



# ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

## فصل ششم

# فهرست مطالب

- ❖ مقدمه‌ای بر الگوریتم‌ها و مفاهیم پایه
- ❖ معرفی پیچیدگی زمانی و حافظه‌ای و روشهای تحلیل مسائل
- ❖ معرفی ساختمان داده‌های مقدماتی و الگوریتم‌های وابسته به آنها
  - آرایه
  - صف
  - پشته
  - لیست پیوندی
- ❖ تئوری درخت و گراف و الگوریتم‌های مرتبط
- ❖ الگوریتم‌های مرتب‌سازی و تحلیل پیچیدگی مربوط به آنها
- ❖ **مباحث تکمیلی در ساختمان داده‌ها**

# مباحث تکمیلی در ساختمان داده‌ها

S.Najjar.6@gmail.com

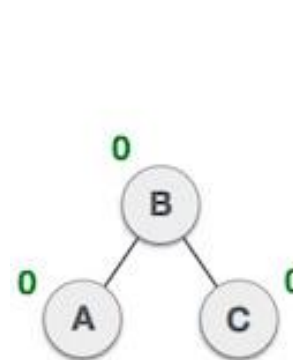
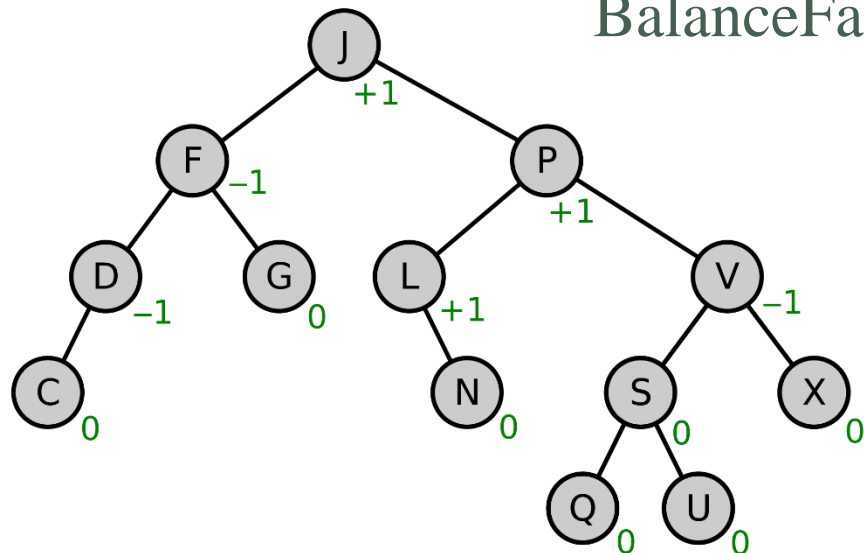
❖ درخت AVL

❖ درخت Heap

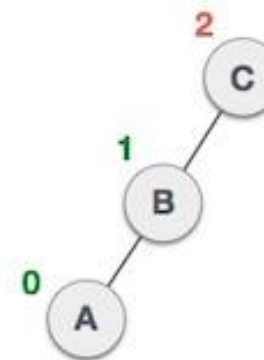
# درخت AVL

- عنوان AVL TREE از اول نام‌های دو مخترع آن به نام‌های G.M. Adelson-Velsky و E.M. Landis، که مقاله خود را در سال ۱۹۶۲ با موضوع «یک الگوریتم برای سازماندهی اطلاعات» منتشر کردند گرفته شده‌است.
- درخت AVL: یک نوع **درخت جستجوی دودویی** خود متوازن کننده‌است.
- درخت AVL سمت راست و چپ را بررسی کرده و تضمین می‌کند که زیردرخت راست و چپ اختلافی **بیش‌تر از ۱ واحد** ندارند. این اختلاف به نام **عامل تعادل** (Balance Factor) نامیده می‌شود.

