

凸优化第 2 次作业

1 预习作业

预习教材 2.5 节（凸集分离定理），下节课小测会考察。

2 作业题

1. 教材习题 3.1, 3.7, 3.32。
2. 教材习题 4.21(c), 4.33, 4.40(b)(c)。

3 选做题

问题 3.1 $f(x, y)$ is a convex function. Define $\text{epi} f := \{(x, y, t) | t \geq f(x, y)\}$, and let

$$S_\varepsilon = \{(x, y, t) | t \geq f(x, y) - \varepsilon\} = \text{epi} f - (0, 0, \varepsilon).$$

Let $g(x) = \inf_y f(x, y)$. Let $\text{Proj} : (x, y, t) \rightarrow (x, t)$ be a projection.

Prove that

$$\text{epi} g = \bigcap_{\varepsilon > 0} \text{Proj}(S_\varepsilon).$$

问题 3.2 Let $f(x)$ be a continuous convex function and $\text{dom} f$ be a closed convex set. Suppose that there exists a vector $v \in \text{dom} f$ such that $tv \in \text{dom} f$ for all $t \geq 0$.

Prove the following statements:

1. if $x \in \text{dom} f$, $x + v \in \text{dom} f$.
2. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{f(tv)}{t}$ exists or is infinite.
3. $f(x + v) - f(x) \leq \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{f(tv)}{t}$.

4 作业说明

1. 在网络学堂作业窗口提交 pdf 版本或者在下节上课前把纸质作业放在讲台上。
2. 请大家在截止日期前提交作业，过期不候。
3. 每次作业满分 25 分，做选做题有额外加分，但每次作业总分不超过 25 分。