

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В. И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»**  
**Тема: Структуры. Хэш-таблицы.**

Студент гр. 3342

Песчатский С. Д.

Преподаватель

Иванов Д.В.

Санкт-Петербург

2024

## **Цель работы**

Целью данной работы является изучение принципов хэширования и его применения в алгоритмах, а также реализация двух алгоритмов с использованием полученных знаний:

### **1. Алгоритм для нахождения всех вхождений подстроки в строку:**

- Используя метод хэширования, разработать эффективный алгоритм, который будет находить все вхождения заданной подстроки в строку. Этот алгоритм должен быть более быстрым, чем простой поиск подстроки, и должен использовать хэш-функции для сравнения подстрок.

### **2. Алгоритм для получения выпуклого многоугольника и нахождения его площади:**

- Реализовать алгоритм, который будет строить выпуклую оболочку (выпуклый многоугольник) для заданного набора точек на плоскости. После построения выпуклой оболочки, алгоритм должен вычислять площадь этого многоугольника.

## Задание

Поиск образца в тексте. Алгоритм Рабина-Карпа.

Напишите программу, которая ищет все вхождения строки `Pattern` в строку `Text`, используя алгоритм Карпа-Рабина.

На вход программе подается подстрока `Pattern` и текст `Text`. Необходимо вывести индексы вхождений строки `Pattern` в строку `Text` в возрастающем порядке, используя индексацию с нуля.

Примечание: в работе запрещено использовать библиотечные реализации алгоритмов и структур.

Ограничения:  $1 \leq |\text{Pattern}| \leq |\text{Text}| \leq 5 \cdot 10^5$ .

Суммарная длина всех вхождений образца в текста не превосходит  $10^8$ . Обе строки содержат только буквы латинского алфавита.

## Алгоритм Грэхема

Дано множество точек, в двумерном пространстве. Необходимо построить выпуклую оболочку по заданному набору точек, используя алгоритм Грэхема.

Также необходимо посчитать площадь получившегося многоугольника.

Выпуклая оболочка - это наименьший выпуклый многоугольник, содержащий заданный набор точек.

На вход программе подается следующее:

- \* первая строка содержит  $n$  - число точек
- \* следующие  $n$  строк содержат координаты этих точек через ' ', '

На выходе ожидается кортеж содержащий массив точек в порядке обхода алгоритма и площадь получившегося многоугольника.

## **Выполнение работы**

### **1) Поиск подстроки в строке. Алгоритм Рабина-Карпа.**

Алгоритм Рабина-Карпа работает следующим образом:

1. Вычисляется хэш-значение для образца (подстроки) и для первой части текста, длина которой равна длине образца.
2. Затем вычисляется хэш-значение для следующей подстроки, сдвинутой на один символ. Для оптимизации, хэш-значение не вычисляется с нуля, а корректируется на основе предыдущего хэша и изменения символов.
3. При совпадении хэш-значений происходит сравнение самих строк. Если они совпадают, индекс начала подстроки записывается в массив.
4. Хэш-значения вычисляются по модулю 101, что может привести к коллизиям.

Функция `Rabin_Karp(text, pattern, d=101, q=256)` реализует алгоритм Рабина-Карпа для поиска всех вхождений подстроки в строку. Параметры:

- `text` — строка, в которой производится поиск.
- `pattern` — подстрока, которую нужно найти.  
Возвращаемое значение — список индексов начала вхождений подстроки в строку.
- `d` — модуль, для вычисления хэша
- `q` — количество возможных символов

### **2) Алгоритм Грэхема**

Алгоритм Грэхема реализован в функции `graham_scan`. Сначала массив точек сортируется по координате  $x$ .

Затем оставшиеся точки сортируются по полярному углу относительно первой точки. Для этого используется функция `rotate`, основанная на векторном произведении. После сортировки точки добавляются в стек, и проверяется, чтобы полученная фигура была выпуклой.

Функция `calculate_area` вычисляет площадь фигуры по формуле, используя координаты вершин.

