  $M$  روی ضلع  $BC$  است. مجموع فواصل  $M$  از دو ضلع دیگر کدام است؟

۴۵. در مثلث متساوی الاضلاع به مساحت  $12\sqrt{3}$  اگر فاصله نقطه  $M$  در داخل مثلث از ضلع  $AB$  برابر ۲ واحد باشد، مجموع فواصل  $M$  تا دو ضلع  $AC$  و  $BC$  چقدر است؟

۴۶. اگر در یک چند ضلعی شبکه‌ای، دو رأس اضافه شود و یک نقطه درونی کم شود، مساحت چند واحد مربع افزایش می‌یابد؟

۴۷. در شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

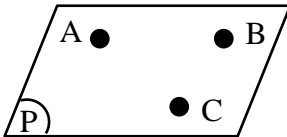


۴۸. یک مربع شبکه‌ای به طول ضلع ۸ واحد مفروض است. اگر نقاط مرزی این مربع برابر ۳۲ باشد، تعداد نقاط درونی آن کدام است؟

## فصل چهارم: تجسم فضایی

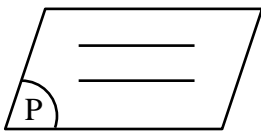
## خط راست:

مجموعه ای از نقاط است که از هر طرف نامحدود است و ضخامت ندارد. صفحه نیز سطحی است صاف و از هر طرف تا بی نهایت ادامه دارد و ضخامت ندارد سه نقطه غیر واقع بر یک خط یک صفحه را مشخص می کند. صفحه را به صورت متوازی الاضلاع نمایش می دهند و معمولاً آن را با حرفی بزرگ در یکی از گوشه های متوازی الاضلاع می نویسند.

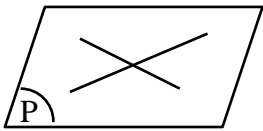


## حالت های مختلف دو خط در صفحه و فضا:

۱- دو خط که نقطه اشتراکی ندارند و در یک صفحه قرار می گیرند موازی نامیده می شوند.



۲- دو خط در صفحه که فقط در یک نقطه مشترک باشند متقاطع نامیده می شوند.

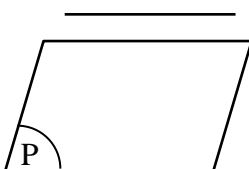


۳- دو خط که در یک صفحه قرار ندارند، متناظر نامیده می شود.

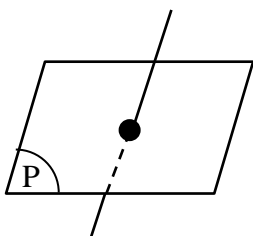
دو خط که همه نقاطشان مشترک باشند منطبق نامیده می شود و آن ها را یک خط در نظر می گیریم و بی شمار صفحه از آن ها می گذرد.

## حالت های مختلف خط و صفحه:

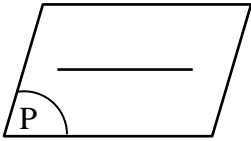
۱- اگر خط و صفحه با هم نقطه اشتراکی نداشته باشند خط و صفحه موازیند.



۲- اگر خط و صفحه فقط در یک نقطه مشترک باشند خط و صفحه را متقاطع گویند.

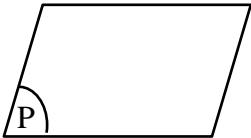


۳- اگر خط و صفحه بی شمار نقطه مشترک داشته باشند آنگاه خط را بر صفحه منطبق گویند.

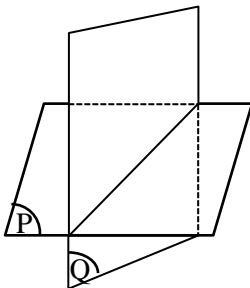


حالت های مختلف دو صفحه:

۱- اگر دو صفحه با هم نقطه اشتراکی نداشته باشند آن گاه آن ها را موازی گویند.



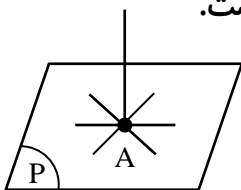
۲- اگر دو صفحه در یک خط راست مشترک باشند آن گاه دو صفحه را متقاطع گویند خط راستی که اشتراک دو صفحه متقاطع است فصل مشترک آن دو صفحه نامیده می شود.



تعامد:

اگر خط  $L$ ، صفحه  $P$  را در نقطه  $A$  قطع کند و  $L$  بر تمام خط های واقع بر صفحه  $P$  که از نقطه  $A$  می گذرند، عمود باشد آن گاه می گوئیم  $L$  بر صفحه  $P$  عمود است.

اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه ای عمود باشد آن گاه آن خط بر صفحه عمود است.



