16. Медиана и квартили распределения

Пусть x_α — квантиль порядка α распределения случайной величины ξ, т.е. $\mathbb{P}\{\xi \le x_\alpha\} = \alpha$, если функция распределения ξ непрерывна, и $\mathbb{P}\{\xi < x_\alpha\} \le \alpha \le \mathbb{P}\{\xi \le x_\alpha\}$, если ξ имеет дискретный тип распределения. Медиана есть квантиль порядка $\alpha = \frac{1}{2}$, первый квартиль есть квантиль порядка $\alpha = \frac{1}{4}$, третий квартиль есть квантиль порядка $\alpha = \frac{3}{4}$.

17. Математическое ожидание дискретной случайной величины

Пусть $p(x_i) = \mathbb{P}(x_i),\ x_i \in \mathfrak{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$, – функция вероятностей случайной величины ξ. Математическое ожидание

$$\mathbb{E}[\xi] = \sum_{i\,=\,1}^{N} x_i\; p(x_i),$$

если ряд сходится абсолютно. Абсолютная сходимость означает, что $\sum\limits_{i\,=\,1}^{N} |x_i|\, p(x_i) < \infty$.

18. Математическое ожидание абсолютно непрерывной случайной величины

Пусть $f(x)$ — функция плотности случайной величины ξ. Математическое ожидание

$$\mathbb{E}[\xi] = \int_{-\infty}^{\infty} x\ f(x)\,dx,$$

если интеграл сходится абсолютно.

19. Свойства дисперсии

Дисперсия случайной величины ξ равна $\mathbb{D}[\xi] = \mathbb{E}[(\xi - \mathbb{E}[\xi])^2]$. Свойства дисперсии:

1. $\mathbb{D}[E] = \mathbb{E}[\xi^2] - (\mathbb{E}[\xi])^2$
2. $\mathbb{D}[a\xi + b] = a^2\mathbb{D}(\xi)$
3. $\mathbb{D}(\xi) = \min \mathbb{E}[(\xi - c)^2]$
4. $\mathbb{D}[\xi_1 + \xi_2] = \mathbb{D}[\xi_1] + \mathbb{D}[\xi_2] \quad (*)$

$(*)$ — 4 свойство выполняется в случае независимости ξ_1 и ξ_2.

20. Правило 3-х сигм

Пусть $\mu = \mathbb{E}[\xi]$ — мат. ожидание, $\sigma = \sqrt{\mathbb{D}[\xi_i]}$ — стандартное отклонение случайной величины ξ, тогда

$$\mathbb{P}\{\mu - 3\sigma \leq \xi \leq \mu + 3\sigma\} \geq \frac{8}{9} \approx 0.9$$