Функция `visualize(points, convex_hull)` визуализирует точки и выпуклую оболочку на графике. Параметры:

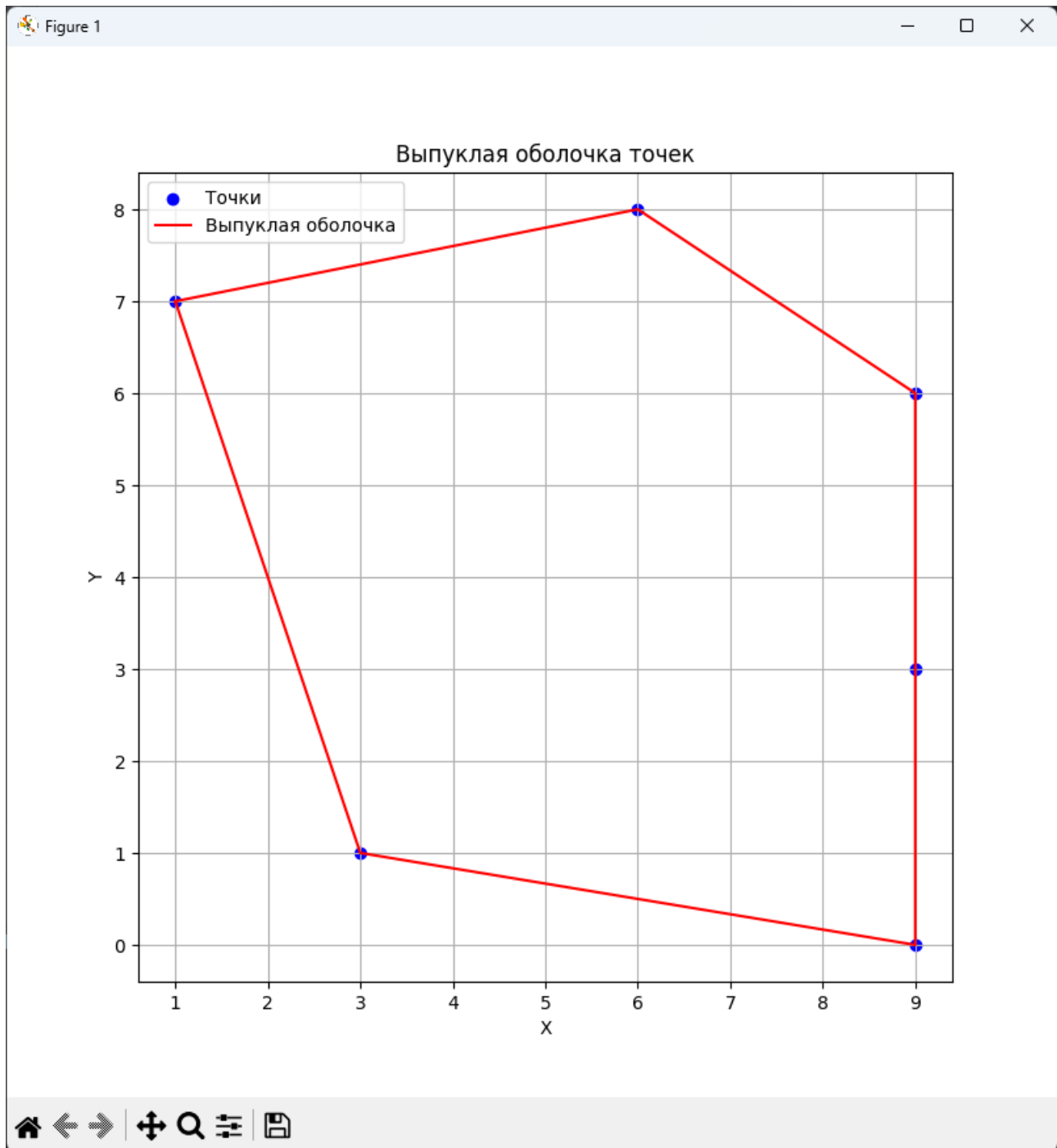
- `points` — список всех точек.
- `convex_hull` — список точек, образующих выпуклую оболочку.

Разработанный программный код см. в приложении А.