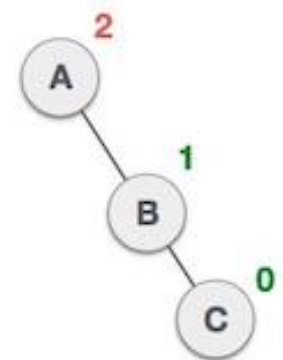
$$\text{BalanceFactor}(n) = \text{Height}(\text{RightSubtree}(n)) - \text{Height}(\text{LeftSubtree}(n))$$



Balanced



Not balanced



Not balanced

# درخت AVL

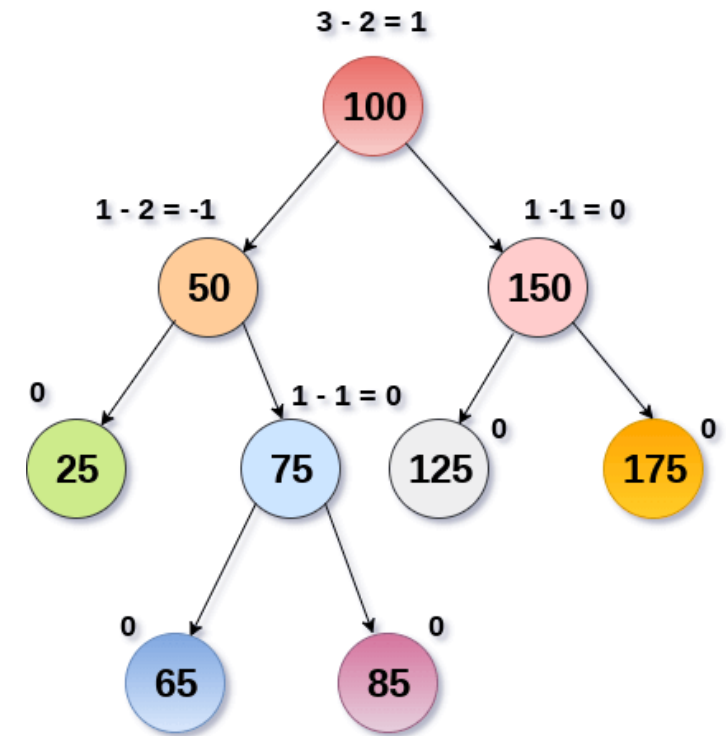
- هر گره ای که ضریب توازن آن برابر ۱، ۰ یا -۱ باشد به عنوان گره متوازن در نظر گرفته می‌شود. هر درخت جست‌وجوی دودویی که تمام راس‌های آن متوازن باشند درخت ای‌وی‌ال است.

$$\text{Balance Factor (k)} = \text{height (left(k))} - \text{height (right(k))}$$

## Complexity

Algorithm Average case Worst case

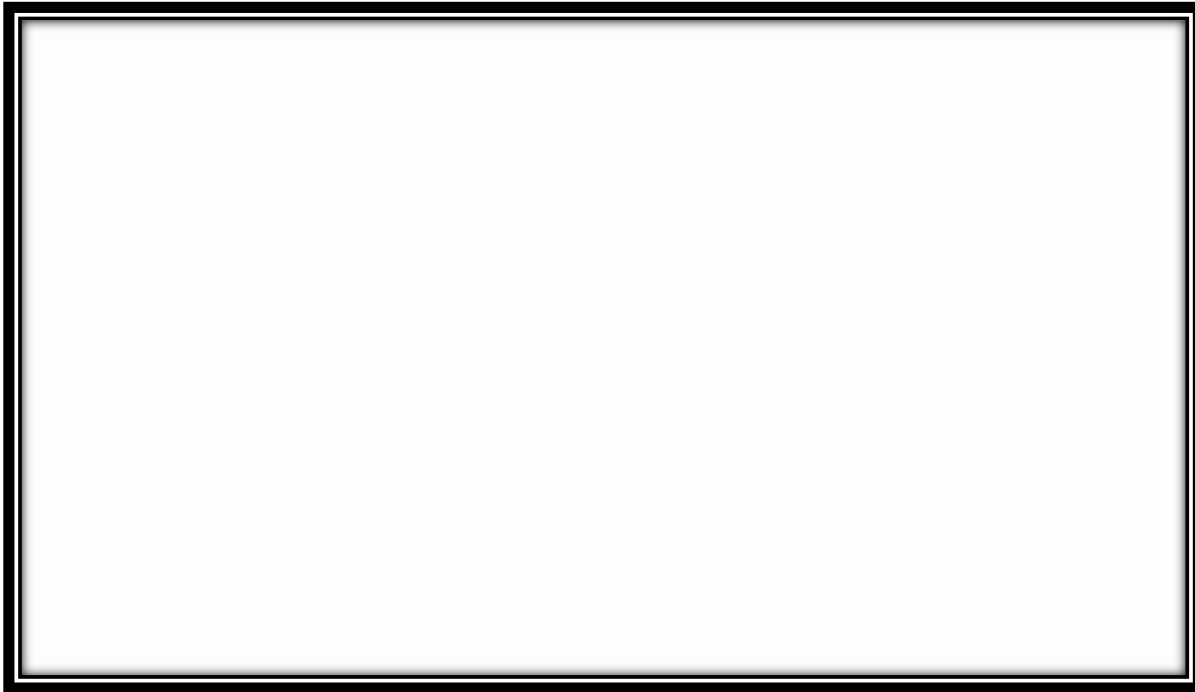
Space	$o(n)$	$o(n)$
Search	$o(\log n)$	$o(\log n)$
Insert	$o(\log n)$	$o(\log n)$
Delete	$o(\log n)$	$o(\log n)$



