# تمرین سوم فیزیک اقتصاد

سپهر سلمانی یگانه ۴۰۰۱۰۰۲۶۵
سارا اکبری خرم ۴۰۰۱۰۹۳۰۵

## ۱ مقدمه

در اقتصاد بازارهای مختلف بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. تغییرات قیمت در یک بازار موجب تغییر در بازارهای دیگر می‌شود. در این میان جریان خالصی از اطلاعات باید وجود داشته باشد؛ یعنی یک بازار دیگری را براند [۱]. یک روش برای بررسی این موضوع بررسی transfer entropy بین سری زمانی قیمت‌ها است. با این روش می‌توانیم میزان و جهت جریان اطلاعات بین دو سری زمانی را بفهمیم.

## ۲ چه کردیم؟

### ۱.۲ آماده‌سازی داده‌ها

در این تمرین برای دیتای Ex3-test.txt که در گروه قرار داده شده بود استفاده کردیم. ۳ سری زمانی به دست آمد. این سری‌ها را با روشی که قبلا داشتیم به یک سری از ordinal pattern با بعد ۳ تبدیل کردیم.

### ۲.۲ محاسبه $T_{yx}$

برای این کار از دو تابع استفاده کردیم. در هر دو از تأخیر [۲] $\delta = 1$ استفاده کردیم.

#### ۱.۲.۲ تابع transfer-entropy1

از فرمول متداول transfer entropy استفاده کردیم.

$$T_{yx} = H(Z_t|X_t) - H(Z_t|X_t, Y_t)$$

در اینجا $H$ آنتروپی شنون [۳] است. این رابطه به ما می‌گوید که داشتن سری زمانی $Y_t$ چقدر اطلاعات بیش‌تری از سری $Z_t$ نسبت به زمانی که تنها $X_t$ را داریم به ما می‌دهد. حال در اینجا $Z_t$ مورد نظر ما برای بررسی، سری $X_{t+\delta}$ است. یعنی $\delta$ قدم زمانی آینده سری $X_t$. پس هدف ما پیدا کردن ماترس زیر است.

$$T_{yx} = H(X_{t+\delta}|X_t) - H(X_{t+\delta}|X_t, Y_t) \tag{۱}$$

برای آنتروپی شنون در حالت شرطی داریم

$$H(X, Y) = H(X|Y) + H(Y) \tag{۲}$$

با جایگزاری رابطه (۱) در (۲) به رابطه زیر می‌رسیم.

$$T_{yx} = H(X_t, X_{t+\delta}) + H(X_t, Y_t) - H(X_t) - H(X_t, Y_t, X_{t+\delta}) \tag{۳}$$

این رابطه را در تابع transfer-entropy1 استفاده کردیم.

[1] drive
[2] delay
[3] Shannon Entropy

### ۲.۲.۲ تابع transfer-entropy2

فرمول بیان شده در کلاس برای transfer entropy به شکل زیر است.

$$T_{yx} = \sum_i P(x_{i+\delta}, x_i, y_i) \log_2 \left( \frac{P(x_{i+\delta}|x_i, y_i)}{P(x_{i+\delta}|x_i)} \right) \quad (۴)$$

در اینجا جمع روی تک تک مقادیر ممکن انجام می‌شود. حال با استفاده از قانون بیز برای احتمال شرطی داریم

$$P(X|Y) = \frac{P(X, Y)}{P(Y)} \quad (۵)$$

با قرار دادن (۵) در (۴) به دست می‌آید

$$T_{yx} = \sum_i P(x_{i+\delta}, x_i, y_i) \log_2 \left( \frac{P(x_{i+\delta}, x_i, y_i)P(x_i)}{P(x_i, y_i)P(x_i, x_{i+\delta})} \right) \quad (۶)$$

که همان رابطه استفاده شده در تابع transfer-equation2 است.