**دو صفحه عمود بر هم:**

دو صفحه را عمود بر هم گویند هرگاه هر کدام شامل خطی باشد که بر صفحه دیگر عمود باشد.

**تفکر تجسمی:**

در تفکر تجسمی از عبارات و جملات و شیوه های زبانی برای تفکر استفاده نمی شود بلکه این تصاویر هستند که در ذهن ما نقش می بندند و به ما کمک می کنند درباره موضوع مورد نظر فکر کنیم.

**برش:**

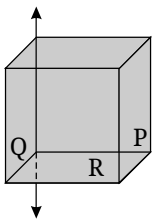
شکلی که از بر خورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود سطح مقطع آن نامیده می شود.

**دوران:**

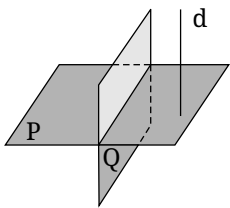
از دوران دادن شکل های متفاوت هندسی حول یک محور می توان جسم های هندسی مختلفی را تصور کرد.

خط، نقطه و صفحه

۱. اگر نقطه  $A$  هم در صفحه  $P$  و هم در صفحه  $Q$  باشد دو صفحه  $P$  و  $Q$  چه وضعیتی دارند؟



۲. دو صفحه متقاطع  $P$  و  $Q$  بر صفحه  $R$  عمود هستند. فصل مشترک این دو صفحه نسبت به صفحه  $R$  چه وضعیتی دارد؟



۳. دو صفحه  $P$  و  $Q$  بر هم عمود هستند و خط  $d$  نیز بر صفحه  $P$  عمود است. این خط نسبت به صفحه  $Q$  چه وضعیتی دارد؟

۴. حالت‌های مختلف نمایش یک صفحه در فضا را مشخص کنید.

۵. خط عمود بر یک صفحه را تعریف کنید.

۶. حالت‌های مختلف دو صفحه در فضا را مشخص کنید.

۷. دو صفحه متقاطع در ..... همدیگر را قطع می‌کنند.

۸. اوضاع نسبی یک خط و یک صفحه را در فضا با رسم شکل مشخص کنید.

۹. دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در فضا متناظر هستند. اگر خط  $d_3$  با  $d_2$  موازی باشد، آنگاه وضعیت خط  $d_3$  و  $d_1$  الزاماً چگونه است؟

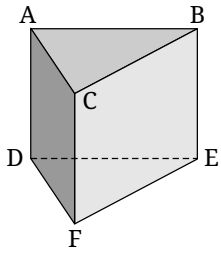


۱۰. حالت‌های مختلف دو خط در فضا را با رسم شکل بیان کنید.

۱۱. قطر یک مکعب با چند یال آن متناظر است؟

۱۲. از هر خط غیرواقع بر یک صفحه، چند صفحه می‌توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشد؟  
الف) خط بر صفحه عمود باشد.      ب) خط بر صفحه عمود نباشد.

۱۳. در یک مکعب به طول یال ۴ واحد، بر انتهای سه یال گذرا بر یک رأس، صفحه‌ای می‌گذرد. مساحت مقطع این صفحه با مکعب کدام است؟



۱۴. منشور سه پهلوی زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید:

الف) سه جفت خط متمایز دوجه دو موازی نام ببرید.

ب) سه جفت خط متمایز دوجه دو متناظر نام ببرید.

ج) سه جفت خط دوجه دو متقاطع نام ببرید.

د) سه خط هم‌رس نام ببرید.

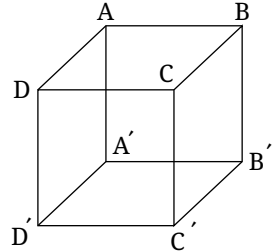
هـ) سه جفت خط و صفحه موازی نام ببرید.

و) دو صفحه موازی نام ببرید.

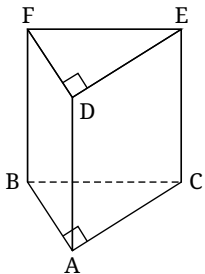
ز) سه صفحه دوجه دو متقاطع نام ببرید.

۱۵. با توجه به شکل زیر مشخص کنید که خط‌های نوشته شده در جدول نسبت به هم چه حالتی دارند؟ سپس جدول را کامل کنید.