AVL Tree

# درخت AVL

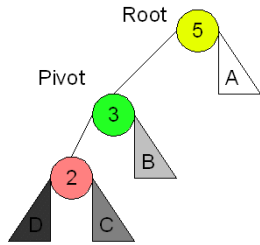
- به طور کلی عملیات اساسی در درخت‌های ای‌وی‌ال شامل همان عملیاتی که در درخت‌های جستجوی دودویی انجام می‌شود می‌باشد، اما اصلاحات و تغییرات به صورت فراخوانی یک یا چند باره چرخش درخت خواهد بود که به باز ذخیره کردن ارتفاع زیر درخت کمک می‌کند.



# درخت AVL

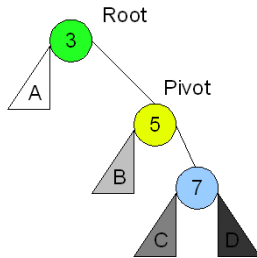
• عملیات متوازن سازی

Left Left Case



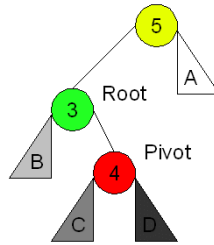
Right  
Rotation

Right Right Case



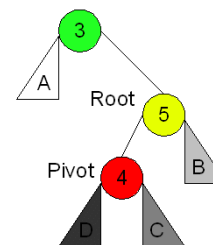
Left  
Rotation

Left Right Case

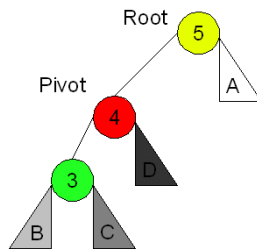


Left  
Rotation

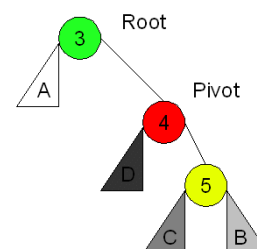
Right Left Case



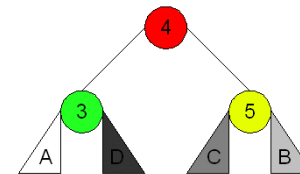
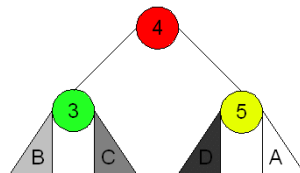
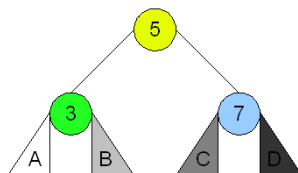
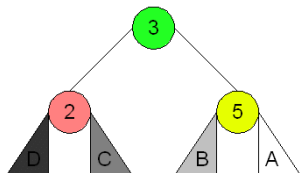
Right  
Rotation