## ۳.۲ محاسبه $D_{xy}$

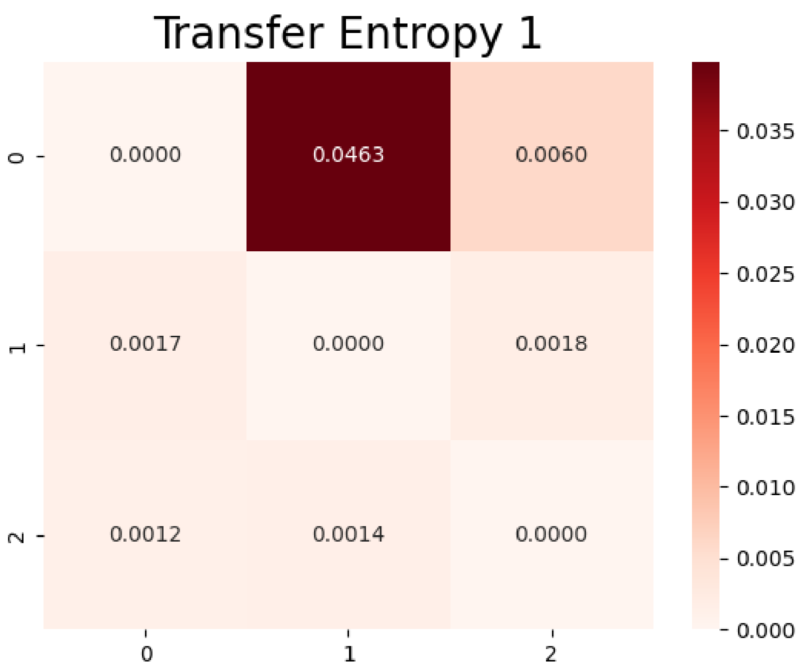
جریان خالص اطلاعات (بهنجار شده) بین دو سری زمانی به شکل زیر است.

$$D_{xy} = \frac{T_{xy} - T_{yx}}{T_{xy} + T_{yx}} \quad (۷)$$

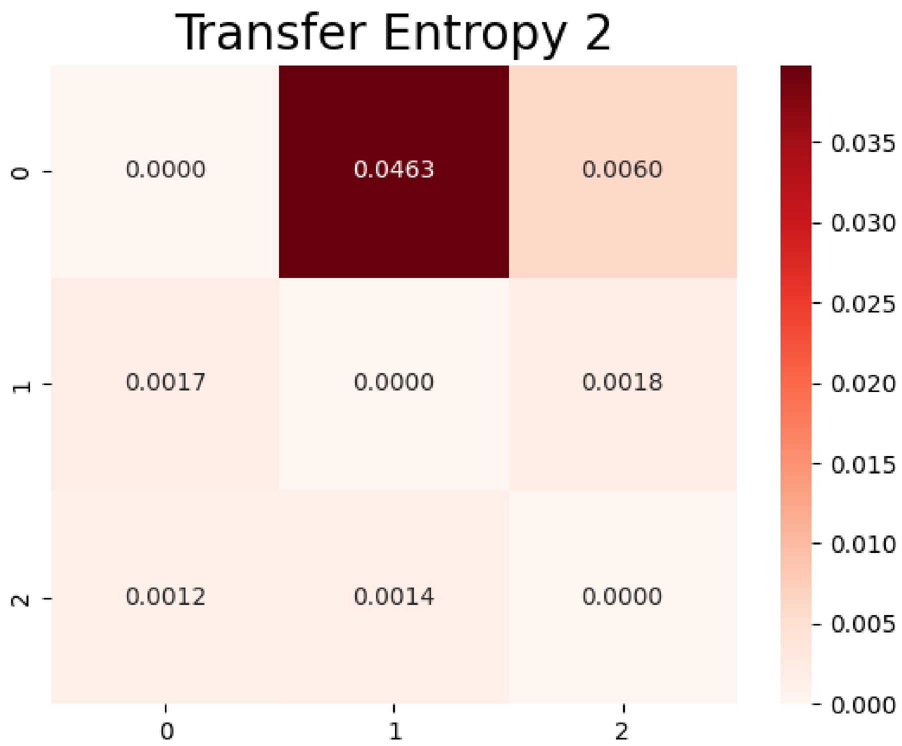
اگر $D_{xy} > 0$ یعنی $X$، $Y$ را می‌راند و بالعکس.