	$AB$	$AD$	$BC$	$BB'$	$CC'$	$A'B'$	$DD'$
$AB$	منطبق		متقاطع				
$AD$					متنافر		
$BC$							
$CC'$							



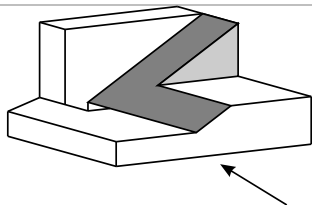
۱۶. منشور سه پهلوی قائم مطابق شکل زیر مفروض است. در صورتی که  $O$  محل برخورد میانه‌های مثلث  $ABC$  باشد، طول  $DO$  کدام است؟ ( $AB = ۱۸, AC = AD = ۲۴$ )



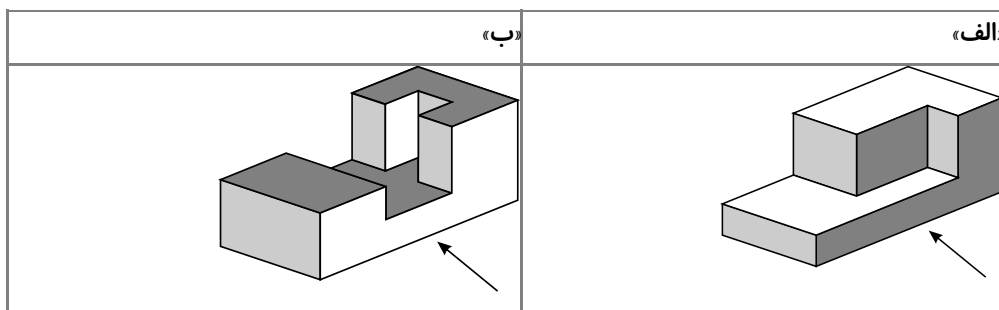
۱۷. خط  $L$  بر صفحه  $P$  عمود است، چند صفحه از خط  $L$  عبور می‌کند که بر صفحه  $P$  عمود است؟

تفکر تجسمی

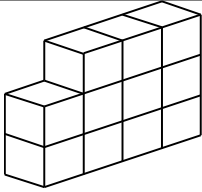
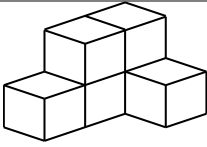
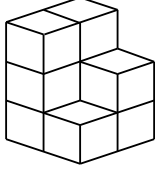
۱۸. برای شکل مقابل، نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.



۱۹. در هر شکل، نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.



۲۰. سعی کنید از جهت‌های مختلف به هر شکل نگاه کرده و آن را رسم کنید.

	نمای چپ	نمای بالا	نمای روبه‌رو
			
			
			

۲۱. سطح مقطع یک مکعب به طول یال ۶ واحد با صفحه‌ای گذرنده بر انتهای سه یال آن که در یک رأس مشترک باشند، چند واحد مربع است؟

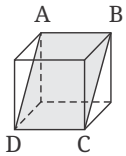
۲۲. صفحه‌ای یک کره را قطع می‌کند و با مرکز کره  $5cm$  فاصله دارد اگر شعاع کره  $13cm$  باشد.

(الف) مساحت سطح مقطع را به دست آورید.

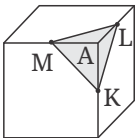
(ب) اگر مرکز کره را به نقاط قطع شده وصل کنیم، حجم جسم فضایی حاصل را به دست آورید.

۲۳. دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ سانتی‌متر که مرکز آنها از هم ۵ سانتی‌متر فاصله دارند در نظر بگیرید. سطح مشترک برخورد دو کره چقدر مساحت دارد؟

۲۴. یک مخروط را با یک صفحه برش می‌دهیم. سطح مقطع چه شکلی می‌تواند باشد؟ رسم کنید.



۲۵. در مکعب شکل مقابل، مساحت چهارضلعی  $ABCD$  برابر  $۳\sqrt{۲}$  است. سطح کل مکعب چند سانتی‌متر مربع است؟



۲۶. در مکعب شکل مقابل  $M$  و  $L$  و  $K$  وسط‌های سه یال هستند. حجم هرم  $AMLK$  چه کسری از حجم مکعب است؟

۲۷. یک استوانه را با صفحه‌های مختلفی برش داده‌ایم. سطح مقطع را رسم کنید.

الف) برش مایل      ب) برش افقی

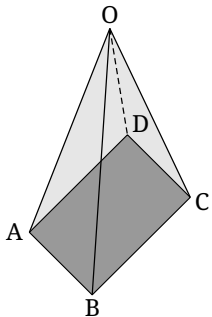
۲۸. دو کره با شعاع‌های  $r$  و  $r'$  یکدیگر را قطع کرده‌اند. نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره روی چه شکلی قرار دارند؟ اگر همه این نقاط را به مرکز یکی از این دو کره وصل کنیم، چه شکلی به دست می‌آید؟

۲۹. قاعده هرمی، مستطیل  $ABCD$  است. رأس این هرم را  $O$  نامیده‌ایم. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه  $P$  را با این هرم در هر حالت مشخص کنید.

الف) صفحه  $P$  بر ارتفاع هرم عمود باشد.