Right  
Rotation



Left  
Rotation







# AVL درخت

• <https://cmps-people.ok.ubc.ca/ylucet/DS/AVLtree.html>

# مباحث تکمیلی در ساختمان داده‌ها

S.Najjar.6@gmail.com

❖ درخت AVL

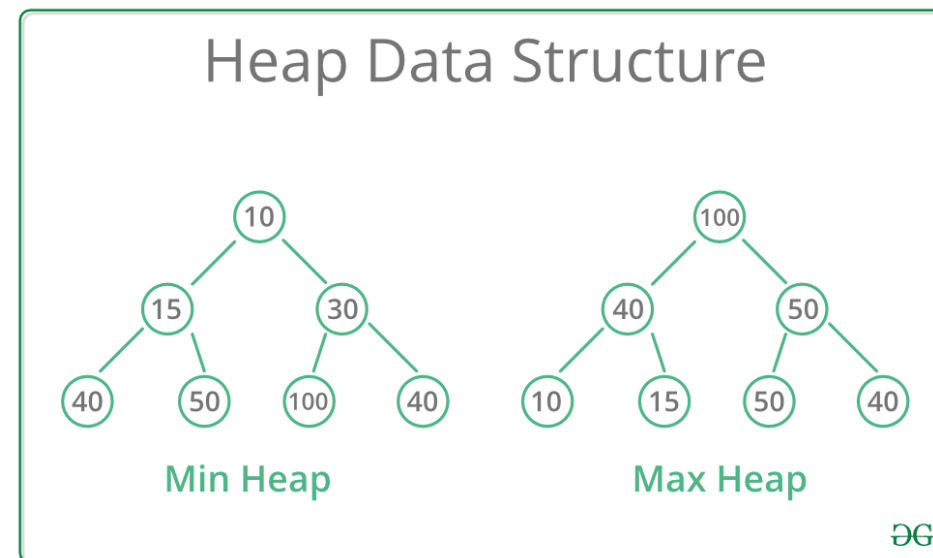
❖ درخت Heap



# درخت Heap

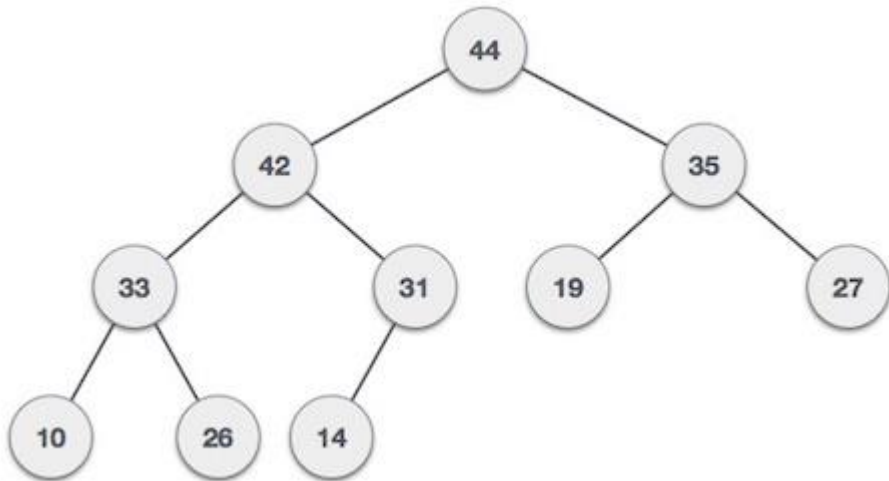
- هرم ماکزیمم (ماکس هیپ / max-heap): درخت دودویی کاملی است که مقدار هر گره بیشتر یا مساوی فرزندان خود است.
- هرم مینیمم (مین هیپ / min-heap): درخت دودویی کاملی است که مقدار هر گره کمتر یا مساوی فرزندان خود است.

**یادآوری:** یک درخت دودویی کامل است، هرگاه تمامی سطوح درخت به غیر از احتمالاً آخرین سطح پر بوده و برگ‌های سطح آخر از سمت چپ قرار گرفته باشند.