# ۳ نتایج

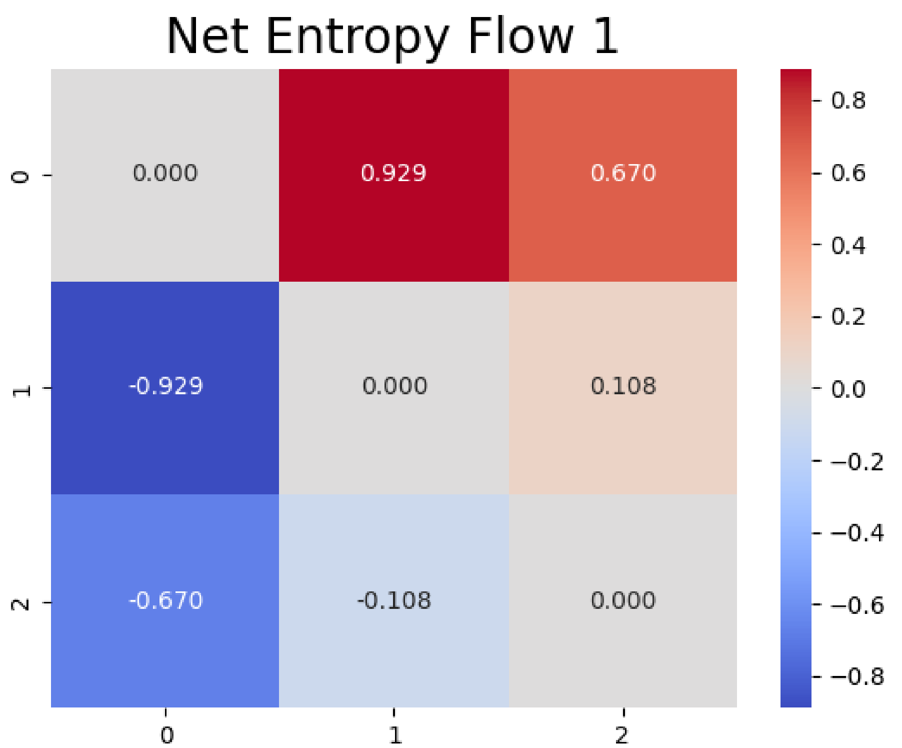
در نهایت heatmap را برای ماتریس‌های $T$ و $D$ به دست آوردیم. نتیجه در زیر آمده است.



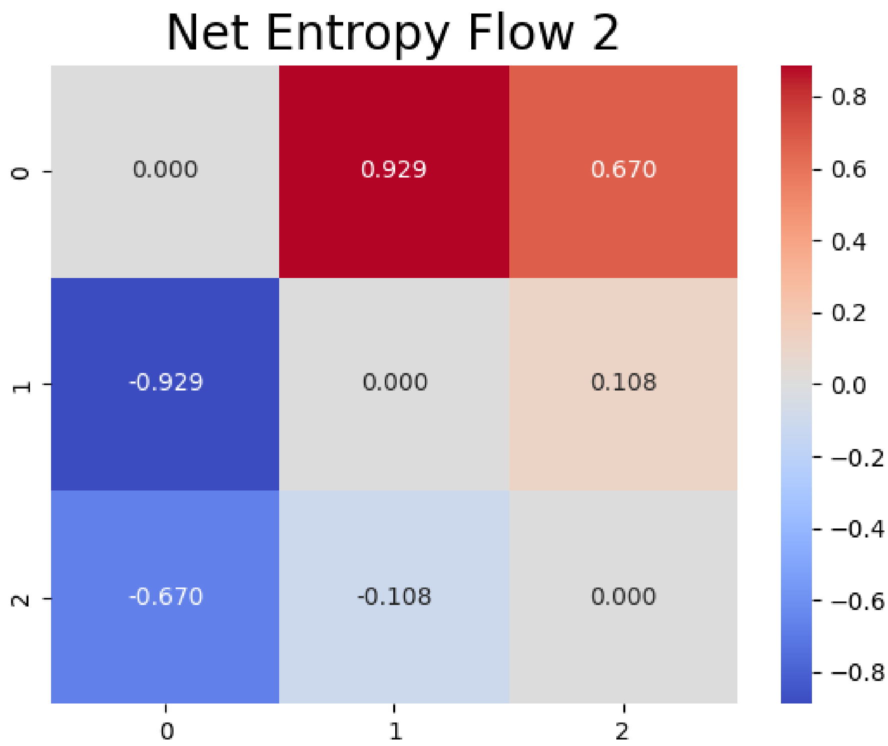

شکل ۱: ماتریس به دست آمده با تابع transfer-entropy1.




شکل ۲: ماتریس به دست آمده با تابع transfer-entropy2.




شکل ۳: ماتریس به دست آمده با تابع transfer-entropy1.




شکل ۴: ماتریس به دست آمده با تابع transfer-entropy2.