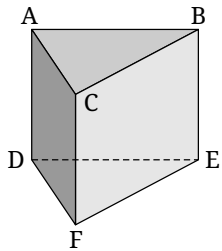
ب) صفحه  $P$  از  $O$  بگذرد و بر قاعده هرم عمود باشد.

ج) صفحه  $P$  از  $O$  نگذرد؛ ولی بر قاعده هرم عمود باشد.



۳. در یک مکعب انتهای یال‌های گذرا بر یک راس، راس‌های مثلثی هستند. مثلث حاصل کدام نوع است؟

۳. فرض کنید منشور زیر، یک قطعه چوبی توپر باشد. این قطعه چوبی را طوری ارّه می‌کنیم که از سه نقطه مشخص عبور کند. در هر حالت شخص کنید سطح مقطع به چه شکل است و منشور به چه شکل‌های فضایی تجزیه می‌شود؟



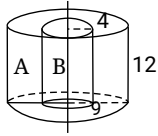
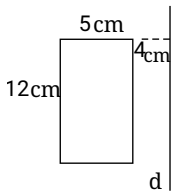
الف)  $M, N$  و  $P$  وسط پاره‌های  $BE, CF$  و  $AD$

$(C, D, E)$

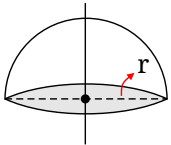
$(C, F, Q)$  (وسط پاره خط  $AB$ )

۳. مثلث  $ABC$  با طول اضلاع ۱۵ و ۱۲ و ۹ را حول بزرگ‌ترین ضلع دوران داده‌ایم، حجم فضای اشغال‌شده را حساب کنید.





۳۳. مستطیل مقابل را حول خط  $d$  دوران داده ایم. حجم فضای اشغال شده را محاسبه کنید.



۳۴. نیم دایره ای به شعاع  $6cm$  را حول شعاع عمود بر قطر آن دوران داده ایم، حجم فضای اشغال شده را محاسبه کنید.

۳۵. مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $12cm$  را حول یکی از اضلاع دوران می دهیم. جسم حاصل را رسم کرده و حجم آن را به دست آورید.

۳۶. حجم جسم حاصل از دوران مثلث به اضلاع ۶ و ۸ و ۱۰ را حول کوچک ترین ضلع به دست آورید.

۳۷. مربعی به ضلع  $a$  را یک بار حول ضلع و یک بار حول قطر دوران داده‌ایم. حجم اجسام حاصل را به دست آورید.

۳۸. جسم حاصل از دوران‌های زیر را رسم کنید.

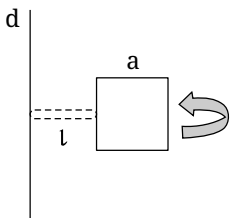
الف) مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه

ج) دوران مستطیل حول یک ضلع

ب) دوران نیم‌دایره حول قطر آن

د) دوران مربع حول قطر آن

۳۹. مربعی به ضلع  $a$  را حول محور  $d$  دوران داده‌ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.



۴۰. در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید.

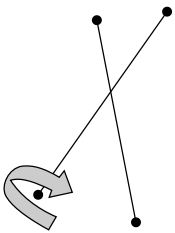
الف) دوران یک مثلث متساوی الساقین حول ارتفاع آن:

ب) دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه:

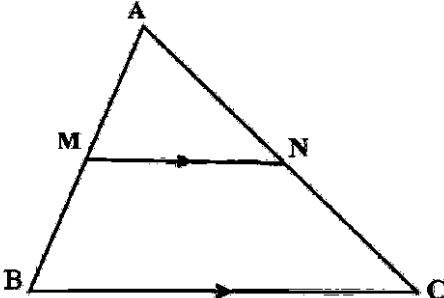
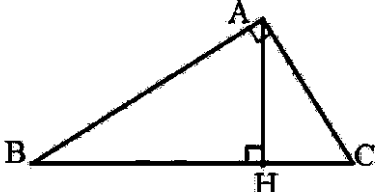
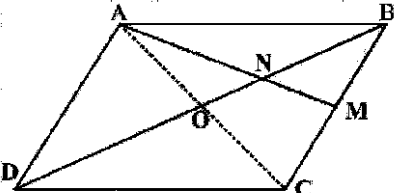
پ) دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها:

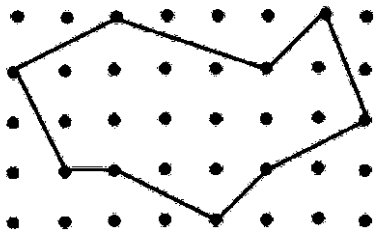
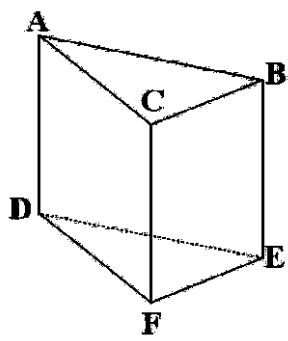
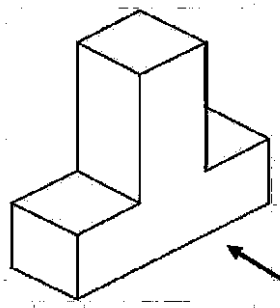
ت) دوران یک مثلث متساوی الساقین حول قاعده آن:

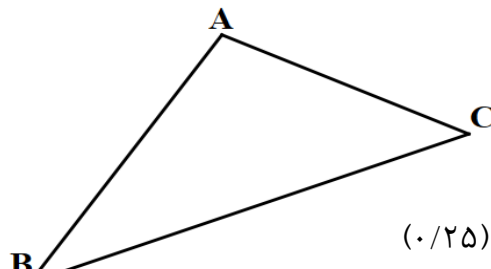
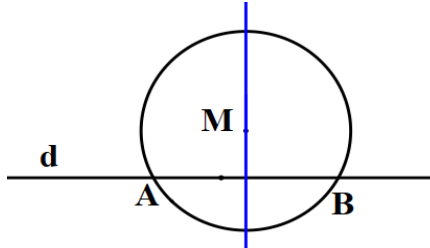
۴۱. دو پاره خط متقاطع را مطابق شکل در نظر بگیرید. اگر یکی از پاره خط‌ها را حول دیگری دوران دهیم، چه جسم هندسی‌ای ساخته می‌شود؟



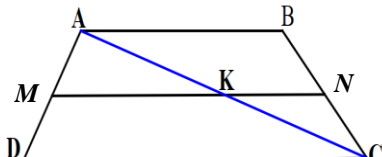
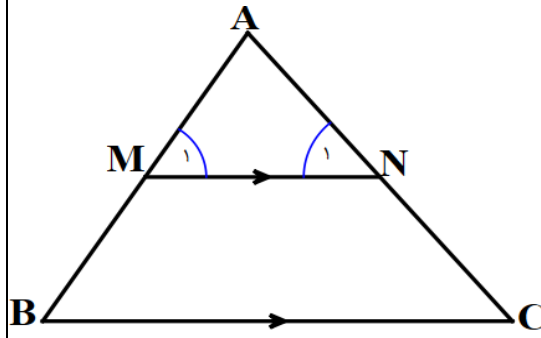
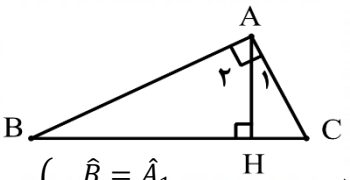
سوالات آزمون نهایی درس: هندسه ۱		تعداد صفحه: ۳	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
پایه دهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳					
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب، ۳۶۰ درجه است.</p> <p>ب) در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با نسبت ارتفاع وارد بر آنها برابر است.</p> <p>پ) اگر دو قطر یک چهارضلعی هم اندازه باشند، آن چهارضلعی مستطیل است.</p> <p>ت) در فضا دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.</p>				
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات (کلمات) مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) عمود منصف وتر یک دایره از ..... دایره می‌گذرد.</p> <p>ب) اگر نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه <math>\frac{9}{25}</math> باشد، در این صورت نسبت تشابه برابر با ..... است.</p> <p>پ) واسطه هندسی مثبت بین دو عدد ۳ و ۱۲ برابر با ..... است.</p> <p>ت) شکل حاصل از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع ..... می‌باشد.</p> <p>ث) خط راستی که اشتراک دو صفحه متقاطع است، ..... آن دو صفحه نامیده می‌شود.</p>				
۳	<p>با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.</p>				
۴	<p>روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن را توضیح دهید. (با رسم شکل)</p>				
۵	<p>آیا گزاره "هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند." درست است؟ چرا؟</p>				
۶	<p>در شکل مقابل مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را بیابید.</p> 				
۷	<p>در دوزنقه زیر MN با قائده‌ها موازی است. با رسم قطر AC، تناسب داده شده را ثابت کنید:</p> $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ 				