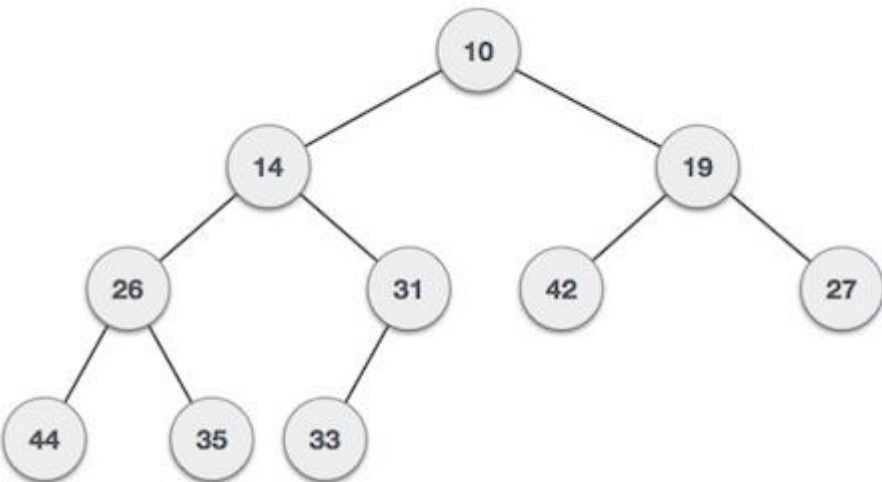


# درخت Heap

- هرم ماکزیمم (ماکس هیپ / max-heap):



- هرم مینیمم (مین هیپ / min-heap):



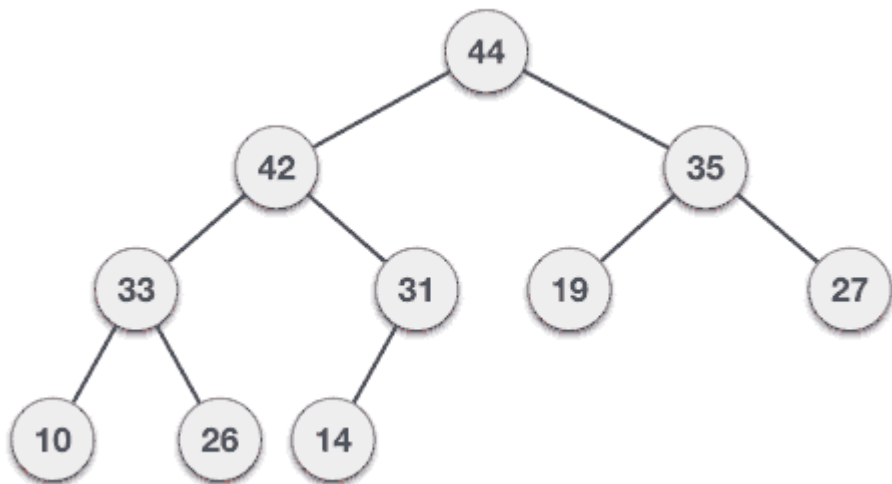
# درج در Max-Heap

- گام ۱ – ایجاد یک گره جدید در انتهای هیپ
- گام ۲ – انتساب مقدار جدید به گره
- گام ۳ – مقایسه مقدار این گره فرزند با والد هایش
- گام ۴ – اگر مقدار والد کمتر از فرزند باشد، در این صورت تعویض می شوند.
- گام ۵ – گام های ۳ و ۴ تا زمانی که همه مشخصات هیپ برقرار شوند تداوم می یابند.

Input 35 33 42 10 14 19 27 44 26 31

# حذف Max Heap

- گام ۱ – گره ریشه را حذف کن
- گام ۲ – آخرین عنصر آخرین سطح را به ریشه جابجا کن.
- گام ۳ – مقدار این گره فرزند را با والدهایش مقایسه کن.
- گام ۴ – اگر مقدار والد کمتر از فرزند بود، جای آن‌ها را عوض کن.
- گام ۵ – گام‌های ۳ و ۴ را تا زمانی که مشخصات هیپ برقرار است تکرار کن.



# درخت Heap

• لینک انیمیشنی از درخت Heap:

- <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Heap.html>
- <https://visualgo.net/en/heap>

# تمرین

❖ پیاده سازی درخت AVL

❖ پیاده سازی درخت Heap

❖ بررسی درخت ۲-۳

❖ بررسی درخت قرمز-سیاه

❖ بررسی درخت ۲-۳-۴