## Тестирование

Нужно проверить работоспособность алгоритма. Тестировались различные функции через `pytest`(см. `test.py` в приложении).

Для анализа алгоритма Грэхема написана Функция `visualize`, для визуализации получившейся фигуры.



## **Выводы**

Были изучены принципы работы алгоритмов Рабина-Карпа и Грэхема. Их реализация была написана на языке программирования Python. Работоспособность была проверена через pytest на некоторых входных данных.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: main.py

```
import matplotlib.pyplot as plt

def Rabin_Karp(text, pattern, d=101, q=256):
    """Реализует алгоритм поиска подстроки в строке с использованием
    метода Рабина-Карпа."""
    text_len = len(text)
    pat_len = len(pattern)

    pat_hash = ord(pattern[0])
    text_hash = ord(text[0])
    for i in range(pat_len-1):
        pat_hash = pat_hash*q+ord(pattern[i+1])
        text_hash = text_hash * q + ord(text[i + 1])
    pat_hash = pat_hash%d
    text_hash = text_hash%d

    result = []
    for i in range(text_len - pat_len + 1):
        if pat_hash == text_hash:
            if pattern == text[i:i+pat_len]:
                result.append(i)
        if i < text_len - pat_len:
            text_hash = ((text_hash - ord(text[i]) * q ** (pat_len-1)) *
q + ord(text[i + pat_len])) % d
    return result

'''pattern = input()
text = input()
result = Rabin_Karp(text, pattern)
print(*result)'''

def calculate_area(polygon):
    s1, s2 = 0, 0
    for i in range(1, len(polygon)):
        s1 += polygon[i - 1][0] * polygon[i][1]
    s1 += polygon[-1][0] * polygon[0][1]
```



```

    for i in range(1, len(polygon)):
        s2 += polygon[i - 1][1] * polygon[i][0]
    s2 += polygon[-1][1] * polygon[0][0]
    return abs(s1 - s2) / 2

def rotate(p1, p2, p3):
    return (p2[0] - p1[0]) * (p3[1] - p1[1]) - (p2[1] - p1[1]) * (p3[0] -
p1[0]) >= 0

def graham_scan(points):
    n = len(points)
    indices = list(range(n))

    for i in range(1, n):
        if points[indices[i]][0] < points[indices[0]][0]:
            indices[i], indices[0] = indices[0], indices[i]

    for i in range(2, n):
        j = i
        while j > 1 and not rotate(points[indices[0]], points[indices[j] -
1], points[indices[j]]):
            indices[j], indices[j - 1] = indices[j - 1], indices[j]
            j -= 1

    hull = [indices[0], indices[1]]
    for i in range(2, n):
        while not rotate(points[hull[-2]], points[hull[-1]],
points[indices[i]]):
            hull.pop()
            hull.append(indices[i])
    return [points[i] for i in hull]

def visualize(points, convex_hull):
    plt.figure(figsize=(8, 8))

    x, y = zip(*points)
    plt.scatter(x, y, color='blue', label='Точки')

    hull_x, hull_y = zip(*convex_hull)
    hull_x += (hull_x[0],)
    hull_y += (hull_y[0],)
    plt.plot(hull_x, hull_y, color='red', label='Выпуклая оболочка')

```

```

plt.title('Выпуклая оболочка точек')
plt.xlabel('X')
plt.ylabel('Y')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
n = int(input())
points = [list(map(int, input().split(', '))) for _ in range(n)]
convex_hull = graham_scan(points)
area = calculate_area(convex_hull)
print((convex_hull, area))
visualize(points, convex_hull)

```

**Название файла: tests.py**

```

from main import *
def test_rabin_karp():
    result = Rabin_Karp('abacaba', 'aba')
    assert result == [0, 4]

def test_graham():
    result = graham_scan([[3, 1], [6, 8], [1, 7], [9, 3], [9, 6], [9,
0]])
    assert result == [[1, 7], [3, 1], [9, 0], [9, 3], [9, 6], [6, 8]]

def test_graham_square():
    result = graham_scan([[3, 1], [6, 8], [1, 7], [9, 3], [9, 6], [9,
0]])
    assert calculate_area(result) == 47.5

```