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۱		تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
پایه دهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۸	۱.۵	<p>قضیه اساسی تشابه: در شکل زیر <math>MN</math> موازی <math>BC</math> است. ثابت کنید مثلث <math>AMN</math> با مثلث <math>ABC</math> متشابه است.</p> 		
۹	۱.۷۵	<p>در مثلث قائم الزاویه‌ی زیر ثابت کنید دو مثلث <math>ABH</math> و <math>ACH</math> متشابه‌اند و به کمک آن نشان دهید <math>AH</math> واسطه هندسی بین <math>HC</math> و <math>BH</math> است.</p> 		
۱۰	۱	<p>طول اضلاع یک مثلث ۷، ۸ و ۱۲ سانتی‌متر بوده و طول بزرگ‌ترین ضلع مثلثی متشابه با آن ۱۶ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.</p>		
۱۱	۰.۷۵	<p>ثابت کنید در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل‌اند.</p>		
۱۲	۱.۲۵	<p>ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است.</p>		
۱۳	۱.۲۵	<p>در یک لوزی، اندازه هر ضلع <math>2\sqrt{10}</math> و نسبت اندازه‌های دو قطر <math>\frac{1}{3}</math> است. مساحت لوزی را پیدا کنید.</p>		
۱۴	۱.۲۵	<p>در متوازی‌الاضلاع <math>ABCD</math>، <math>M</math> وسط ضلع <math>BC</math> بوده و پاره‌خط <math>AM</math> قطر <math>BD</math> را در نقطه <math>N</math> قطع کرده است. نشان دهید:</p> $S_{BNM} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$ 		

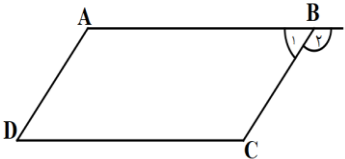
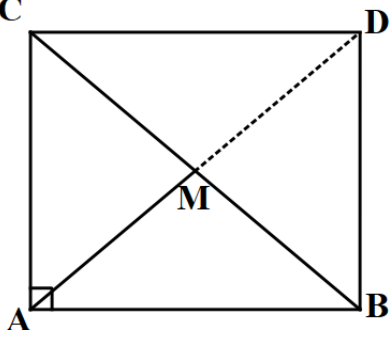
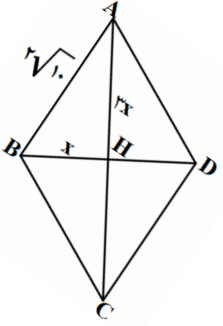
ساعات شروع: ۱۰:۳۰ صبح	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۳	هندسه ۱	سوالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۶	تاریخ آزمون:	پایه دهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳					
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
نمره					
۱	<p>با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای، مساحت شکل زیر را محاسبه کنید.</p> 				
۱۵					
۱.۲۵	<p>در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید.</p> <p>الف) دوران یک مستطیل حول طول آن.</p> <p>ب) دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه.</p>				
۱۶					
۰.۷۵	<p>منشور سه پهلوی روبه‌رو را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) یک خط متناظر با <math>CF</math> نام ببرید.</p> <p>ب) یک خط موازی با <math>CF</math> نام ببرید.</p> <p>پ) دو صفحه موازی نام ببرید.</p> 				
۱۷					
۱.۵	<p>الف) سطح مقطع استوانه با صفحه‌ای مایلی که با قاعده‌های استوانه متقاطع نباشد، به چه شکل است؟ تصویر مناسبی رسم کنید.</p> <p>ب) در شکل مقابل نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.</p> 				
۱۸					

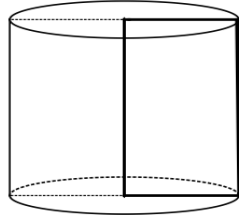
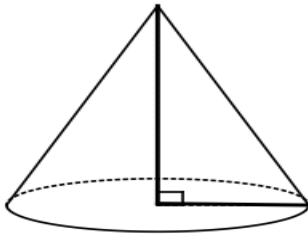
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۱		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶			
پایه دهم دوره دوم متوسطه		تعداد صفحه: ۵					
ردیف		راهنمای تصحیح				نمره	
۱	الف: درست (۰/۲۵) (ص ۱۸-مسئله) ب: نادرست (۰/۲۵) (ص ۳۱-فعالیت ۱) پ: نادرست (۰/۲۵) (ص ۶۰-خط اول صفحه) ت: نادرست (۰/۲۵) (ص ۸۰-بند ۴)						۱
۲	الف: مرکز (۰/۲۵) (ص ۱۶-تمرین ۵) ب: $\frac{3}{5}$ (۰/۲۵) (ص ۴۸-کاردر کلاس ۲) پ: ۶ (۰/۲۵) (ص ۳۳-تعریف) ت: مستطیل (۰/۲۵) (ص ۶۳-تمرین ۳) ث: فصل مشترک (۰/۲۵) (ص ۸۲-تعریف دوم)						۱/۲۵
۳	<div></div> <p>(۰/۲۵) فرض <math>A &gt; B</math> حکم <math>BC &gt; AC</math> در صورتی که حکم برقرار نباشد، دو حالت زیر اتفاق می افتد: ۱] اگر <math>BC = AC</math>، در این صورت <math>\hat{A} = \hat{B}</math> که خلاف فرض است. (۰/۲۵) ۲] اگر <math>BC &lt; AC</math>، در این صورت <math>\hat{A} &lt; \hat{B}</math> که این نیز خلاف فرض است. (۰/۲۵) بنابراین حکم ثابت است. (۰/۲۵) (ص ۲۲-عکس قضیه ۱)</p>						۱
۴	<p>۱] به مرکز نقطه <math>M</math>، دایره ای را به گونه ای رسم کنید که خط <math>d</math> را در دو نقطه <math>A</math> و <math>B</math> قطع کند. (۰/۲۵) ۲] عمودمنصف پاره خط <math>AB</math> را رسم کنید. (۰/۲۵) ۳] عمودمنصف پاره خط <math>AB</math> خطی است که از نقطه <math>M</math> می گذرد و بر خط <math>d</math> عمود است. (۰/۲۵)</p> <div></div> <p>شکل (۰/۲۵)</p> <p>(ص ۱۵-کار در کلاس دوم)</p>						۱
۵	خیر. (۰/۲۵) به عنوان مثال، مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع قائمه ۴ و ۶ با مثلث متساوی الساقینی با اندازه قاعده ۸ و اندازه ساق ۵ دارای مساحت های برابرند ولی این دو مثلث با یکدیگر هم نهشت نیستند. (۰/۲۵) * به هر دو مثلثی که در شرایط مساله صدق کند، نمره تعلق خواهد گرفت. (ص ۲۶-کار در کلاس ۲-ب)						۰/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۱	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۵	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$\begin{cases} MN \perp AB \rightarrow \frac{MN}{BC} \parallel \frac{AM}{MB} \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3}{1} \\ BC \perp AB \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \rightarrow y = 2 \end{cases}$ <p>در (*) نوشتن یکی از دو نسبت سمت چپ یا نوشتن تناسب با جایگذاری صحیح، برای پیدا کردن <math>y</math> کفایت می کند.</p> <p>(ص ۳۶-تمرین ۳)</p>	۱/۲۵
۷	 $\begin{cases} MK \parallel CD \rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AK}{KC} \quad (./25) \\ KN \parallel AB \rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{BN}{NC} \quad (./25) \end{cases} \rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \quad (./25)$ <p>(ص ۳۷-تمرین ۷)</p>	۰/۷۵
۸	<p>(ص ۳۸-قضیه اساسی تشابه مثلث ها)</p>  $(*) \begin{cases} \boxed{1} MN \parallel BC, \overset{\text{مورب}}{AB} \rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{B} \quad (./25) \\ \boxed{2} MN \parallel BC, \overset{\text{مورب}}{AC} \rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{C} \quad (./25) \\ \boxed{3} \widehat{A} = \widehat{A} \quad (./25) \end{cases}$ $(**) \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (./5)$ <p>طبق تعریف دو مثلث متشابه، مثلث های <math>AMN</math> و <math>ABC</math> متشابه می باشند و اثبات قضیه کامل می شود. (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۹	<p>(ص ۴۲-نتیجه اول بخش ۴)</p>  $* \begin{cases} \widehat{B} = \widehat{A}_1 \\ \widehat{C} = \widehat{A}_2 \end{cases} \quad (./5) \rightarrow \triangle ABH \sim \triangle ACH \quad (./25) \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH} \quad (./75) \rightarrow AH^2 = BH \times HC \quad (./25)$ <p>دو مورد از سه مورد تساوی زاویه ها (*) کافیتست.</p>	۱/۷۵
۱۰	<p>نسبت تشابه <math>k = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \quad (./25)</math></p> <p><math>\boxed{2} \frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{4} \quad (./25)</math></p> <p><math>\boxed{3} \frac{27}{P_2} = \frac{3}{4} \quad (./25) \rightarrow P_2 = 36 \quad (./25)</math></p> <p>(ص ۴۸-تمرین ۱)</p>	۱

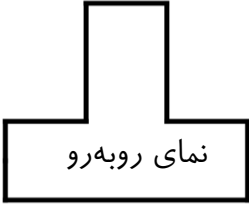

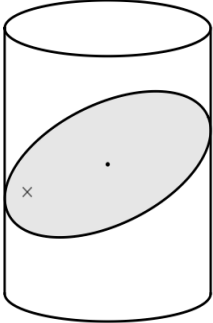
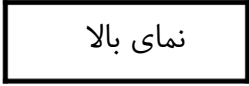


مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۱
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
	تعداد صفحه: ۵	پایه دهم دوره دوم متوسطه	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۰/۲۵	 $\begin{cases} AB \parallel CD, BC \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \text{ (مورب)} \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} \end{cases} \rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ <p>(ص ۵۷- فعالیت ۲- قضیه ۲)</p>		۱۱
۱/۲۵	 <p>راه حل اول:</p> <p>۱ فرض کنید <math>AM</math> میانه وارد بر وتر <math>BC</math> باشد. <math>AM</math> را به اندازه خودش امتداد می دهیم تا به نقطه <math>D</math> برسیم. (۰/۲۵)</p> <p>۲ در چهارضلعی <math>ABDC</math>، از آنجا که قطرهای یکدیگر را نصف کرده اند، پس این چهارضلعی متوازی الاضلاع است. (۰/۲۵)</p> <p>۳ متوازی الاضلاعی که یک زاویه <math>90^\circ</math> درجه دارد، مستطیل است. (۰/۲۵)</p> <p>۴ در مستطیل قطرهای با هم برابرند (۰/۲۵) و لذا خواهیم داشت</p> $BC = AD \rightarrow \frac{BC}{2} = AM \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ <p>راه حل دوم:</p> <p>از نقطه <math>M</math> عمود <math>MH</math> را بر ضلع <math>AB</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) در این صورت داریم</p> <p>بنابه قضیه تالس</p> $\hat{H} = \hat{A} = 90^\circ \rightarrow MH \parallel AC \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} \rightarrow \frac{BM}{MC} = \frac{BH}{AH} = 1 \rightarrow BH = AH \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ <p>بنابراین نتیجه می گیریم <math>M</math> روی عمود منصف <math>AB</math> است (۰/۲۵) و لذا</p> $AM = BM \rightarrow AM = \frac{BC}{2} \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ <p>(ص ۶۰- فعالیت ۶)</p>		۱۲
۱/۲۵	 $\frac{BD}{AC} = \frac{1}{3} \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} \rightarrow \begin{cases} BH = x \\ AH = 3x \end{cases} \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} \rightarrow AB^2 = x^2 + 9x^2 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} \rightarrow x = 2 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ $BD = 4, AC = 12 \rightarrow S = \frac{1}{2} BD \times AC = 24 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ <p>(ص ۷۲- تمرین ۱)</p>		۱۳

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۱		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳							
پایه دهم دوره دوم متوسطه		تعداد صفحه: ۵		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶			
ردیف		راهنمای تصحیح					
نمره							
۱۴	<p>۱] نقطه <math>N</math> محل هم‌رسمی میانه های <math>AM</math> و <math>OB</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>۲] از آنجا که میانه‌های یک مثلث هم‌رسمند، میانه نظیر ضلع <math>AB</math> نیز از <math>N</math> می‌گذرد. (۰/۲۵)</p> <p>۳] میانه‌های یک مثلث، آن را به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند. (۰/۲۵)</p> <p>۴] بنابراین مساحت مثلث <math>MNB</math>، <math>\frac{1}{6}</math> مساحت مثلث <math>ABC</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>۵] از آنجا که مساحت مثلث <math>ABC</math>، <math>\frac{1}{2}</math> مساحت متوازی‌الاضلاع <math>ABCD</math> است، بنابراین، مساحت مثلث <math>MNB</math>، <math>\frac{1}{12}</math> مساحت متوازی‌الاضلاع <math>ABCD</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>(ص ۷۲- تمرین ۶)</p>						
۱۵	<p>۱</p> $\begin{cases} S = \frac{b}{2} - 1 + i \quad (۰/۲۵) \\ b = ۹, i = ۱۳ \quad (۰/۵) \end{cases} \rightarrow S = \frac{۹}{2} - 1 + ۱۳ = ۱۶/۵ \quad (۰/۲۵)$ <p>(ص ۷۳- تمرین ۸)</p>						
۱۶	<p>الف: استوانه (۰/۲۵) (ص ۹۶)      ب: مخروط (۰/۲۵) (ص ۹۶- تمرین ب-۲)</p> <p>رسم شکل استوانه (۰/۲۵)      رسم شکل مخروط (۰/۵)</p> <div></div> <div></div>						
۱۷	<p>الف: <math>AB</math> یا <math>DE</math> (۰/۲۵)      ب: <math>AD</math> یا <math>BE</math> (۰/۲۵)      پ: <math>ABC</math> و <math>DEF</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ص ۸۵-تمرین ۶)</p>						

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۱
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
		تعداد صفحه: ۵	پایه دهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۸	الف: بیضی (۰/۲۵) (ص ۹۲-فعالیت) ب: هر مورد (۰/۲۵) (ص ۹۰-تمرین ۲)	۱/۵
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>نمای روبه رو</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>نمای چپ</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>رسم شکل (۰/۵)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>نمای بالا</p> </div> </div>		

۲۰	جمع نمره
----	----------

همکاران گرامی، خدا قوت، تمام موارد درخور اهمیت جهت نمره گذاری در راهنمای تصحیح نوشته شده است، خواهشمند است جهت رعایت عدالت آموزشی، اوراق دانش آموزان، صرفاً بر اساس راهنمای مذکور تصحیح و بازبینی شوند.

با سپاس از مساعدت همکاران بزرگوار